Phys. sp. 717 m. (1

Weber

R

Wellenlehre

auf

Experimente gegründet

oder

über die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen.

Von den Brüdern

Ernst Heinrich Weber
Professor in Leipzig

und

Wilhelm Weber
in Halle.

Mit XVIII Kupfertafeln.

Leipzig, bey Gerhard Fleischer.
1825.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Unserm

verehrten Freunde

Chladni

dem Begründer

einer auf Versuchen beruhenden Akustik

dem Erfinder

einer neuen Classe musikalischer Instrumente

dem ersten Erforscher

der auf die Erde niedergefallenen meteorischen Massen.

Vorrede.

Die Lehre von der Bewegung der Wellen hat in neuester Zeit durch die Arbeiten mehrerer der ausgezeichnetsten Mathematiker und Physiker ein allgemeineres Interesse bekommen als ehemals. Seitdem Chladni seine merkwürdigen Entdeckungen in der Akustik bekannt machte, und den Physikern in seinen wunderbar mannichfaltigen und dennoch gesetzmäfsigen Klangfiguren ein Räthsel vorlegte, das bis jetzt noch nicht gelöst ist; und Savart diese Arbeiten durch eine Reihe scharfsinnig erdachter Versuche vervollständigte; seitdem Young die Aufmerksamkeit der Physiker von neuem auf die Beugung des Lichtes in den Schatten hinein, und die dabey entstehenden farbigen Streifen und Ringe lenkte, und sie zuerst durch die von Newton verlassene, von mehreren berühmten Männern, von Des Cartes, Huyghens, Euler angenommene Wellenlehre des Lichts erklärte, indem er die Erscheinung, dafs sich Wellen bey ihrer Durchkreuzung an gewissen Stellen aufheben, an andern verstärken, unter dem Namen Interferenz sehr glücklich zur Erklärung jener Erscheinungen anwendete; und Fresnel, Arago und Frauenhofer durch äufserst feine Beobachtungen den Verhandlungen hierüber einen sichern Grund gaben; seitdem Poisson durch Rechnung zeigte, dafs sich alle Gesetze des Lichts mit alleiniger Ausnahme der Farbenzerstreuung durch die Wellenbewegung eines elastischen Me-

dii vollkommen erklären lassen; seitdem FOURRIER die Lehre von der strahlenden Wärme gleichfalls auf die Gesetze der Wellenbewegung zurückzuführen versuchte, und endlich POISSON und CAUCHY mit einem sehr genügenden Erfolge die Wellenbewegung des Wassers durch Rechnung enthüllten, war es zu erwarten, dafs sich irgend jemand fände, der, aufmerksam gemacht durch das wissenschaftliche Bedürfnifs, die Wellen der tropfbaren Flüssigkeiten einer Experimentaluntersuchung unterwürfe, da sich bey ihnen nicht nur die Bewegung der Wellen selbst, sondern auch die zugleich statt findende Molecularbewegung beobachten läfst, und die Erscheinungen des Fortschreitens, der Zurückwerfung, der Durchkreuzung, und der dabey statt findenden Interferenz, der Inflexion u. s. w. Schritt für Schritt verfolgt werden können.

Dennoch ist es keine solche Ueberlegung, sondern eine zufällige Beobachtung, die uns die erste Veranlassung gab, auf diese Untersuchung einzugehen.

Einer von uns, ERNST WEBER, beobachtete im Winter von 1821 zu 1822, als er Quecksilber, um es zu reinigen, durch einen Papiertrichter aus einer Flasche in die andere gofs, dafs auf der Oberfläche des Quecksilbers dieser 2ten Flasche eine höchst regelmäfsige, aber verwickelte Figur durch das Hereinlaufen des Quecksilbers erregt wurde, welche unverändert fest zu stehen schien, so lange das hereinfallende Quecksilber mit derselben Geschwindigkeit und auf denselben Ort der Oberfläche auftraf, die aber eine andere Ge-

stalt annahm, wenn sich diese Umstände änderten. Er erkannte diese Figur als eine Wirkung sich regelmäfsig immer an denselben Stellen durchkreuzender Wellen an, und so verbanden wir uns zu einer gemeinschaftlichen Untersuchung des Gegenstandes, bey der die Ideen und Entdeckungen eines jeden von uns so sehr unter einander verwachsen sind, indem sie häufig ihre Wurzel und Nahrung in den Ideen und Beobachtungen des andern fanden, dafs keiner von uns in dieser Abhandlung sein Eigenthum zu unterscheiden vermag, sondern jeder dieselbe als eine vollkommen gemeinschaftliche Frucht unserer vereinigten Anstrengungen ansieht.

Wir müssen es zugleich dankbar anerkennen, dafs uns hierbey der wissenschaftliche Verkehr mit unsern hiesigen Freunden, den Professoren Weiske und Möbius, dem Criminalactuarius M. Schmiedt, und dem Professor Seyffarth wesentlich unterstützt hat, in dem wir von ihnen bald scharfsinnige Einwürfe gegen die von uns aus Versuchen gemachten Folgerungen, bald Ideen zu neuen Versuchen und Erklärungen, bald wissenschaftliche Beyträge historischer Art erhielten. Auch wäre uns unmöglich gewesen, in so feine Zeitmessungen, die grofsentheils das Fundament dieser Untersuchung ausmachen, einzugehen, wenn uns nicht durch des Professor Schweiggers Gefälligkeit der Gebrauch einer Tertienuhr des Hallischen physikalischen Apparates gestattet worden wäre, die kaum etwas zu wünschen übrig läfst.

Wir haben den Gebrauch des Buchs dadurch

zu erleichtern gesucht, dafs wir über jede Seite eine Ueberschrift setzten, die den wichtigsten, auf jeder Seite verhandelten Gegenstand anzeigte; dafs wir nicht nur ein ausführliches Inhaltsverzeichnifs, sondern auch ein Verzeichnifs der im Buche eingestreuten, unsere wichtigsten Versuche enthaltenden Tabellen vorausschickten; dafs wir bey jeder Figur auf der Kupferplatte die Pagina des Buchs bemerkten, wo diese Figur erklärt wird. Die Messungen sind durchaus nach dem Pariser Fufse gemacht.

Wir empfehlen Mathematikern die S. 195-198, 250 - 257, 258 - 279, 284 - 290, 295 - 303, 475 - 480, 506 - 510, 530 - 546, 553 - 555 gegebenen Aufgaben, und bemerken, dafs diejenigen Leser, denen es an Zeit gebricht, das ganze Buch durchzulesen, den historischen Abschnitt S. 29 bis 100, und S. 303 bis 436 auslassen können, ohne im Verständnisse des übrigen Theiles des Buches gehindert zu seyn.

Der Darstellung von POISSON's Theorie der Wellen haben wir vergleichende Bemerkungen der Theorie mit unsern Versuchen in französischer Sprache beygefügt, so dafs der Deutsche daselbst eine Uebersicht unserer Resultate in Beziehung auf die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten erhält, dem Ausländer aber möglich gemacht ist, unser Buch und namentlich die in vielen Tabellen zusammengestellten Versuche zu benutzen, wenn er auch die deutsche Sprache nicht kennt.

Die linearen Kupfertafeln haben wir selbst gestochen.

Inhalt.

Einleitung.

Von den Schwingungen, die in verschiedenen Medien möglich sind, überhaupt.

§. 1. Schwingung ist die Bewegung der Theile eines Körpers, vermöge deren sie sich der Lage des Gleichgewichts abwechselnd nähern, und davon entfernen. — §. 2. Eintheilung der Schwingungen in 2 Arten: 1) in die fortschreitende Schwingung, oder die Wellenbewegung, *oscillatio progressiva, motus undulatorius;* 2) in die stehende Schwingung, *oscillatio fixa.* — §. 3—5. Die fortschreitende Schwingung, oder die Wellenbewegung eines Körpers findet dann statt, wenn die Theilchen desselben successiv in Schwingung gerathen, wenn also die Bewegung der Theilchen, die in Schwingung gerathen, nur von einer Seite (von welcher die Welle herkommt) mitgetheilt wird, nicht zugleich auch von der entgegengesetzten: überhaupt wenn das Bestreben der Theilchen eines Körpers sich der Lage, worin die Ruhe der Theilchen statt finden kann, zu nähern ungleich groſs ist. — §. 6—7. *Bernoulli* über die fortschreitende Schwingung. — §. 8—10. Euler darüber. — §. 11. Die stehende Schwingung ist diejenige, wo alle Theile eines Körpers gleichzeitig ein gleich groſses Bestreben haben, sich der Lage, in der die Theile des Körpers in Ruhe seyn können, abwechselnd zu nähern, und davon zu entfernen. — §. 12—13. Beyspiele. — §. 14. Der erste Weg, stehende Schwingungen zu erregen, ist, daſs alle die Theilchen eines Körpers in eine solche Lage gebracht werden, die sie zugleich und mit gleicher Kraft zu verlassen streben, um sich der ruhigen Lage zu nähern, und wobey sie sich gegenseitig in ihrer Schwingung nicht stören. — §. 15. Der zweyte Weg ist, daſs eine Reihe gleich breiter Wellen erregt, und von den

Grenzen des Körpers zurückgeworfen wird; so dafs jede derselben nach gleich grofsen Zeitabschnitten in der von ihr schon vollendeten Bahn zurückläuft, und alle sich wiederholt an denselben Stellen begegnen. — §. 16—17. Beyspiele der Verwandlung der Wellenbewegung in eine stehende Schwingung mit 1 und 3 Schwingungsknoten. — §. 18. Die fortschreitende Schwingung, eben sowohl als die stehende, kann eine longitudinale, transversale und drehende seyn. — §. 19. Vorkommen der stehenden Schwingung in festen und luftförmigen Körpern. In tropfbar flüssigen ist sie von uns zuerst entdeckt worden. — §. 20. Wahrnehmbarkeit der Schwingungen.

Erster Haupttheil.

Ueber die Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten.

Erste Abtheilung.

Ueber die fortschreitende Schwingung, oder über die Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten.

Abschnitt I.

Ueber die Erregung der Wellen tropfbarer Flüssigkeiten überhaupt.

§. 21—23. Eine theilweise, oder ungleichförmige Aufhebung des Gleichgewichtes einer Flüssigkeit erregt Wellen.

Abschnitt II.

Ueber die Erscheinungen, welche bey Wellen wahrgenommen werden, deren erregende Ursachen auf die Wellen zu wirken fortfahren, namentlich über die unter dem Einflusse des Windes entstehenden Wellen.

1) *Erregung, Vergrösserung, Höhe über der Oberfläche des Wassers, Hinabreichen in die Tiefe, Kraft und Geschwindigkeit der unter dem Einflusse des Windes stehenden Wellen.*

§. 24—25. Der Wind erregt entweder durch seine Reibung an der Oberfläche des Wassers ursprünglich ganz kleine Wellen. — §. 26. oder er erregt, indem seine Stöfse das Wasser in einem gröfseren

Umkreise abwechselnd niederdrücken, ursprünglich gröfsere Wellen. — §. 27. Diese Wellen sind ursprünglich kreisförmig. — §. 28—31. Vier Ursachen der Vergröfserung der Wellen: die fortgesetzte Wirkung des Windes auf diejenigen Wellenstücken, welche in der Richtung des Windes fortgehen; die Vereinigung mehrerer nach einer gemeinschaftlichen Richtung fortschreitender Wellenstücken; der Druck, durch welchen jede vorausgehende Welle die ihr zunächst nachfolgende unterstützt und vergröfsert, oder auch, wie wir zuerst entdeckt haben, neue Wellen hinter sich erregt. — §. 32. Hieraus erklärt sich die grofse Regelmäfsigkeit in der Aufeinanderfolge der Meereswellen bey so ungleichförmigen bewegenden Einflüssen. — §. 33. Vierte Ursache der Vergröfserung der Wellen: die Durchkreuzung von Wellen, die sich in einer mehr oder weniger entgegengesetzten Richtung begegnen. — §. 34—35. Verschieden grofse, zugleich vorhandene Wellenordnungen. — §. 36—37. Eine grofse horizontale Ausdehnung der Wasserfläche und eine sehr beträchtliche Tiefe der Gewässer sind 2 Bedingungen, unter denen allein die Wellen sehr grofs werden können. — §. 38—43 Wie weit in die Tiefe des Meeres die von dem Winde erregte Wellenbewegung sich erstrecke. — §. 44. *Bremontiers* Versuche mit grofsen Steinen über die bewegende Kraft der Wellen. — §. 45—46. Geschwindigkeit der Meereswellen. — §. 47—48. Weswegen kommen die Wellen zuweilen eher an als der Wind?

2) *Ueber die Besänftigung der unter dem Einflusse des Windes erregten Wellen durch die Ausbreitung von Oelen auf der Oberfläche des Wassers.*

§. 49—50. Erfahrungen hierüber. *Aristoteles*, *Plutarch*, *Plinius*, *Erasmus*, *Linné*. — §. 51. *Franklins* Sammlung von Erfahrungen anderer. — §. 52. *Franklins* eigne Versuche. — §. 53—55. Nach *Franklin* stofsen sich die Oeltheilchen sowohl gegenseitig, als auch vom Wasser zurück, und dadurch breitet sich das Oel so schnell und so weit auf Wasser aus. — §. 56. Nach *Franklin* haftet der Wind nicht an dem Oelhäutchen, und kann daher die geölte Oberfläche nicht fassen und uneben machen; und daher die Wellen nicht vergröfsern und unterstützen. Wellen, die nicht unterstützt werden, verschwinden aber von selbst. — §. 57. *Franklins* nicht gelingender Versuch die Brandung des Meers mit einer Flasche voll Oel zu stillen. — §. 58. 59. Von *Lelyveld* gesammelte Erfahrungen, dafs das Oel die Wellen besänftige, und bey Schiffbrüchen nützlich sey. §. 60. Neueste Erfahrungen über die Wirkung des Oels zur Besänftigung der Wellen, mitgetheilt von Baron von *Zach*. Versuch von *Osorezkowsky*, Beobachtung von *L. E. M. Richter*. — §. 61—62.

Resultate. — §. 63. Verschiedene Oele. — §. 64. 65. Aetherische Oele breiten sich mit gröfserer Gewalt auf dem Wasser aus, als fette, und können in gröfserer Menge darauf gebracht werden, ehe ihre Ausbreitung gehemmt wird. — §. 66. Gewalt der Ausbreitung. — §. 67. Versuche mit Campher, der sich auch bewegt, und andern riechenden Stoffen. — §. 68. Im Innern des Wassers breiten sich die Oele nicht aus: eine Bedingung ihrer Ausbreitung ist ihre Lage zwischen der Luft- und Wasseroberfläche. — §. 69. Zuckende Bewegungen kleiner, auf dem Wasser schwimmender Körperchen, wenn auflösliche mit Oel getränkte Körper unter die Oberfläche des Wassers gebracht werden. — §. 70. Aetzende Alkalien, in Wasser aufgelöst, verstärken und beschleunigen die Ausbreitung der Oele auf ihm. Säuren verlangsamen sie bey mehrern Oelen, aber nicht bey allen. — §. 71. 73. Ueber die Ursachen, welche die Ausbreitung des Oels bewirken; Vergleichung mit der der Riechstoffe. — §. 74. Alle Oele, die fetten, ätherischen und brenzlichen, besänftigen nach unsern Erfahrungen die kleinen Wellen: aber die Wirkung der ätherischen Oele verschwindet schnell, weil sie verdunsten. — §. 75. 76. Wir treten der *Franklinschen* Erklärung bey; glauben aber, dafs dabey die Zerlegung der Kraft des Windes in 2 zu Hülfe genommen werden müsse, und dafs zu berücksichtigen sey, dafs die vordere Hälfte aller Wellen im Steigen, die hintere Hälfte derselben im Sinken sey, was Franklinen unbekannt war. — §. 77. Elasticität der Oelhäutchen.

Abschnitt III.

Ueber die Erregung von Wellen durch bewegende Ursachen, die nur augenblicklich wirken.

§. 78. Vorwort. — §. 79. Man kann Wellen von einem Puncte oder von einer Linie aus erregen. Wellen, die sich während ihres Fortrückens auf einen gröfseren Raum ausdehnen, oder sich umgekehrt auf einen immer kleineren Raum zusammenziehen. — §. 80. 81. Ein einziger auf eine Flüssigkeit wirkender Stofs erregt mehrere Wellen, weil sich die Flüssigkeit an der Stelle des Stofses wiederholt erhebt und senkt. — §. 82. Jede Welle, welche unter einem fortschreitenden Wellenzuge jedesmal die letzte ist, erregt, wenn sie nur so viel, als ihre Breite beträgt, fortgeschritten ist, auf der Stelle, die sie so eben verlassen hat, hinter sich eine neue fast gleich breite Welle. — §. 83. Jede vorausgehende Welle verstärkt die ihr unmittelbar nachfolgende. Die Welle, welche in einem Wellenzuge die vorderste ist, verflacht sich sehr schnell, so

dafs sie dem Auge verschwindet. — §. 84. Vor der ersten grofsen Welle, welche ein in Flüssigkeit gefallener Körper erregt, befinden sich immer eine Anzahl feiner, concentrischer, von den grofsen Wellen verschiedener Wellen, die *Poisson* Zähne der gröfseren Wellen nennt. — §. 85—86. Ueber die Erregung von Wellen durch augenblicklich wirkende Einflüsse in fliefsendem Wasser.

Abschnitt IV.

Ueber die Gestalt der Wellen im Allgemeinen.

§. 87—89. Gestalt, Grenzen, Höhe, Breite und Länge der Wellen. — §. 90. Bey der Wellenbewegung krümmt sich nicht blofs die oberste, an der Oberfläche liegende Schicht, sondern es krümmen sich auch die in der Tiefe gelegenen, ursprünglich parallelen Schichten. — §. 91. 92. Beschreibung zweyer Instrumente, welche zur Beobachtung der mit der Wellenbewegung verbundenen innern Bewegung der Flüssigkeiten, und der senkrechten Wellendurchschnitte dienen, und die wir mit dem Namen kleinere und gröfsere Wellenrinne belegt haben. — §. 93—95. Kunstgriffe, durch welche man bewirkt, dafs sich die vordere, (unvollkommener auch die hintere) Hälfte des senkrechten Querdurchschnitts der Wellenberge selbst abbildet. — §. 96. Andere Methode, die Höhe und Tiefe der Wellen-Berge und Thäler zu messen. — §. 97. Die Breite der Wellen kann nicht unmittelbar gemessen, sondern aus andern Umständen berechnet werden. — §. 98. Die Wellen sind aufserordentlich niedrig im Verhältnisse zu ihrer grofsen Breite, vorzüglich die, welche die ersten einer Reihe von Wellen sind.

Abschnitt V.

Ueber die Bewegung der einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit bey der Entstehung und Fortbewegung der Wellen.

A. Bey der Fortbewegung der Wellen.

§. 99—100. Die Wellenbewegung der tropfbaren Flüssigkeiten ist eine fortschreitende Schwingung der Flüssigkeitstheilchen; eine Welle aber ist nur die Form einer Gesammtheit von Flüssigkeitstheilchen, in welcher sich successiv andere und andere Theilchen vereinen, indem sie vorn nach einander eintreten, hinten aus derselben austreten. — §. 101. Die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen laufen, wenn die auf einander folgenden und unter

einander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler gleich oder fast gleich gestaltet sind, in sich selbst oder fast in sich selbst zurück, und sind dann anscheinend Ellipsen, die in der Verticalebene liegen. — §. 102. Die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen laufen aber dann nicht in sich selbst zurück, wenn die auf einander folgenden mit einander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler von ungleicher Gröfse sind. — §. 103. Die Schwingungsbahnen der in der Nähe der Oberfläche der Flüssigkeiten befindlichen Theilchen sind anscheinend Ellipsen, deren Brennpuncte sehr wenig von einander abstehen. Mit der Tiefe wird die Gestalt der Bahnen immer gestreckter, und fällt endlich mit einer geraden horizontalen Linie zusammen. — §. 104—105. In der Tiefe der Flüssigkeit, oder genauer, in dem Grade als die Theilchen dem Boden näher liegen, nehmen die Bahnen der daselbst befindlichen schwingenden Theilchen sowohl im senkrechten als im horizontalen Durchmesser an Gröfse ab, jedoch ist die Abnahme des senkrechten Durchmessers weit beträchtlicher, als die des horizontalen, was als eine Einwirkung des Bodens angesehen werden zu müssen scheint. — §. 106. Die schwingende Bewegung der Flüssigkeitstheilchen ist unsern Versuchen zu Folge selbst in einer Tiefe, welche der 350maligen Höhe der Welle gleich kommt, durch Vergröfserungsgläser, und selbst mit blofsen Augen wahrnehmbar. — §. 107. Das Fortschreiten der Schwingung der Flüssigkeitstheilchen besteht darin, dafs die in der Richtung der fortschreitenden Welle horizontal hinter einander liegenden Theilchen successiv in eine schwingende Bewegung gerathen, und zwar so, dafs sich niemals mehrere der Theilchen, die zu einer Welle gehören, gleichzeitig in entsprechenden Puncten ihrer Schwingungsbahnen befinden, sondern successiv in diese entsprechenden Puncte kommen. — §. 108. In die Tiefe der Flüssigkeiten hinab bemerkt man weder bey der Erregung, noch bey dem Fortgange der Wellen ein allmähliges Fortschreiten derselben, sondern die schwingende Bewegung scheint wenigstens dem Augenscheine nach in der Tiefe und an der Oberfläche gleichzeitig zu geschehen, und die senkrecht, oder fast senkrecht unter einander liegenden Theilchen der Flüssigkeiten scheinen dem Augenmafse zu Folge gleichzeitig in die sich entsprechenden Puncte ihrer Schwingungsbahnen einzutreten. Einen Einwurf gegen die strenge Richtigkeit dieses Satzes siehe in §. 114. — §. 109. Fortschreiten der Wellen durch Figuren erläutert. — Die Schwingungsbahnen der unter einander liegenden Theilchen kreuzen sich eben so wohl, als die Schwingungsbahnen der im senkrechten Querdurchschnitte der Wellen hinter einander liegenden Theilchen, aber die Theilchen selbst

können sich niemals in den Kreuzungspuncten treffen. — §. 111. Während ein Theilchen der Flüssigkeit einmal seine Bahn durchläuft, schreitet die Welle, in der sich das Theilchen jetzt befindet, um so viel, als die Breite derselben beträgt, fort, und daher durchläuft auch ein Theilchen eben so vielmal seine Bahn, als Wellen durch den Raum gehen, wo sich das Theilchen bewegt. — §. 112. Der senkrechte Durchmesser der Bahnen, welche die an der Oberfläche der Flüssigkeit befindlichen Theilchen durchlaufen, kommt genau mit der senkrechten Höhe einer ganzen Welle überein. — §. 113. Der horizontale Durchmesser der Schwingungsbahnen hat kein bestimmtes Verhältnifs zur Breite der Welle; im Gegentheile sind die Schwingungsbahnen bey gleich hohen und ungleich breiten Wellen in den breiteren Wellen dem senkrechten und horizontalen Durchmesser nach kleiner, in den schmälern gröfser, und umgekehrt. — §. 114. Die Länge des Wegs, welchen ein Flüssigkeitstheilchen in einer gegebenen Zeit in seiner Bahn zurücklegt, (also die Geschwindigkeit des Theilchens selbst) hängt unter übrigens gleichen Umständen ganz allein von der Höhe der Wellen ab. Je höher nämlich eine Welle ist, desto länger ist der Weg, den die Theilchen in einer gegebenen Zeit in ihren Bahnen zurücklegen. — §. 115. Die Länge der Zeit, in der ein Flüssigkeitstheilchen seine ganze Bahn (sie mag grofs oder klein seyn) durchläuft, hängt von dem Verhältnisse der Höhe und Breite jeder Welle ab. — §. 116. Die in der Nähe der Oberfläche liegenden Theilchen einer Flüssigkeit durchlaufen ihre Bahnen nicht ganz so geschwind, als die senkrecht unter ihnen von der Oberfläche entfernter liegenden Theilchen, woraus zu folgen scheint, dafs die Wellen in der Tiefe etwas schmäler sind als an der Oberfläche. — §. 117. Wenn ein Theilchen einer Flüssigkeit durch irgend eine Kraft, z. B. durch die einer niederfallenden Wassersäule, oder einer fortschreitenden Welle, in eine drehende Bewegung versetzt worden ist, so vollbringt es nicht blofs die erste Umdrehung in dieser Bahn, die durch jene Kraft unmittelbar veranlafst wird, sondern es wiederholt seine Umdrehung, ähnlich hierin einem Pendel, der, einmal angestofsen, wiederholte Schwingungen macht; unähnlich aber auch zugleich demselben, weil die wiederholten Schwingungen eines Pendels eine gleiche Zeitdauer haben, ob sie gleich kleiner werden; die wiederholten Umdrehungen der Theilchen dagegen eine immer kürzere Zeitdauer haben, indem sie kleiner werden. Hiervon hängt die §. 31. 80. erwähnte Vermehrung der Wellen ab. — §. 118. Durch zu geringe Tiefe wird aber eine solche Wiederholung der drehenden Bewegung der Theilchen sehr gehindert. — §. 119. Berechnung der Breite der Wel-

len aus der Zeit, in welcher ein Flüssigkeitstheilchen derselben einmal seine Schwingungsbahn durchläuft, und aus der mittleren Geschwindigkeit, mit der die ganze Welle fortschreitet; eine Berechnung auf einem andern Wege siehe §. 167.

B. Ueber die Bewegung der Theilchen einer Flüssigkeit bey der Entstehung der Wellen.

§. 120 — 123. Die Theilchen verschieben sich anscheinend gleichzeitig bis in groſse Tiefen der Flüssigkeit, wobey nach Verschiedenheit ihrer Lage und Entfernung vom Puncte, wo die Welle erregt wird, gleichzeitig einige steigen, andere sinken, andere sich horizontal bewegen, und zwar so, daſs im Innern während der Verschiebung keine Zwischenräume und Lücken entstehen können. — §. 124 — 125. *Newton's*, *Gravesande's*, *D'Alembert's*, *Gehler's* Vorstellungsart, über den Fortgang der Wellen, den unsere Versuche widersprechen. — §. 126. Vergleichung mit *Gerstner's* Resultaten. — §. 127 — 131. Erscheinungen, die durch die von uns gegebene Darstellung des Fortschreitens der Wellen erklärlich werden.

Abschnitt VI.

Ueber die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen fortbewegen.

§. 131. Vorwort. — §. 133. Die Höhe und Breite der Wellen vermehrt die Geschwindigkeit derselben, die Seichtigkeit der Flüssigkeit dagegen (weil die Schwingungsbahnen durch die Nähe des Bodens abgeändert werden), ferner die Reibung der Flüssigkeit an der Luft und an andern Körpern vermindert sie. — §. 134. Wellen, die bey ihrem Fortschreiten an Länge zunehmen, werden dadurch immer langsamer, man muſs daher die Geschwindigkeit solcher Wellen messen, die in einem schmalen langen Raume zwischen parallelen Wänden eines Gefäſses fortschreiten, und deswegen immer dieselbe Länge behalten. — §. 135. Methode, die Geschwindigkeit der Wellen zu messen. — §. 136. 137. Die Geschwindigkeit der Wellen wird, unter übrigens gleichen Umständen, durch die Verminderung der Tiefe der Flüssigkeit vermindert; aber nicht in gleich groſsem Grade als die Tiefe selbst abnimmt. — §. 138 — 139. In Flüssigkeiten von einem gröſsern specifischen Gewichte scheinen gleich groſse Wellen bey übrigens gleichen Umständen weder schneller noch langsamer fortzuschreiten, und das specifische Gewicht scheint daher weder zur Beschleunigung noch zur Verlangsamung der Wellen beyzutragen. Bey nicht

hinlänglich tiefen Flüssigkeiten wirkt aber die Nähe des Bodens auf Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewichte und von verschiedener Adhäsion und Elasticität ungleich ein, und macht die Geschwindigkeit der Wellen verschieden. — §. 140. Die Geschwindigkeit der Wellen hängt keineswegs allein von der Breite derselben ab, wie *Newton, Gravesande, D'Alembert* und neuerlich *Gerstner* behauptet haben, sondern von ihrer Gröfse, d. h. von ihrer Höhe und Breite zugleich. Nur die Länge der Welle hat unmittelbar keinen Einflufs auf die Geschwindigkeit derselben. — §. 141. Die Geschwindigkeit der erregten Wellen hängt daher unter übrigens gleichen Umständen von der Masse und Geschwindigkeit der Körper ab, die durch ihren Stofs Wellen erregen, so jedoch, dafs die Geschwindigkeit der Wellen bey verschiedener Tiefe und bey verschiedenen Flüssigkeiten nicht in gleichem, und noch weniger in geradem Verhältnisse mit der vergröfserten Masse oder Geschwindigkeit des Wellen erregenden Körpers wächst. — §. 142. Oder, anders ausgedrückt, die Geschwindigkeit der Wellen hängt von der Breite derselben, und von der Zeit ab, in der die einzelnen Flüssigkeitstheilchen, welche die Welle ausmachen, einmal ihre Schwingungsbahn durchlaufen; denn in dieser Zeit rückt die Welle genau um so viel, als ihre Breite beträgt, fort. — §. 143. Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen, die in der kleinen Wellenrinne (Fig. 12) bey 6 Zoll, und die in der grofsen (Fig. 13) bey 23 Zoll Tiefe erregt wurden. — §. 144. Wenn eine Welle zwischen parallelen Wänden fortschreitet, und daher nicht an Länge zunimmt, so nimmt sie dabey zwar an Höhe ab, an Breite aber zu, und behält daher fast dieselbe Geschwindigkeit bey. Die geringe Verminderung ihrer Geschwindigkeit, die sie etwa erleidet, scheint nur von der Reibung der Flüssigkeit an der Luft und an den Wänden des Gefäfses abzuhängen. Wenn aber eine Welle während ihres Fortschreitens an Länge zunimmt, so vermindert sich dadurch ihre Höhe weit mehr, als wenn die Welle dieselbe Länge behält; und deswegen vermindert sich auch ihre Geschwindigkeit; nimmt sie dagegen an Länge ab, so vergröfsert sich dabey ihre Höhe, und aus dieser Ursache auch zugleich ihre Geschwindigkeit. — §. 145. Am langsamsten schreiten Wellen in einer Flüssigkeit fort, welche in einem langen Gefäfse, dessen Boden eine schiefe Ebene ist, sich befindet, denn der Wellenlauf wird durch eine schiefe Ebene auf eine ähnliche Weise verlangsamt als das Fallen der Körper.

Abschnitt VII.

Ueber die Veränderung der Gestalt der Wellen bey ihrer ungehinderten und gehinderten Fortbewegung.

§. 147—148. Eine Welle verändert während ihres Fortschreitens ihre Höhe, Breite und Länge, und zwar wird sie unter allen Umständen auf Kosten der Höhe breiter. Wird sie auch zugleich länger so geschieht das ebenfalls auf Kosten der Höhe, die dann noch mehr abnimmt; wird sie aber im Fortschreiten kürzer, so nimmt die Höhe wegen des Kürzerwerdens etwas zu, wegen des Breiterwerdens etwas ab. (Siehe §. 144 und 145.) Dadurch unterscheidet sie sich von der Schallwelle, die im Fortschreiten nicht breiter wird. — §. 149—150. Die Länge jeder Welle, wie oft auch Stücken von ihr zurückgeworfen werden mögen, wird von einer in sich selbst zurücklaufenden Linie begrenzt. — §. 151. Bey einer kreisförmigen, überall gleich hohen und gleich breiten Welle, die sich durch eine gleich tiefe Flüssigkeit ungehindert fortbewegt, schreiten alle zu einer Wellenlinie der Länge gehörenden Puncte in jedem Zeitraume in der Richtung ihrer Normalen gleich weit, und in gegenseitigem Zusammenhange fort. — 152—155. Bey Wellen, die nicht kreisförmig, oder nicht überall gleich breit, oder gleich hoch sind; bedarf dieses Gesetz einer Berichtigung, aber je weiter sie ungehindert fortschreiten, desto ähnlicher wird ihre Gestalt dem Kreise. — §. 156. 157. Beyspiele.

Ueber die Durchkreuzung der Wellen.

158—160. Zwey Wellenberge von gleicher Höhe vereinigen sich während der Durchkreuzung in einen fast noch einmal so hohen Wellenberg, zwey Wellenthäler in ein fast noch einmal so tiefes Wellenthal. Tabelle unserer Versuche hierüber. Die Höhe jedes einzelnen Wellenbergs verhält sich zu der der Vereinigten ungefär wie 26 : 47, oder wie 100 : 179. — §. 161. Der vereinigte Wellenberg, oder das vereinigte Wellenthal trennt sich augenblicklich wieder in 2 Wellenberge oder Wellenthäler, und zwar so, daſs der Erfolg ganz derselbe ist, als ob die Wellen ungestört durch einander durchgiengen. — §. 162—163. Während der Durchkreuzung bewegen sich die einzelnen Flüssigkeitstheilchen nicht in elliptischen, sondern in geradlinigen Bahnen, und ihre senkrechte Bewegung wird auf Kosten der horizontalen verstärkt. — §. 161—165. Während der Durchkreuzung der Wellen findet ein kleiner Zeitverlust statt, weil sich die beschleunigte Bewegung der sich durchkreuzenden Wellen aufhebt.

Ueber die Zurückwerfung der Wellen.

§. 166. Der Wellenberg und das Wellenthal gehen dabey durch einander durch. Der Berg wird während der Zurückwerfung fast noch einmal so hoch, das Thal fast noch einmal so tief. — §. 167. Interferenz. Durch sie kann man die Breite der Wellen bestimmen. — §. 168. Die horizontale Bewegung der Wassertheilchen wird bey der Zurückwerfung aufgehoben, die senkrechte verdoppelt. — §. 169. An einer nicht bis auf den Boden der Flüssigkeit hineinreichenden eingetauchten Wand spalten sich die Wellen durch eine senkrechte Inflexion. — §. 170 — 171. Nur für einige Fälle ist das Gesetz der gleichen Winkel auf die Zurückwerfung der Wasserwellen mit vollkommener Genauigkeit anwendbar. Wellenfigur durch Zurückwerfung in einem elliptischen Gefäſse. — §. 172 — 173. Doch ist die Abweichung von diesem Gesetze nicht sehr in die Augen fallend, wie die Wellenfigur durch Zurückwerfung in einem kreisförmigen Gefäſse beweist.

Ueber die horizontale Umbeugung (Inflexion) der Wellen.

§. 174 — 177. Inflexion der Wellen bey ihrem Durchgange durch eine Oeffnung, und dabey entstehende Interferenz.

Ueber die Entstehung der Wirbel.

§. 178 — 180. Wirbel entstehen durch eine fortdauernde Umbeugung des nicht unterstützten Endes einer Welle.

Zweyte Abtheilung.

Ueber die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten.
Oscillatio fixa liquidorum.

§. 181 — 182. Sie ist der Schwingung selbst tönender Körper ähnlich. — §. 183. Stehende Schwingung heist sie, weil bey ihr die Wellen auf der Oberfläche nicht in horizontaler Richtung fortrücken, sondern an ihrem Orte bleiben, und nur eine senkrechte Bewegung haben, durch die die Wellenberge sich abwechselnd in Thäler, die Thäler in Berge verwandeln. — §. 184 — 186. Beyspiele, wenn sich die Wellen nur in 2 Richtungen begegnen. Bildung von Schwingungsknoten. — §. 187 — 190. Beyspiele, wenn sie sich in mehr als 2 Richtungen begegnen. Bildung von Knotenlinien. — §. 191. Die Bedingung der Entstehung einer stehenden Schwingung ist, daſs eine Reihe gleich breiter, unmittelbar auf

einander folgender Wellen so zurückgeworfen wird, daſs jede Welle nach gleich groſsen Zeitabschnitten immer wieder an ihre vorige Stelle zurückkehrt, und daſs sich die entgegengesetzten Wellen immer an derselben Stelle des Gefäſses durchkreuzen. — §. 192. Die Wassertheilchen schwingen dabey wie während einer Durchkreuzung. — §. 193. Stehende Schwingung auf dem Meere. Die stehende Schwingung entsteht zuweilen zufällig.

Dritte Abtheilung.

Vergleichung der durch die Erfahrung gefundenen Wellenerscheinungen mit den Resultaten der bis jetzt aufgestellten Wellentheorien.

Abschnitt I.

Allgemeinere Bemerkungen und Versuche, welche die Anwendung des Calculs zu Begründung einer Theorie der Wellen auf verschiedenen Wegen erleichtern können.

§. 194—197. Der Stoſs bewirkt eine Erhebung oder Vertiefung des Wassers, die aber nicht durch die Kraft des fortschreitenden Stoſses, sondern durch den Einfluſs der Schwere fortschreitet. — §. 198—200. Wenn die Wassertheilchen auszuweichen gehindert sind, bringt ein Stoſs in groſser Entfernung Bewegung hervor; umgekehrt aber, wenn die ausweichenden Theilchen gehindert werden zurückzufallen, nur in der gröſsten Nähe. Versuche hierüber und Resultate. — §. 201—202. Ursachen. — §. 203—204. Hülfsmittel, um dem Stoſse in dem Wasser die Eigenschaft zu geben, in sehr kurzer Zeit bis in sehr groſse Entfernungen eine merkliche Bewegung hervorzubringen. — §. 205. Ueber die Wellen und Schwingungen in communicirenden Röhren. — §. 206. In 37 senkrechten, durch eine horizontale communicirenden Glasröhren. — §. 207—208. Die elliptische Bewegung der Wassertheilchen wird hierbey in eine senkrechte und horizontale Bewegung zerlegt. — §. 209. Schwingung in 2 communicirenden Röhren. — §. 210. Erklärung.

Abschnitt II.

Geschichtliche Darstellung der bis jetzt aufgestellten Theorien der Wellen.

§. 211. Vorwort. — §. 212—213. *Newton's* Theorie der Wellen. *Gravesande*, *D'Alembert*. — §. 214. *Lagrange's* Beurtheilung der *Newton*schen Theorie. — §. 215. Bemerkungen. — §. 216. *Laplace's* Theorie der Wellen. — §. 217. *Lagrange's* Theorie der Wellen. — §. 218. *Flaugergue's* Theorie der Wellen. Bemerkungen. — §. 219. *Gerstner's* Theorie der Wellen. — §. 220. Vergleichung der Resultate der Gerstnerschen Rechnung mit unsern Versuchen. Brandes Bemerkungen zu Gerstner's Theorie der Wellen. — §. 221. *La Coudraye's* Erfahrungen und *Bremontier's* Versuche. — §. 222. *Poisson's* Theorie der Wellen. *Poisson's* Einleitung. — §. 223. Methode der Wellenerregung, die *Poisson* voraussetzt, und die, die wir angewendet haben. Sie führen beyde auf dasselbe Resultat. — §. 224. Vergleichung des mit einer Verticalen gebildeten Winkels, unter welchem sich die in verschiedenen senkrechten und horizontalen Entfernungen vom Orte der Erschütterung gelegenen Wassertheilchen zu bewegen anfangen, nach *Poisson's* Berechnung und nach unsern Versuchen. — §. 225. Kleinere Wellen auf den gröſsern, die nach *Poisson* mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit fortschreiten. — §. 226. Gröſsere Wellen, die mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortschreiten. — §. 227. Unsere Darstellung des Fortschreitens der Wellen und Beobachtungen ihrer Geschwindigkeit verglichen mit *Poisson's* Rechnung. — §. 228. Eine zwischen parallelen Wänden fortschreitende Welle behält, abgesehen von der Reibung, nach unsern Versuchen und nach *Poisson's* Rechnung die nämliche Geschwindigkeit bey. Weil *Poisson* den Körper, durch dessen Ausziehen aus dem Wasser Wellen erregt werden, als unendlich wenig unter die Oberfläche eingetaucht, und die Flüssigkeit als unendlich tief voraussetzt; so hängt nach ihm die Geschwindigkeit der Wellen nur von der Breite und Länge des eingetauchten Körpers, nach unsern Versuchen dagegen auch von der Tiefe des Eintauchens, der Geschwindigkeit des Ausziehens, und von der Tiefe der Flüssigkeit ab. — §. 229. Nur in der Nähe des Ortes, wo die Wellen erregt wurden, gilt, was *Poisson* behauptet, daſs von einer Anzahl Wellen, die durch eine Erschütterung veranlaſst wurden, jede vorausgehende höher als jede nachfolgende sey. Sind die Wellen ein Stück fortgeschritten, so ist die 2te, sind sie noch weiter fortgeschritten, so ist die 3te die höchste u. s. w. Denn jede vorausgehende

erhöhet die nachfolgende. — §. 230. Nach *Poisson* nimmt der senkrechte Durchmesser der Bahnen, in den die kleinen Wassertheilchen schwingen, in der Tiefe geometrisch ab. Unsere Beobachtungen stimmen hierin nicht überein, vielleicht weil *Poisson* auf den Einfluſs des Bodens nicht Rücksicht nimmt. Einige Andeutungen von *Poisson* über die stehende Schwingung. — §. 231. Erregung der Wellen nach allen Richtungen der Oberfläche. Die Geschwindigkeit, mit der die Moleculen zu schwingen anfangen, nimmt ab, wie die Cuben der Entfernung der Wellen vom Orte ihrer Erregung zunehmen. Die Moleculen, die in verschiedenen Querschnitten einer und derselben Welle liegen, können verschiedene Geschwindigkeit haben. — §. 232. Fortpflanzung der kleinen Wellen auf den gröſsern nach allen Richtungen der Oberfläche. — §. 233. Nach *Poisson's* Theorie und nach unseren Versuchen geschieht die Schwingung einer Molecule, wenn eine Anzahl durch eine und dieselbe Erschütterung erregter Wellen an der Stelle dieser Molecule vorübergeht, bey jeder nachfolgenden Welle in kürzerer Zeit als bey jeder vorhergehenden. Unsere Versuche widersprechen aber den Folgerungen *Poisson's*, daſs die Wellen, die sich nach allen Richtungen der Oberfläche des Wassers ausbreiten, mit constanter Geschwindigkeit fortschreiten, sie beweisen vielmehr: daſs sie mit abnehmender Geschwindigkeit fortschreiten. — §. 234. *Biot's* Versuche. — §. 235. Fortpflanzung der Wellen in die Tiefe. — §. 236. Die Durchkreuzung und Zurückwerfung der Wellen ist von *Poisson* noch nicht behandelt. Unsere Versuche darüber. — §. 237. *Cauchy's* Theorie der Wellen. Eingetauchte Körper von einer gewissen Gestalt erregen, herausgezogen, nach *Cauchy* nur eine einzige Welle. — §. 238. *Bidone's* Versuche.

Zweyter Haupttheil.

Wellen in Beziehung auf Schall und Licht.

Erste Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf den Schall.

Abschnitt I.

Ueber die secundäre (transversale) fortschreitende Schwingung, oder über die Wellen durch Beugung fadenförmiger gespannter Körper.

§. 239. Die primäre fortschreitende Schwingung ist die durch den fortgepflanzten Stofs unmittelbar entstehende Bewegung der Theilchen. Sie ist immer mit Verdünnung oder Verdichtung des Medii verbunden, durch das die Welle fortschreitet. Die secundäre ist eine Schwingung, zu der zwar ein Stofs Veranlassung geben kann, die aber durch eine andere Kraft als die des Stofses fortschreitet, sie ist nicht nothwendig mit Verdünnung oder Verdichtung verbunden. — §. 240 — 241. Secundäre Wellen an einem Seile. — §. 242. Vergleichung derselben mit Wasserwellen. — §. 243. Bahn, in der sich ein Punct des Seiles bey der Wellenbewegung bewegt. — §. 244. Eulers Berechnung der secundären Welle eines Seiles. — §. 246 — 248. Methode, den Verlauf dieser Wellen nach der Eulerschen Rechnung geometrisch für jeden einzelnen Zeitmoment zu construiren. Die Resultate dieser Construction bestätigen sich durch Versuche. — §. 249. Anwendung auf die Undulation tönender Saiten. — §. 250. Versuche über die Geschwindigkeit der secundären Wellen eines Seiles, das durch verschiedene Gewichte gespannt wird. Vollkommenste Uebereinstimmung unserer Versuche mit der Eulerschen Rechnung. Eine Welle läuft an der Schnur in derselben Zeit einmal hin und zurück, in der die ganze Schnur einmal hin und zurückschwingt.

Abschnitt II.

Ueber die stehende Schwingung an fadenförmigen, durch Spannung elastischen Körpern.

§. 251. Methode die Entstehung der Schwingungsknoten sichtbar zu machen. — §. 252. 253. Die Entstehung der stehenden Schwin-

gung mit Schwingungsknoten, durch geometrische, auf Eulers Rechnung gegründete Constructionen erläutert. — §. 254. Anwendung auf die Flageolettöne der Instrumente.

Ueber die secundäre Schwingung der Körper, welche durch innere Steifigkeit elastisch sind, und eines aufgehangenen beschwerten Fadens.

§. 255. Entstehung der Chladnischen Klangfiguren. — §. 256. Geschwindigkeit der Wellen eines 51 Fuſs langen Fadens, der von Fuſs zu Fuſs mit einer Bleykugel beschwert war.

Abschnitt III.

Ueber die primäre fortgepflanzte Schwingung, oder über die Wellen des fortschreitenden Stoſses (longitudinale, tangentiale, mitgetheilte Schwingungen; Wellen durch Verdichtung und durch Verdünnung) in der Luft.

§. 260. Begriff der Spannung. — 261. Ueber die von der Spannung abhangende Geschwindigkeit der Fortpflanzung. §. 262. Damit eine Luftwelle nur nach vorwärts, nicht auch nach rückwärts fortschreite, muſs der nach rückwärts wirkende Theil der Kraft der vom Zustande der Ruhe abweichenden Dichtigkeit, durch eine den Theilchen nach vorwärts mitgetheilte Geschwindigkeit aufgehoben werden. §. 263 — 265 Geometrische Construction der successiven Entstehung, des Fortgangs, und der Zurückwerfung einer Luftwelle in einer Röhre, durch eine Anwendung der Eulerschen Rechnung. §. 266. — Vergleichung der Zurückwerfung der Wasser- und Luftwellen und der Wellen eines gespannten Fadens. — §. 267. Durchkreuzung. — §. 268. Zurückführung der zusammengesetzteren Fälle der Erregung der Luftwellen auf die einfacheren, und Darstellung der Resultate der Eulerschen Rechnung. — §. 269. Fortpflanzung der Luftwellen durch einen freyen Luftraum. — §. 280. Nach *Poisson* pflanzen sich die Luftwellen, wenn die Erschütterung nur nach einer Richtung geschah, auch nur nach dieser Richtung merkbar fort, nach allen anderen Richtungen aber desto unmerklicher, je mehr sie von der Richtung der ursprünglichen Erschütterung abweichen. — §. 271 — 273. Unsere Versuche mit Stimmgabeln scheinen diesem Satze *Poisson's* zu widersprechen, und der Annahme Fresnel's, daſs es Lichtwellen gebe, deren Theilchen senkrecht auf den Radius der fortschreitenden Lichtwelle schwängen, günstig zu seyn. Stimmgabeln, um die senkrechte Axe ihres Stiels gedrehet, werden von dem in derselben horizontalen Ebene befindlichen Ohre stark gehört, sowohl in der Richtung der Schwingungen der Gabel, als auch senk-

recht auf diese Richtung, schwach dagegen in einer zwischen diesen beyden mittleren Richtung. — §. 274. Merkwürdige Beobachtung, daſs die Mittheilung der Schwingung der Stimmgabeln an die Luft ganz gehindert wird, wenn man die Stimmgabel sich sehr schnell um die Längenaxe ihres Stieles drehen läſst.

Abschnitt IV.

Stehende Schwingung in der Luft.

§. 275 — 276. Bezeichnungsart der Verdichtung und Verdünnung der Luft, der Geschwindigkeit und Richtung der schwingenden Lufttheilchen, und der Richtung der Luftwellen. Eine in einer Röhre fortschreitende Luftwelle prallt auch an einem offenen Ende derselben (wiewohl unvollkommen) zurück, nimmt aber dabey entgegengesetzte Eigenschaften an, in dem sie verdünnend wird, wenn sie verdichtend war, und umgekehrt, statt sie, an einem geschlossenen Ende zurückgeworfen, ihre Eigenschaften behält. — §. 277 — 282. Bey der stehenden Schwingung laufen gewisse Wellen nach einem gewissen Zeitabschnitte wieder in ihre vorige Bahn zurück, und befinden sich, wenn ein doppelt so groſser Zeitabschnitt vergangen ist, an der nämlichen Stelle ihrer Bahn. Dieses unterscheidet den Zustand des Selbsttönens von der Resonanz. Entstehung der Schwingungsknoten in Röhren, die an beyden Enden offen, oder an einem geschlossen sind. — §. 283. Entweder wird eine ruhende Luftsäule, wie in den Pfeifen der Flötenwerke und in den Flöten, oder ein Luftstrom zum Tönen gebracht, wie in den Zungenpfeifen, in vielen Blasinstrumenten, und in dem Stimmorgane. — §. 284. Jede hinreichend lange Röhre giebt durch das Geräusch der Luft einen Ton von bestimmter Höhe. — §. 285. Beschreibung einer Zungenpfeife. — §. 286 — 288. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Zunge schwingt, und die Höhe des Tons hängt in Zungenpfeifen, an die keine Röhre angesetzt ist, allein von der Länge, Dicke und Elasticität der Zunge, wenn aber lange Röhren in die Pfeife eingefügt sind, vorzüglich von der Länge in geringem Grade von der Weite dieser Röhren ab. Durch längere Röhren wird der Ton tiefer, durch weitere etwas höher.

Ueber das Mittönen der Körper, oder über die Resonanz.

§. 289 — 290. Zwey Arten der Resonanz: Die eine macht die Mittheilung des Tons vom tönenden Körper an ein verschiedenartiges Medium stärker. — §. 291. Die andere verstärkt den Ton, indem die Schallwellen an den Rändern und Grenzen des resonirenden

Körpers zurückgeworfen werden, dann die Flächen oder Räume desselben von neuem durchlaufen, und sich mit den, dem resonirenden Körper immer von neuem mitgetheilten Schallwellen durchkreuzen. — §. 292. Unterschied zwischen dem Zustande des Selbsttönens und der Resonanz. — §. 293. Der Vorgang bey der Resonanz läſst sich durch Quecksilberwellen anschaulich machen. — §. 294. Auch stark resonirende Körper zeigen Knotenlinien. Wir nennen sie Knotenlinien oder Klangfiguren der Resonanz, zum Unterschiede von den Klangfiguren des Selbsttönens, von den sie sehr verschieden sind. Manche von *Savart* abgebildete sind solche. — §. 295. Auch die Luft resonirt. — §. 296. Resonanz der Gebäude.

Abschnitt V.

Ueber die fortgepflanzte und stehende primäre Schwingung anderer Medien, als der luftförmigen.

§. 297 — 298. *Savart's* Entdeckungen über die Mittheilung von Schwingungen. — §. 299. Widerlegung der Ansicht *Savart's*, daſs die Schwingungen, die von *Chladni* longitudinale und transversale genannt wurden, sich auf eine Art von Schwingungen (auf die Molecularschwingungen) zurückführen lieſsen, und daſs es unendlich viele Schwingungsarten gäbe, die zwischen beyden in der Mitte lägen. — §. 300. Ueber die von *Wheatstone* sogenannte Polarisation des Schalles. — §. 301. Durch groſse Spannung einer langen Saite kann ihr primärer (longitudinaler) Ton um eine groſse Quinte höher werden. — §. 302. Ueber *Savart's* Entdeckung ruhender Linien, welche tönende Cylinder schraubenförmig umgeben. — 303. Einige Berichtigungen der Savartschen Angaben. — §. 304 — 305. Im regelmäſsigsten Zustande sind diese Linien nicht schraubenförmig gewunden.

Zweyte Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf das Licht.

§. 306 — 307. Wellentheorie, und Emanationstheorie. — §. 308 — 312. *Newton's* Gründe gegen die Wellentheorie sind theils durch neuere Versuche und Beobachtungen, theils durch die Resultate von *Poisson's* Rechnung beseitigt. — §. 313. Man muſs zwischen der von *Newton* gegebenen Lehre vom Lichte und der Emanationstheorie unterscheiden. Diese dient nur, um jene anschaulich zu machen.

Inhalt der Tabellen, in den die gröſsere Zahl der Versuche zusammengestellt ist.

I. und II. Ueber die senkrechten und horizontalen Durchmesser der Bahnen, welche kleine in einer Flüssigkeit schwebende Theilchen

bey der Wellenbewegung in verschiedenen Tiefen durchlaufen. S. 123. 124.

III. Ueber die Gröfse der Schwingungsbahnen in verschiedenen Tiefen, und über die Zeit, in der sie von den Flüssigkeitstheilchen durchlaufen werden. S. 136.

IV. Ueber die Zeit, in welcher ein im Wasser schwebendes Theilchen nach der Erregung von Wellen seine 4 ersten Umläufe vollendet. S. 139.

V. und VI. Ueber die Zeit, in der dasselbe seine 4 ersten, oder den ersten, oder den zweyten Umlauf vollendet. S. 144. 145.

VII. Ueber die aus jenen Umlaufszeiten berechnete Breite der 4 ersten nach einer Wellenerregung entstandenen Wellen in verschiedenen Zeiten. S. 148.

VIII. Ueber die Bewegung der Wassertheilchen während der Erregung von Wellen. S. 152.

IX. und X. Ueber die Abnahme der Geschwindigkeit der Wellen bey abnehmender Tiefe der Flüssigkeit. S. 172. 173.

XI. — XIV. Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen in Quecksilber, Kochsalzauflösung, Wasser und Branntwein bey verschiedenen Tiefen. S. 175 — 180.

XV. Ueber die Höhe der Wellen in Wasser und Quecksilber. S. 181.

XVI. Ueber den Einflufs, welchen der Umstand auf die Höhe und Geschwindigkeit der Wellen äufsert, wenn die Röhre, in welcher eine wellenerregende Flüssigkeitssäule niedersinkt, flach oder tief unter die Oberfläche eingetaucht wird. (in Branntwein.) S. 183.

XVII. Haupttabelle über die Geschwindigkeit der Wellen in Quecksilber, Wasser und Branntwein in verschiedenen Tiefen. S. 185.

XVIII. Ueber die Geschwindigkeit von Wasserwellen bey einer Tiefe von 6 Zollen und 23 Zollen. S. 188.

XIX. Ueber die Verlangsamung der Wellen, die zwischen parallelen Wänden fortschreiten. S. 190.

XX. — XXII. Ueber die Abnahme der Höhe der Wellen bey ihrem Fortgange zwischen parallelen Wänden. S. 191. 192.

XXIII. Ueber die Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie in einem viertel, halben, oder ganzen Octanten von dessen Winkel nach der Peripherie fortschreiten. S. 194.

XXIV. Ueber die Langsamkeit der Wellen in Quecksilber, das eine gegen den Horizont geneigte Ebene nicht völlig bedeckt, und über die Zunahme dieser Langsamkeit, wenn der Neigungswinkel kleiner wird. S. 198.

XXV. Ueber die Zunahme der Höhe zweyer Wellen während ihrer Durchkreuzung. S. 215.

XXVI. Ueber den Zeitverlust bey der Durchkreuzung der Wellen. S. 221.

XXVII. Ueber die Zunahme der Höhe der Wellenberge und der Tiefe der Wellenthäler bey ihrer Zurückwerfung. S. 227.

XXVIII. Ueber die Entfernung des vollkommensten Interferenzpunctes von der zurückwerfenden Ebene bey der Zurückwerfung der Wellen. S. 231.

XXIX. Ueber die senkrechte Inflexion der Wellen, wenn sie von einer bis zu einer gewissen Tiefe eingetauchten Wand zurückgeworfen werden. S. 236.

XXX — XXXIII. Ueber die Entfernung, bis zu welcher der Stoſs in einer horizontalen, mit einer Reihe von Oeffnungen versehenen, mit Quecksilber gefüllten Röhre Bewegung hervorbringt, wenn das Quecksilber aus allen Oeffnungen durch die kleinste Kraft ausgetrieben werden kann, und über das Gewicht des aus jeder Oeffnung ausgetriebenen Quecksilbers. S. 287 — 289.

XXXIV. Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen, die durch fast gleich groſse Kräfte nach unserer und der von *Poisson* vorausgesetzten Methode erregt wurden. S. 404.

XXXV. Ueber die Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie dadurch erregt werden, daſs ein eingetauchter Cylinder schnell oder langsam herausgezogen wird. S. 405.

XXXVI. Ueber die Abnahme der verticalen Bewegung kleiner, im Wasser schwebender Theilchen mit der Tiefe von 1 bis 6 Zoll, während gleich groſse Wellen in dem Wasser vorübergehen. S. 410.

XXXVII. und XXXVIII. Ueber die Geschwindigkeit der Schwingung des Quecksilbers in 3 senkrechten Röhren, die durch eine horizontale communiciren. S. 432.

XXXIX — XLIII. Ueber die Geschwindigkeit der Wellen einer durch verschiedene Gewichte gespannten Schnur. S. 462 — 465.

XLIV — XLVI. Ueber die Geschwindigkeit der Wellen eines 51 Fuſs langen aufgehangenen Zwirnsfadens, der in Zwischenräumen von 1 Fuſs mit 51 Bleykugeln beschwert war. S. 477 — 480.

XLVII. Ueber die Richtungen, in welcher Stimmgabeln bey gleicher Entfernung schwächer gehört werden. S. 508.

XLVIII. Ueber das Höherwerden der Töne der Zungenpfeifen durch Verkürzung ihrer Zunge. S. 524.

XLIX. Ueber die Veränderung des Tons der Zungenpfeifen, wenn in ihren Körper gleich lange, aber verschieden weite Röhren luftdicht eingesetzt wurden. S. 525.

L. Ueber die Erhöhung des Tons, und die Flageolettöne zweier Zungenpfeifen, wenn die, in sie luftdicht eingesetzte 61 Zoll lange Röhre nach und nach mehr verkürzt wurde. S. 525.

LI. Ueber die Erhöhung des primären (longitudinalen) Tones einer Metallsaite, durch die Vermehrung der Gewichte, durch die sie gespannt war. S. 554.

Einleitung.

Von der Schwingung, die in verschiedenen Medien statt findet, überhaupt.

§. 1.

Ein Körper befindet sich in einer schwingenden Bewegung, wenn seine Theile durch das Streben nach Gleichgewicht sich der Lage, in welcher das Gleichgewicht statt finden kann, abwechselnd nähern, und davon entfernen. Gleichgewicht ist der Zustand eines Körpers, wo sich die Wirkungen mehrerer bewegender Kräfte gegenseitig aufheben, und dadurch einen Zustand der Ruhe hervorbringen.

Daher kann die Schwerkraft der Erde, die Elasticität, die magnetische Kraft, die Ursache von Schwingungen werden, wie sie z. B. beym Pendel, bey schwingenden Saiten, bey der Magnetnadel bemerkt werden.

§. 2.

Es giebt eine schwingende Bewegung von doppelter Art, eine fortschreitende, oscillatio progressiva, und eine stehende, oscillatio fixa. Die fortschreitende Schwingung ist gleich bedeutend mit der Wellenbewegung, motus undulatorius.

Die fortschreitende Schwingung kann man sehr deutlich an einem aufgespannten Seile beobachten: Wenn man ein gespanntes Seil Tab. I. Fig. 1 (1) bey *b* in der Nähe seines einen Befestigungspunctes durch einen plötzlichen Stoſs in der Richtung nach aufwärts aus seiner Lage bringt, und sich dann selbst überläſst; so wird dadurch in dem Augenblicke des Stoſses nur die Strecke des Seiles, welche der gestoſsenen Stelle sehr nahe liegt, aus ihrer ruhigen Lage gebracht, so daſs z. B. die Puncte *a b c d* die Lage *a' b' c' d'* anneh-

men. Es werden hierbey bevor der Stofs vollendet ist deswegen nicht alle Puncte des Seiles aus ihrer Lage gebracht weil der Stofs viel schneller beendigt ist, als er sich der ganzen Länge des Seils von Theil zu Theil mittheilen kann.

Hierdurch wird nun eine nach dem entgegengesetzten Ende B *fortschreitende schwingende Bewegung*, oder Wellenbewegung verursacht. Die Linien Fig. 1 (1) bis (9), stellen dasselbe Seil in den nächsten Zeitabschnitten dar, und geben eine Vorstellung von der successiv erfolgenden Veränderung der ursprünglichen Lage der Puncte *a b c d e* f g h i k, wie sie ungefär durch Versuche wahrgenommen wird.

Nachdem nämlich seit der Beendigung des Stofses ein erster Zeittheil verflossen ist, rückt unsern Versuchen nach die nach oben gekehrte Ausbeugung *a b c d* nach *b c d e* weiter fort. In einem 2ten gleichgrofsen Zeittheile sieht man sie bey *c d e f*, in einem dritten bey *d e f g*, in einem vierten bey *e f g h*, in einem fünften bey *f g h i* und in einem sechsten bey *g h i k*. So hat nun die Ausbeugung den 2ten Befestigungspunct des Seiles erreicht. So wie nun eine Wasserwelle von dem Rande eines Gefäfses, so wird diese Welle eines Seiles von den Befestigungspunkten desselben zurückgeworfen, und schreitet auf demselben Wege rückwärts nach A, auf dem sie bisjetzt nach B vorwärts gegangen war, mit dem Unterschiede jedoch, dafs die Welle, die vor der Anprallung bey B ihre Ausbeugung *nach oben* wendete, sich nun in eine *nach unten* gerichtete Ausbeugung verwandelt, so wie man sie bey Fig. 1 (7), (8) und (9), von *k i h g* nach *i h g f* dargestellt sieht. Wir unterlassen dieses Fortrücken derselben noch weiter zu verfolgen, und erwähnen nur, dafs man eine und dieselbe Welle an einem 50 Ellen langen Seile, von der Dicke eines halben bis ganzen Zolles, wohl 12 bis 16 mal mit einer sich gleich bleibenden Geschwindigkeit hin und herlaufen sieht, wobey sie *jedesmal*, wenn sie von A nach B läuft, eine nach *oben* gewen-

dete, wenn sie von B nach A zurück läuft, eine nach *unten* gerichtete Ausbeugung bildet.

Aus der gegebenen Darstellung bemerkt man leicht, daſs die Fortbewegung der Welle oder der Ausbeugung, von *abc* nach dem entgegengesetzten Ende des Seiles und rückwärts, nur eine *scheinbare* Bewegung eines und desselben Körpers, keine *wirkliche* ist, und daſs die *wirkliche* Bewegung, die diesen Schein veranlaſst, eine successive Schwingung der einzelnen Theilchen des Seiles nach aufwärts und wieder nach ihrem vorigen Orte zurück nach abwärts sey. So bewegt sich z. B. der zuerst gestoſsene Punct *b* aufwärts nach *b'*, und hierauf wieder abwärts zurück nach *b*, und alle andere Puncte des Seiles vollenden eine ähnliche Bewegung. Aber die verschiedenen Puncte des Seiles gerathen *ungleichzeitig* in diese Bewegung, und daher befinden sich die Puncte, die an der Bildung einer Welle oder Ausbeugung zu gleicher Zeit Antheil nehmen, jeder an einer andern Stelle seiner Bahn. Wenn die Welle bey Fig. 1 (2) in *b c d e* ist, hat a seinen Weg nach aufwärts und wieder zurück schon durchlaufen, *b* hat auch den Weg nach aufwärts ganz, und den Weg nach abwärts fast ganz vollendet, *c* befindet sich fast an der Stelle, wo es den höchsten Punct seiner Bewegung nach aufwärts erreicht, und den Rückweg nach abwärts anzutreten anfängt, *d* hat seinen Weg nach aufwärts erst zur Hälfte zurückgelegt, *e* hat seinen Weg nach aufwärts so eben erst begonnen, und *f* befindet sich noch in seiner ursprünglichen Lage. Daher bewegen sich die Puncte des Seils, welche in irgend einem Zeitmomente zur Bildung der vordern Hälfte der Welle beytragen, nach aufwärts, während die, welche die hintere Hälfte derselben darstellen, nach abwärts zu ihrer ruhigen Lage zurückkehren, und zwischen beyden Hälften liegt der höchste Punct der Ausbeugung in der Mitte, der 0 Bewegung hat. Jeder Punct des Seiles, an dem die Welle desselben vorübergeht, nimmt, während er zur Bildung der Welle beyträgt, nach und nach alle Stellen in der fortschreitenden Welle ein. So der Punct *e* der bey Fig. 1 (1) noch vor der Welle *a b c d*,

bey Fig. 1 (2), am Fufse der etwas fortgeschrittenen Welle, bey Fig. 1 (3) dem Gipfel derselben ganz nahe liegt, bey Fig. 1 (4) am Hintertheil derselben herabzusteigen anfängt, bey Fig. 1 (5) sich dem hinteren Fufse derselben ganz genähert hat, und endlich bey Fig. 1 (6) hinter der weiter fortgeschrittenen Welle zurückgelassen worden ist.

§. 4.

Die Bewegung wird in der Richtung, in der sich die Wellen des Seiles zu bewegen scheinen, von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt, aber die Bewegung dieser Theilchen selbst, geschieht in einer ganz anderen Richtung, überhaupt ist die sich fortbewegende Welle nur eine Form, die während ihres Fortrückens immer von andern Theilen des Seils gebildet wird.

Man sieht bey genauerer Betrachtung dieses Falls leicht ein, dafs der Stofs, den *b* in Fig. 1 (1) zuerst nach aufwärts erhielt, nach und nach allen Theilchen des Seiles bis zu dem anderen Ende B mitgetheilt wird, dafs aber die Puncte des Seiles, welche den Stofs zuerst erhielten, wegen ihrer nahen Befestigung am Puncte A, und durch die Spannung, die sie erleiden, getrieben, nach dem Orte ihrer anfänglichen Lage nach abwärts sogleich mit beträchtlicher Kraft zurückgetrieben werden, und dafs sich auch diese nach abwärts gerichtete Bewegung von Theil zu Theil durch das Seil hindurch fortpflanzt, und folglich alle Theile des Seiles successiv nach aufwärts, und hierauf nach abwärts getrieben werden.

§. 5.

Die Spannung zwischen den Puncten, welche eine Welle, z. B. *a b c d* bey Fig. 1 (1), ausmachen ist *nicht gleich grofs*; denn bey a ist das Seil befestigt, und also unbeweglich, bey d dagegen mit beweglichen Puncten des übrigen Seiles in Verbindung. In der Nähe von *a* wird daher die ursprünglich durch den Stofs nach aufwärts mitgetheilte Bewegung bald aufgehoben, und mit Hülfe der Schwere oder Elasticität in eine umgekehrte nach abwärts verwandelt,

während die Bewegung bey *c d* noch ferner nach aufwärts geht. Weil nun aber auch die Bewegung nach abwärts, die in *a* durch die Spannung des Seils hervorgerufen worden ist, bald darauf bis zu *c* und *d*, und bis zu den übrigen Puncten des Seiles fortgepflanzt wird, so findet kurz auf einander die Fortpflanzung eines nach *aufwärts* und eines nach *abwärts* gerichteten Stoſses durch die Puncte des Seiles hindurch statt, und man sieht hieraus, daſs die Bewegung von A her aufgehoben wird, und sich nur nach B zu fortpflanzen kann.

Ueberall, wo ein einzelner Theil oder Abschnitt eines Körpers in Schwingung versetzt wird, scheint es auch zugleich nothwendig, daſs, wenn keine besondern Hinderniſse es unmöglich machen, die Schwingung über die übrigen Abschnitte des Körpers, mit den der zuerst in Schwingung gerathene Theil in Verbindung steht, fortschreite, und daſs folglich unter diesen Umständen eine Wellenbewegung eintrete.

Da nun die Bedingungen der fortschreitenden Schwingung d. i. der Wellenbewegung fast überall gegeben sind, so gehört die fortschreitende Schwingung, oder Wellenbewegung zu den am allerhäufigsten in der Natur vorkommenden Erscheinungen, und es kann sich der Mensch in der That kaum bewegen, ohne in der Luft, oder in andern Körpern Wellenbewegungen zu erregen. Jeder Tritt auf dem Fuſsboden einer Stube, jede Berührung eines Körpers, erregt in demselben Wellenbewegungen, welche nach sehr ähnlichen Gesetzen fortschreiten, und von den Grenzen der Körper zurückgeworfen werden, wie die Wellen im Wasser fortschreiten, und von dem Rande, der es begrenzt zurückgeworfen werden.

Dem ungeachtet ist man auf diese fortschreitende Schwingung nur selten aufmerksam gewesen, und hat sie vorzüglich nur in der Luft, wo sie die Fortpflanzung des Schalls bewirkt, und in dem Wasser, wo die sichtbaren Wellen den Fortgang derselben sehr in die Augen springen lassen, berücksichtigt.

§. 6.

Daniel Bernoulli *) hat indessen den ersten Versuch gemacht, die fortschreitenden Oscillationen der festen Körper, die er *oscillationes compositas* nennt, dem Calcul zu unterwerfen. Er hat aber nur berechnet, in welche Lage man die Kugeln einer aufgehangenen Kugelreihe bringen müsse, damit *eine stehende Oscillation* derselben entstehe. Er sagt: "Theoriae oscillationum, quas adhuc auctores pro corporibus dederunt solidis, *invariatum partium situm* in illis ponunt, ita, ut singula *communi motu angulari* ferantur: corpora autem, quae ex filo flexili suspenduntur, aliam postulant theoriam, nec sufficere ad id negotium videntur principia communiter in mechanica adhiberi solita, incerto nempe situ, quem corpora inter se habeant, eodemque continue variabili. De his cogitandi ansam mihi aliquando dedit catena verticaliter suspensa et motibus oscillatoriis agitata, hancque tunc videns *motibus valde irregularibus jactari*, primo mentem subiit, ad quamnam curvam catena esset inflectenda, ut omnibus ejus partibus simul moveri incipientibus, hae quoque una in situm pervenirent lineae verticalis per punctum suspensionis transeuntis: hoc modo oscillationes aequabiles fore intellexi, atque tales, quarum tempora definiri possent.

§. 7.

Er löste diese letztere Aufgabe auch in sofern, als er bestimmte, dafs wenn man z. B. Tab. I. Fig. 2, 3 gleich grofse Kugeln an einem in A aufgehangenen Faden in B, C, und D so befestige, dafs die Entfernungen A B, B C, C D gleich wären, man die Kugel B nach H, die Kugel C nach F, die Kugel D nach G, bringen, und alle 3 zugleich loslassen müsse, damit alle 3 Kugeln immer während ihres Schwingens *zugleich* durch die Senkrechte A D giengen, d. h. damit dieser zusammengesetzte Pendel in

*) Theoremata corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter suspensae. Commentar. Petrop. Tom. VI. pag. 108.

eine ähnliche Schwingung geriethe, als ein gewöhnlicher Pendel. Nach seiner Berechnung mufs hierbey, wenn die
Entfernung B H = 1 gesetzt wird,
die Entfernung C F = 2,292
und die Entfernung D G = 3,922 seyn.

Eben so bestimmte er, in welche Lage man diese 3 Kugeln bringen müsse, damit sie losgelassen auch alle 3, so oft sie auch hin und her schwängen, immer zugleich durch die Senkrechte A D giengen, so jedoch, dafs ein Schwingungsknoten zwischen F und G gebildet würde, nämlich in die Lage Fig. 3. H F G, wobey, wenn der Abstand
B H = 1 gesetzt würde,
der Abstand C F = 1,353 und
der von D G = 1,044 gemacht werden müfste.

Endlich zeigte er auch, dafs ausser diesen 2 Fällen nur noch ein Fall möglich sey, wo alle 3 Kugeln im Schwingen immer gleichzeitig durch die Senkrechte A D giengen, wobey sich dann 2 Schwingungsknoten bildeten. Man mufs nämlich A B C D in die Lage A H F G Fig. 4 bringen, wobey, wenn
B H = 1 gesetzt würde,
C F = 0,645
D G = 0,122 gemacht werden müfste.

Bernoulli gab hiervon Commentar. Petrop. Tom. VII p. 162 den mathematischen Beweis, und Euler bestätigte dasselbe Tom. VIII pag. 30, indem er auf einem ganz anderen Wege fand, dafs im 1sten Falle CF = 2,3, DG = 3,89, im 2ten CF = 1,35, DG = 1,03, im 3ten CF = 0,64, DG = 0,12 seyn müsse, und später auf andere Weise dasselbe noch einmal bewies. *)

Indessen hat Bernoulli auf den Unterschied zwischen der stehenden und fortschreitenden Oscillation sehr deutlich aufmerksam gemacht. Er sagt in einer viel später geschrie-

*) Euler de motu oscillatorio mixto plurium pendulorum ex eodem corpore mobili suspensorum. Acta Petrop. pro anno 1779 Pars prior p. 89. (erschien erst 1782.)

benen Abhandlung *): "Possunt autem in systemate, cujus singulae partes motibus reciprocis agitantur, duo potissimum oscillationum genera considerari, primum cum systematis partes necessario itus reditusque suos simul incipiunt, simulque finiunt: tales oscillationes faciunt corpora ex filo rigido formata et suspensa, jam pridem a Geometris exploratas, alterum genus est cum diversae systematis partes diversis temporibus oscillationes perficere possunt, quamvis nexus partium talis sit, ut singularum oscillationum indoles a mutatione unius cujusque mutentur.

§. 8.

Euler **) hat dagegen die Wellenbewegung eines Seiles durch Berechnung zu bestimmen gesucht.

Indessen scheint das Resultat, das Euler bey seiner ersten Untersuchung erhielt, nicht mit den von uns angestellten Versuchen übereinzustimmen.

Wird nämlich nach Euler eine aufgespannte Saite A B Tab. I. Fig. 5 (1) aus ihre Lage A D C E B in die Lage A *d* C E B gebracht, so nimmt die nach oben gerichtete Ausbeugung A *d* C nach Verlauf eines 1ten Zeitraumes die Lage Fig. 5 (2) D *c* E an, ist aber nun nur halb so hoch als zuvor, in einem 2ten gleichgrofsen Zeitraume rückt sie bis nach C *e* B (3) fort, und behält dabey ihre Gröfse, wobey jedoch zugleich hinter ihr eine nach abwärts gekehrte Ausbeugung A *d* C entstanden ist. In einem 3ten gleichgrofsen Zeitraume behält die Saite dieselbe Lage, nur mit dem Unterschiede, dafs A *d* C (4) nach oben, C *e* B nach unten gekehrt ist. In einem 4ten gleich grofsen Zeitraume befinden sich diese beyden Ausbeugungen in C *e* B (5) vereinigt, und die hier entstandene Ausbeugung hat die doppelte senkrechte Höhe als jede der beyden einzelnen Aus-

*) De oscillationibus compositis praesertim iis quae fiunt in corporibus filo flexili suspensis. Tom. XIII pro anno 1740 (erschienen 1750) p. 97.

**) De chordis vibrantibus. Nov. Comment. Petrop. Tom. XVII p. 404 und Tab. V Fig. 10 — 15.

beugungen in dem vorhergehenden Zeitraume besafs, folglich ist die Lage der Welle an der Saite dieselbe als von Anfang, nur dafs diese grofse Ausbeugung die entgegengesetzte Lage hat als von Anfang.

Euler meynt, die Welle durchlaufe nun, nur umgekehrt, auf dieselbe Weise den Weg von B nach A, als welchen sie zuvor von A nach B zurückgelegt hatte, und so wiederhole sich das Hin und Herlaufen der Welle zwischen A und B immerfort.

Eulers Worte sind folgende: "Si initio non tota chorda AB, sed tantum ejus semissis AC in figuram trianguli isosceles A C *d* diducatur; altera parte CB manente immota, tum vero chorda subito ex hoc statu remittatur; investigare ejus motum tremulum secuturum. Evolutio. Hic casus eo magis est memoratu dignus, quod non solum Ill. d'Alembertus, sed etiam alii, qui idem argumentum tractaverunt, istum casum non sunt ausi attingere, cumque adeo Analysi adversari sunt arbitrati. Ante autem quam ejus evolutionem suscipiamus, *populari ratiocinio* utentes videamus cujusmodi motus insequi debeat, ac primo quidem, cum chorda ipso initio fuerit in quiete, evidens est, haec duo tantum puncta Fig. 10 *d* et C ad motum sollicitari propterea quod in omnibus reliquis chordae punctis tensiones utrinque se in aequilibrio servant, hinc ergo punctum *d* axem A B versus urgebitur, punctum C vero ab axe sursum detorquebitur, quoniam alium motum nisi in directione ad axem normali recipere nequit, sequentibus vero porro temporis punctis continuo major trianguli A *d* C portio ad axem accedet, simul vero alterius partis C *d* portio quaedam supra axem elevabitur, et sic mox *undatio* sursum vergens A *d* C usque ad alterum terminum B propagabitur, quae cum negari nequeant, videamus qualem motum nostra solutio producere debeat."

Euler setzt nun 4 Zeittheile, und bezeichnet sie mit a, $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{2}a$ und $\frac{3}{4}a$:

Hinc igitur cognoscimus elapso tempore $\frac{1}{4}a$ figuram chordae ita fore comparatam, ut utrinque per intervalla A D

et BE chorda cum ipso axe conveniat, per intervallum autem D E triangulum isosceles sursum formet A c E, cujus autem altitudo C c duplo erit minor quam in statu initiali, ita, ut undatio usque in spatium D E sit promota

Quocirca elapso tempore $= \frac{1}{2} a$ chorda in duo triangula isoscelia erit inflexa, priore deorsum posteriore vero sursum vergente

Sicque manifestum est elapso tempore $= \frac{3}{4} a$ hanc figuram similem prorsus esse illi, quam pro tempore elapso $x = \frac{1}{2} a$ invenimus; nisi quod haec situm inversum teneat.... ex quo patet hanc chordae figuram elapso tempore a prorsus similem et aequalem esse ipsi figurae initiali nisi quod ejus situs sit inversus, et cum jam prima vibratio sit terminata, etiam sequens motus per se cognoscetur, ita ut superfluum foret has determinationes ulterius prosequi. Omnino igitur nostra evolutio motum ostendit illi quem conjectura collegimus conformem; ita, ut hic nullum amplius dubium contra hanc solutionem moveri possit; quare cum iste casus maxime adversari sit visus, eo jam felicissime expedito, meam theoriam de chordis vibrantibus abunde extra omnem dubitationem collocasse mihi equidem videor; atque adeo spero in posterum omnibus objectionibus sufficienter esse responsum, ita, ut superfluum foret, plures adhuc casus simili modo evolvere."

§. 9.

Euler *) beschäftigte sich nun in der von ihm 1783 herausgegebenen Abhandlung noch einmal mit der Berechnung der Undulationen einer aufgespannten Saite, in dem er sich das Problem setzte: "Si initio sive dato quopiam temporis momento, cognitus fuerit status chordae, ejus scilicet figura et motus, totum motum, qui deinceps sequetur,

*) Determinatio omnium motuum, quos chorda tensa et uniformiter crassa recipere potest. Acta Petrop. pro anno 1779 Petropoli 1783.

definire, ita, ut ad quodvis aliud tempus tam figuram, quam motum chordae in singulis punctis assignare valeamus."

Er hält auch dieses Problem durch seine Abhandlung für vollkommen gelöst. Er sagt namentlich zum Schlufse: "Hoc igitur problema resolutum utique est censendum, cum quicunque etiam status chordae initio fuerit inductus; tam ex figura, quam motu initiali, per facillimas constructiones sine ullo calculo ad quodvis tempus figura, quam chorda tum est habitura, delineari possit."

Wir werden die Zeichnungeu, die man nach der von Euler hier entwickelten Formel über den Fortgang der Wellen entwerfen kann, im Abschnitte der von den sichtbaren Undulationen fester Körper handelt, mit unsern Beobachtungen vergleichen, woraus sich eine sehr merkwürdige Uebereinstimmung dieser Entwickelung mit der Erfahrung ergeben wird.

Die Berechnung der Wellenbewegung eines *frey* aufgehangenen Seiles hat noch gröfsere Schwierigkeiten, als die der Saiten. Euler hat sie, nachdem er schon früher gemeinschaftlich mit D. Bernoulli hierüber gearbeitet hatte, später noch einmal versucht. *) Allein er gesteht selbst: "quo clarius appareat, quantum etiam nunc in hoc negotio ob defectum analyseos desideretur, quando quidem vix ulla spes adhuc affulget, solutionem hujus problematis ad eum perfectionis gradum evehendi, quo motum oscillatorium chordarum definire licuit.

§. 10.

Mit mehr Erfolge scheint die Mathematik zur Aufklärung über den Vorgang der Wellenbewegung der Luft bey der Fortleitung des Schalls angewendet worden zu seyn, wie wohl auch hier die Resultate der Berechnung hinsichtlich der Geschwindigkeit der Schall-Wellen nicht mit den der Versuche stimmen wollen. Die Phänomene dieser Wellenbewegung im Einzelnen zu beobachten ist fast unmöglich,

*) De oscillationibus minimis funis libere suspensi. Acta Petrop. pro anno 1777 Petropoli 1778.

und es fehlt uns hier daher noch ein genauer Probierstein, für die Uebereinstimmung der aufgestellten Theorien mit der Erfahrung.

Euler, *) de La Grange, **) de La Place, Poisson, Biot und mehrere andere haben sich um diese Lehre grofse Verdienste erworben, und nachdem Euler die Lehre von der Wellenbewegung elastischer Flüssigkeiten auch mathematisch zur Erklärung der Lichterscheinungen verarbeitet, und Young, Fresnel und Frauenhofer durch die Erfahrung die Anwendbarkeit einer solchen Erklärung bestätigt haben, indem sie die Erscheinungen der Interferenz durch sehr feine Versuche kennen lehrten, so hat die Lehre von der Wellenbewegung eine so grofse Ausdehnung erhalten, dafs sie jetzt in sehr verschiedene physikalische Lehren eingreift.

§. 11.

Die 2te Art der Schwingung, deren unter günstigen Umständen auch viele Körper fähig sind, ist *die stehende Schwingung, oscillatio fixa.* Ihre Entstehung fordert das Zusammentreffen mehrerer Umstände, daher sie denn auch weit seltener in der Natur vorkommt, als die fortschreitende Schwingung.

Man hat sie bis jetzt fast ganz allein an tönenden Körpern genauer betrachtet, indessen ist sie nicht allein in festen und elastischflüssigen Körpern möglich, sondern, wie wir allererst gefunden haben, auch in tropfbarflüssigen.

Tönende Saiten, Scheiben, Glocken, die in Orgelpfeifen tönende Luft, etc. befinden sich in *einer stehenden Schwingung*.

*) De propagatione pulsuum per medium elasticum. Novi Commentarii Petrop. Tom. I ad annum 1747 et 1748 Petropoli 1750 p. 67. De motu aëris in tubis. Novi Commentarii Petrop. Tom. XVI pro anno 1771 Petropoli 1772. Eclaircissements sur la génération et sur la propagation du son. Mém. de l'Acad. de Berlin 1765.

Mehreres hat auch Euler über einen ähnlichen Gegenstand in seiner Schrift de lumine et coloribus gesagt.

**) Mém. sur la nature et la propagation du son. Mélanges de Philosophie et de Mathématique de la Société de Turin. Tom. II.

Sie unterscheidet sich durch folgende Umstände von der fortschreitenden Schwingung:

1) Bey *der stehenden Oscillation* eines Körpers fangen alle Puncte desselben ihre Schwingung gleichzeitig an, und vollenden sie auch in gleicher Zeit, bey der *fortschreitenden Oscillation* eines Körpers gerathen sie dagegen successiv in Schwingung, und die zuerst in Schwingung versetzten, sind die Ursache der Schwingung, in welche successiv die übrigen gerathen.

2) Bey der stehenden Oscillation eines Körpers üben alle zu einem schwingenden Körper gehörenden Puncte wechselseitig einen gleich grofsen bewegenden Einflufs auf einander aus, und deswegen ändert ein schwingender Punct durch Mittheilung von Bewegung die Schwingung benachbarter Puncte nicht ab; denn wenn jeder Punct von den ihm benachbarten Puncten so viel bewegende Kraft abgetreten erhält, als er ihnen selbst abtritt, so behält jeder Punct seine Schwingung unverändert bey; dagegen ist, wie wir gesehen haben, die Spannung zwischen den Theilchen, die zur Bildung einer *Welle* beytragen, ungleich grofs, und die *Welle* schreitet daher nach der Seite hin fort, wo die Spannung zwischen den Theilchen geringer ist, und es liegt daher der Grund, warum sich jedes Theilchen der vordern Hälfte einer Welle bewegt, in dem überwiegenden Einflufse, den jedes hinter ihm gelegene Theilchen auf dasselbe ausübt.

3) Bey der stehenden Oscillation wird daher jedem schwingenden Theile von entgegengesetzten Seiten her eine gleichgrofse Bewegung mitgetheilt, statt den Theilchen eines Körpers, welche durch eine Wellenbewegung in Schwingung kommen, von der Seite her, von welcher die Welle kommt, nicht aber gleichzeitig von der entgegengesetzten, wohin die Welle geht, Bewegung mitgetheilt wird.

§. 12.

Wir wollen diese Sätze durch Beyspiele erläutern.

Tab. I Fig. 6 ist eine zwischen A und B ausgespannte Saite, die im Zustande der Ruhe die Lage der geraden Linie A B einnimmt.

Ist aber die Saite in die Lage wie $a' b' c' .. k'$, in welcher alle Theile in gleicher Spannung seyn mögen, gebracht worden, und wird hierauf sich selbst überlassen, so fangen sich alle Theilchen gleichzeitig in der Richtung nach *abc...k* zu bewegen an, sie kommen bey dieser Bewegung gleichzeitig in der Linie AB an, und vollenden ihren Weg auch in gleicher Zeit bis *abc.....k*.

Umgekehrt treten sie von hieraus ihren Rückweg gleichzeitig an, und vollenden ihn auch bis $a' b' c' k'$ in einer gleichen Zeit, und so schwingen alle Puncte zugleich mehrmals hin und her, so jedoch, daſs die Excursionen derselben, wegen des Hindernifses, das sie durch die Friction erleiden, nach und nach kleiner werden.

Da hierbey die ganze Saite in Spannung ist, so wirken die Puncte $a' b' c' d' ... k'$ jeder auf die ihm benachbarten mit einer gewissen bewegenden Kraft, woher es denn kommt, daſs jeder Punct nicht von einer Seite her, sondern von entgegengesetzten Seiten einen bewegenden Einfluſs erfährt. Daſs dieser bewegende Einfluſs den alle Puncte auf die benachbarten Puncte ausüben, gleich sey, darüber sehe man Euler *) nach, der bey der Auflösung des Problems, das er sich gesetzt hat, die Spannung zwischen den einzelnen Puncten des Fadens *k* nennt, und als eine constante Gröſse betrachtet. Erleidet nun also der Punct *b* von *a* und *c* einen gleich grosſen bewegenden Einfluſs als der ist, welchen er selbst auf diese beyden Puncte ausübt, so bleibt seine Schwingung durch die Schwingung

*) De motu vibratorio fili flexilis quotcunque pondusculis onusti. Novi Commentarii Ac. Sc. Imp. Petrop. Tom. IX. pro annis 1762 et 1763. Petropoli 1764 pag. 216.

jener unverändert, und daher bringt die schwingende Bewegung keiner dieser Puncte eine Wellenbewegung in der benachbarten Strecke hervor.

§. 13.

Eben so verhält es sich, wenn eine Saite A′B′ Tab. I Fig. 7, in die Lage *a′b′c′d′e′*, in der, unserer Voraussetzung nach, alle Theile in gleicher Spannung sind, gebracht worden ist, und sich selbst überlassen wird; *b′* wird von den ihm benachbarten Puncten nach A′ und nach B′ zu, d. h. nach einer entgegengesetzten Richtung zugleich, jedoch auch von beyden nach abwärts gezogen. Es bewegt sich daher *b′* in der mittleren Richtung nach *b*; *d′* wird gleichfalls von den ihm benachbarten Puncten nach A′ und nach B′, zugleich aber auch von den 2 ihm zu nächst liegenden Puncten nach aufwärts gezogen, und nimmt daher den mittleren Weg nach *d*; *c* wird von dem einen ihm benachbarten Puncte in der Richtung nach A, und zugleich nach aufwärts, von dem anderen in der Richtung nach B, und zugleich nach unten gezogen, und er mufs daher, weil sich die Wirkungen dieser sich entgegengesetzten Kräfte aufheben, zum festen Puncte, zum Schwingungsknoten werden, und also unbewegt bleiben. Dafs hierbey jedem Theilchen von entgegengesetzten Seiten her eine gleich grofse bewegende Kraft mitgetheilt werde, und daher die Ausbeugungen ihren Ort nach A oder B zu nicht verlassen, haben manche Physiker z. B. *Chladni* mit dem Ausdrucke bezeichnet, die schwingenden Theile stünden unter einander *im Gleichgewichte.* Dieses Gleichgewicht beruht also auf der gleichen Spannung. Wollte man diesen Ausdruck beybehalten, so würde der Hauptunterschied zwischen der fortschreitenden und stehenden Oscillation, eben darinne liegen, dafs die schwingenden Theile bey der fortschreitenden Oscillation unter einander nicht im Gleichgewichte stünden.

Das Hindernifs, warum bey *der stehenden Schwingung* die Schwingung jedes einzelnen Theilchens nicht sichtbar

auf die benachbarte Strecke desselben Körpers fortschreite, liegt also in der Schwingung der andern Theile dieser Strecke.

§. 14.

Es giebt aber den von uns gemachten Erfahrungen zu Folge 2 Wege, auf welchen eine stehende Oscillation eines Körpers herbeygeführt werden kann.

Der erste, indem man alle einzelnen Theile eines zu einer Schwingung tauglichen Körpers gleichzeitig so in Bewegung setzt, daſs alle zugleich in Schwingung gerathen, und, wegen ihrer gleichen Spannung, sich gegenseitig in ihrer Schwingung nicht stören, und dieselbe auch in gleicher Zeit vollenden, und von neuem beginnen.

Hierzu reicht oft hin, daſs alle Theilchen des schwingenden Körpers in eine bestimmte Lage, und zwar in eine solche genöthigt werden, die sie von selbst zu gleicher Zeit, und mit gleicher Kraft zu verlassen streben, und dadurch in eine Schwingung gerathen, die die Eigenschaften der stehenden Oscillation hat. Daher wurde die Saite A B Tab. I Fig. 6 als aus ihrer ruhigen Lage in die Lage $a' b' c' \ldots k'$ genöthigt, gedacht um in eine stehende Oscillation gerathen zu können. Dieser Weg *stehende Oscillationen* zu erregen, ist vorzugsweise von den Mathematikern berücksichtigt, und dem Calcul unterworfen worden. Den meisten über die Entstehung und Fortsetzung stehender Oscillationen ausgeführten Berechnungen, liegt die Annahme zum Grunde, daſs die Theilchen eines der Oscillation fähigen Körpers sich in einer Stellung befinden, wo zwischen allen Theilchen eine gleiche Spannung statt findet, und die sie gleichzeitig zu verlassen streben.

Aber dieser Weg stehende Oscillationen zu erregen kommt in der Wirklichkeit nur selten vor. Man schlägt eine Glocke nur an einem einzelnen Puncte, wenn sie tönen soll, keineswegs kann man alle Puncte derselben

gleichzeitig aus ihrer Lage bringen. Der Akustiker, welcher auf klingenden Scheiben Klangfiguren hervorbringen will, hält dieselben an einer bestimmten Stelle fest, berührt sie an einer oder mehreren andern leise mit dem Nagel, und streicht an einer dritten bestimmten Stelle mit dem Violinbogen. Was nun dieses Berühren der Scheiben mit dem Nagel bewirke, und durch welchen Vorgang überhaupt unter diesen Umständen stehende Oscillationen (welche bestimmte Klangfiguren veranlassen) entstehen, hat noch kein Mathematiker ausgemittelt.

§. 15.

Diese Erfolge erklären sich durch den 2ten Weg stehende Oscillationen zu erregen, der in der Wirklichkeit weit häufiger, als der erstere, vorkommt, aber bis jetzt fast ganz aus den Augen gelassen worden ist, und auf welchen wir die Physiker und Mathematiker aufmerksam zu machen wünschen.

Dieser 2te Weg beruhet nämlich darinne, dass, indem mehrere gleich breite Wellen, deren Breite einem aliquoten Theile der schwingenden Linie oder Fläche gleich kommt einander in entgegengesetzter Richtung, und mit gleicher Kraft begegnen, sie durch ihren wechselseitigen Einflufs auf einander ihre fortschreitende Schwingung in eine stehende verwandeln.

§. 16.

An einem an beyden Enden befestigten Seile (welches der leichteren Beobachtung wegen hinreichend lang und dick, und nicht zu sehr gespannt seyn mufs) A B Tab. I Fig. 7 wird durch einen plötzlichen Stofs nach aufwärts die Welle *a b' c* erregt, welche nach Verlauf eines gewissen 1ten Zeitraums nach *d* fortschreitet, und dann als die mit Puncten angegebene Ausbeugung *c d e* erscheint, nach Verlauf eines 2ten gleichgrofsen Zeitraums ist die Welle *c d e* am Befestigungspuncte B abgeprallt, nimmt hierbey

die Lage *c d' c* an und hat das Bestreben nach A fortzuschreiten. Ist nun genau in demselben Zeitraume eine neue Welle *a b' c* durch einen nach aufwärts gerichteten Stoss erregt worden, welche nach B fortzurücken strebt, so stoſsen die beyden Wellen *a b' c* und *c d' e* bey *c* auf einander. Der Punct *c* wird durch den entgegengesetzten Einfluſs beyder Wellen auf ihn unbeweglich, denn die Welle *a b' c* zieht ihn mit einer gleich groſsen Kraft nach aufwärts, als die Welle *c d' e* nach abwärts. Er kann sich daher weder nach aufwärts noch nach abwärts bewegen, sondern wird fest wie die Puncte A und B. So wie nun der Erfahrung gemäſs die Wellen, wenn sie an die festen Puncte A und B anprallen, von ihnen zurückgeworfen werden, und dabey eine umgekehrte Lage annehmen, so daſs, wenn ihre Ausbeugung vor dem Anprallen nach aufwärts gerichtet war, sie nach dem Abprallen nach unten gekehrt ist, eben so prallt die Welle *a b' c* die nach B fortschreitet, und die Welle *c d' e* die nach A fortrückt, von dem beyden gemeinschaftlichen festen Puncte *c* ab und nimmt dabey die umgekehrte Lage an.

§. 17.

Auf eben dieselbe Weise entstehen 2, 3, 4, und mehr Schwingungsknoten, wenn die Breite der erregten Wellen nicht dem 2ten, sondern dem 3ten, 4ten, 5ten, oder irgend einem aliquoten Theile des Seiles an Gröſse gleich kommt, und solche Wellen in regelmässigen Zeitabschnitten hinter einander erregt werden, deren Dauer den Zeitabschnitten entspricht, in welchen eine Welle, um 2mal so viel als ihre Breite beträgt, weiter rückt.

Tab. I Fig. 8 (1) AB stellt ein aufgespanntes Seil vor, an dem bey B eine Welle *a* erregt wird, die so breit ist, als der 4te Theil des ganzen Seiles lang ist. In einem 2ten Zeitraume (2) schreitet nun die Welle *a* um soviel als ihre Breite beträgt fort, und nimmt die in A B abgebildete Lage ein. Nach Verlauf eines dritten gleichgrossen Zeit-

raumes (3), während die Welle *a* 2mal so viel als ihre Breite beträgt fortgeschritten ist, ist am befestigten Ende B die neue Welle *b* erregt worden. Die Wellen *a* und *b* sind dann um so viel als die Breite einer solchen Welle beträgt von einander entfernt, und rücken in einem 4ten Zeitraume (4), gleichfalls jede um so viel als ihre Breite beträgt vorwärts, wobey denn die Welle *a* am befestigten Ende A ankommt. Nach einem 5ten gleichgrossen Zeitraume (5), ist *a* am Befestigungspuncte A abgeprallt, und hat, der von uns aufgefundenen Regel gemäfs, die umgekehrte Lage angenommen, wie sie bey A dargestellt ist, *b* aber, welches vorher um die Breite einer Welle von *a* entfernt war, trifft nun bey *x* auf *a*, und *x* wird dadurch, dafs es von *b* nach oben, von *a* nach unten mit gleicher Kraft gezogen wird, zu einem *unbeweglichen Puncte*, an dem beyde Wellen ebenso gut abprallen und zurückgeworfen werden müssen, als an befestigten Puncten. Zugleich ist am Ende B die neue Welle *c* erregt worden. In einem 6ten gleichgrofsen Zeitraume (6) prallen demnach die Wellen *a* und *b* von einander ab, wobey der Punct *x* unbeweglich bleibt und daher zum Schwingungsknoten wird.

So wie eine Welle beym Abprallen am befestigten Ende des Seils ihre Lage umkehrt, so auch beyde Wellen *a* und *b*, indem sie hier von einander abprallen; *a* wendet daher bey AB seine Krümmung nach aufwärts, statt sie vorher nach abwärts gekehrt war, *b* kehrt daher bey A B seine Krümmung nach abwärts, statt sie vorher nach aufwärts gerichtet war, *a* strebt sich dabey nach A, *b* nach B zu bewegen, statt beyde ehe sie von einander gegenseitig abprallten die umgekehrte Richtung hatten. Während aber *b* abgeprallt ist, kommt ihm die Welle *c* entgegen und trifft in dem nämlichen Zeitraume bey *y* auf *b* in umgekehrter Richtung. Im 7ten Zeitraume (7) prallt daher die Welle *a* von dem befestigten Puncte A ab, zugleich prallen *b* und *c* bey *y* von einander ab, und nehmen eine umgekehrte Lage an, und in dem sich hierauf *c* in der Richtung nach B (7) zu bewegen strebt, begegnet *c* der in diesem Zeitraume

neu erregten Welle *d* bey *z*. Von nun an begegnen sich immer 2 Wellen in entgegengesetzten Richtungen. Im 8ten Zeitraume (8) prallt *a* an dem Befestigungspuncte A an, *b* und *c* prallen in *y* gegen einander, *d* aber prallt an B an; im 9ten Zeitraume nehmen daher alle Theile wieder die Lage an, die sie im 7ten Zeitraume hatten. Unter allen diesen Umständen bleiben die Puncte *x*, *y*, *z* feste Puncte, weil sich in ihnen entgegengesetzte bewegende Kräfte aufheben.

Man kann diese Erfolge durch Versuche leicht bestätigen, wenn man ein langes Seil an seinem einen Ende befestigt, an dem andern in der Hand hält, und durch eine schnelle kreisförmige Bewegung der Hand rotatorische Wellen von der bestimmten Breite und in den bestimmten Zwischenräumen der Zeit erregt, wo es sehr leicht ist die groſsen fortschreitenden Oscillationen sich in stehende verwandeln zu sehen, und die Zahl der Schwingungsknoten, welche zum Vorschein kommen soll, voraus zu bestimmen. Wir deuten das hier nur an, wir werden, wenn wir von den wahrnehmbaren Schwingungen fester Körper handeln, auf diesen Gegenstand zurückkommen, und zeigen, daſs sich auf dieselbe Weise Schwingungsknoten bey longitudinalen Schwingungen bilden. Auch die stehende Schwingung der tropfbaren Flüssigkeiten entsteht, wie wir Abth. II. aus einander setzen, gleichfalls aus denselben Ursachen.

Es ist aber zu verwundern, daſs man bis jetzt noch nicht auf den Gedanken gekommen ist, den Ursprung der stehenden Oscillation, und namentlich die Entstehung der Schwingungsknoten und Knotenlinien, aus der fortschreitenden zu erklären, da doch schon Bernoulli zuerst, und nachher auch Euler durch den Calcul gezeigt haben, daſs sich die fortschreitende Oscillation einer aufgehangenen mit vielen gleichweit von einander abstehenden Gewichten beschwerten Schnur, endlich von selbst in eine stehende Oscillation verwandeln müſse, d. h. in eine solche stehende Schwingung, welche mit der Schwingung eines einfachen

Pendels übereinkommt. So sagt BERNOULLI *) zu Ende seiner Abhandlung: "Sic igitur problemati nostro secundum totam ejus extensionem satisfactum est, indeque simul illustratum atque confirmatum puto sententiam nostram in omni *systemate oscillationes compositas*, quarum singularum duratio et excursionis magnitudo a se invicem pendent, utcunque statim sint inaequales et perturbatae, *tandem fieri uniformes et inter se tautochronas:* saltem hoc certum est, posse singularum oscillationum excursionibus talem assignari proportionem, sive excursiones istae majores sive minores sint per se, ut, cum singulae simul incipiant, simul etiam finiantur, atque sic constanter inter se tautochronae permaneant.

§. 18.

Es wird später gezeigt werden, dafs die Oscillationen nach Verschiedenheit der Richtung der Bahn, welche jedes kleine Theilchen eines schwingenden Körpers während der Schwingung durchläuft, entweder eine longitudinale, oder transversale, oder drehende (rotatorische) Schwingung seyn könne. Bey der longitudinalen Schwingung, welche unser berühmter Landsmann Chladni zuerst entdeckt hat, bewegen sich die schwingenden Theilchen in der Richtung des längeren Durchmessers eines schwingenden Körpers hin und her, hierher gehört die Schwingung der tönenden Luft in einer Orgelpfeife; bey der transversalen Schwingung bewegen sich die schwingenden Theilchen in der Richtung des kürzeren Durchmessers des schwingenden Körpers hin und her, z. B. bey Saiten, die auf die gewöhnliche Weise schwingen; bey der drehenden Schwingung befinden sich die schwingenden Theilchen in einer drehenden Bewegung.

Gerade so wie das von den stehenden Oscillationen schon bekannt ist, so findet dasselbe auch bey den fort-

*) Commentationes de oscillationibus compositis praesertim iis quae fiunt in corporibus ex filo flexili suspensis. Commentar. Petrop. Tom. XIII ad annum 1740 Petropoli 1750.

schreitenden Schwingungen statt, die man auch in *longitudinale, transversale, und drehende* eintheilen kann.

Ein Beyspiel von den fortschreitenden longitudinalen Schwingungen, geben die Schallwellen, ein Beyspiel von den transversalen fortschreitenden Wellen, liefern die angeführten Wellen eines Seils, oder einer Saite, ein Beyspiel von den drehenden fortschreitenden Wellen, giebt ein an seinem einen Ende befestigtes Seil, dessen anderes Ende man mit der Hand hält. Man theilt so dem Seile durch die Hand eine schnelle drehende Bewegung mit, die dann sogleich an diesem Seile, vielmal hin und herläuft. Diese letzteren Wellen sind vorzüglich geeignet die Entstehung stehender drehender Oscillationen durch die Begegnung der so erregten Wellen augenscheinlich zu machen, und auch die Schwingungsknoten im Groſsen sichtbar zu machen. Es ist den, welche Physik vortragen, sehr zu empfehlen, um ihren Zuhörern eine Vorstellung von den Schwingungsknoten zu geben sich dieser Methode statt der Papierstückchen, die man auf die Schwingungsknoten schwingender Saiten hängt, zu bedienen.

§. 19.

Die Schwingungen kommen aber in der ganzen Natur in festen, tropfbarflüssigen, und elastischflüssigen Körpern vor, und können von der äuſsersten Kleinheit und Geschwindigkeit, bey der sie unsern Sinnen unwahrnehmbar sind, bis zu der ungeheuersten unübersehbaren Gröſse wachsen, und mit einer Langsamkeit vollbracht werden, daſs sie uns wieder aus diesem entgegengesetzten Grunde unwahrnehmbar werden.

§. 20.

In dieser Rücksicht stehen die Schwingungen in einem 3fachen Verhältniſse zu unserm sinnlichen Erkenntniſsvermögen.

Sie sind nämlich entweder grofs genug, und geschehen langsam genug, um als Veränderungen an den Körpern mittelst einiger Sinne in ihrem ganzen Vorgange wahrgenommen werden zu können. So die Wellen des Wassers und Quecksilbers, die Wellen an langen Seilen, an langen dünnen Stäben, an ausgespannten Tüchern, die man durch das Auge vermittelst des Lichtes beobachten kann.

Oder sie sind zu klein, und werden zu schnell vollbracht, oder schreiten zu schnell fort, um noch Eindrücke auf unsere Sinne zu machen, die die Seele deutlich von einander unterscheiden, und so jede einzelne Schwingung oder Welle in ihrem ganzen Vorgange wahrnehmen könnte. In diesem 2ten Falle machen daher mehrere Oscillationen oder mehrere Undulationen einen einzigen gemeinschaftlichen verworrenen Gesammteindruck auf besonders hierzu organisirte Sinnorgane unseres Körpers, und werden die Ursache von eigenthümlichen Empfindungen, die uns keine Vorstellung von den kleinen und schnellen Schwingungen verschaffen, durch die die Empfindungen veranlafst werden. So veranlafsen die schnellen Undulationen der Materie die Empfindung des Schalls und seiner Modificationen, der Töne, und die Seele ist sich des wahren Vorgangs bey der Wahrnehmung der Töne so wenig bewufst, dafs man sich der Musik lange gefreuet haben kann, ohne zu wissen, dafs es Erzitterungen der Körper sind, die uns dieses Vergnügen verschaffen. Noch schnellere Undulationen der Materie werden die Ursache der Empfindung des Lichtes, und seiner Modificationen, der Farben. Allein so wie die Schwingungen der tönenden Körper nicht im Auge, und die Schwingungen, die die Ursache des Lichtes sind, gar nicht im Ohr wahrgenommen werden können, so giebt es eine unendliche Menge von Schwingungen, die für keinen Sinn mehr wahrnehmbar sind, z. B. Schwingungen die schneller geschehen, als die bey den höchsten noch wahrnehmbaren Tönen erfolgenden Schwingungen. So hat ja Wollaston gefunden, dafs manche Menschen das Zirpen gewifser Heupferde nicht mehr wegen der zu grofsen Höhe der

Töne wahrnehmen können, was andern Menschen noch möglich ist zu hören. Diese Schwingungen, die also gar nicht mehr sinnlich erkannt werden können, stehen in einem 3ten Verhältnifse zu unserm sinnlichen Erkentnifsvermögen, und so entsteht dieses 3fache Verhältnifs der Schwingungen zu unserm sinnlichen Erkentnifsvermögen, in dem sie entweder mittelst gewifser Sinne in ihrem ganzen Vorgange deutlich wahrgenommen werden, oder in gewifsen Sinnorganen durch den verworrenen Eindruck mehrerer Schwingungen eigenthümliche Empfindungen hervor rufen, und dadurch Bedingungen der Möglichkeit gewifser Sinne werden, oder endlich gar nicht mehr wahrgenommen werden können.

Erster Hauptheil.

Ueber die Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten.

Erste Abtheilung.

Ueber die fortschreitende Schwingung oder über die Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten.

Abschnitt I.

Ueber die Erregung der Wellen überhaupt.

§. 21.

Jeder Entstehung von Wellenbewegung in tropfbaren Flüssigkeiten geht eine Störung des Gleichgewichtes, in welchem sich die Theilchen der Flüssigkeit entweder vollkommen oder unvollkommen befinden, voraus.

War das Gleichgewicht der Theilchen der Flüssigkeit unter einander schon vorher auf irgend eine Weise gestört, wie z. B. in einer Flüssigkeit, die sich schon in Wellenbewegung befindet, oder in strömender Flüssigkeit; so kann das relative, oder unvollkommene Gleichgewicht, in welches sich die Theilchen, so weit es die Umstände erlauben, immer zu setzen suchen, durch neue Einwirkungen noch mehr gestört werden.

Das Gleichgewicht kann aber in einer Flüssigkeit auf doppelte Weise aufgehoben werden, entweder so, daſs die Ursache, die das Gleichgewicht stört, auf die ganze Flüssigkeit *gleichzeitig* und *gleichförmig* wirkt, und dadurch in ihr eine Schwankung hervorruft, oder so, daſs sie auf die verschiedenen Theile einer Flüssigkeit ungleichzeitig oder ungleichförmig wirkt, und dadurch eine Wellenbewegung hervorruft.

Wir werden in der Folge zeigen, dafs jede vollkommene Schwankung einer tropfbaren Flüssigkeit eine stehende Oscillation der ganzen Flüssigkeit ist.

§. 22.

Die Ursachen, welche Wellen in ruhender Flüssigkeit erregen sollen, müfsen immer Bewegung in derselben anfangen. In bewegter Flüssigkeit dagegen erregen auch Ursachen, die die Bewegung derselben theilweise aufheben, Wellen.

Die bewegenden Kräfte, welche Wellen erregen, wirken häufig so, dafs sie den Druck, den die Theilchen der Flüssigkeit nach allen Richtungen gegen einander ausüben, in einer, oder in mehreren Richtungen theilweise verstärken.

Es giebt indessen auch Fälle, in welchen Wellen dadurch entstehen, dafs der statische Druck aufgehoben wird, den gewifse an der Oberfläche der Flüssigkeit gelegene Flüssigkeitstheilchen auf die tiefer gelegenen ausüben.

So entstehen Wellen, wenn man den befeuchteten Finger der Oberfläche einer Flüssigkeit ganz allmählig nähert, in dem Augenblikke, wo die Flüssigkeit durch die Kraft der Adhäsion von dem befeuchteten Finger angezogen und festgehalten wird, wodurch nothwendig der Druck aufgehoben werden mufs, den die angezogenen Flüssigkeitstheilchen vorher auf die unter ihnen befindlichen Flüssigkeitstheilchen ausübten.

§. 23.

Eine Bewegung, welche das Gleichgewicht der Theilchen einer Flüssigkeit längere Zeit hindurch *stetig*, und mit unveränderter Kraft an einem und demselben Orte der Flüssigkeit stört, kann nur bey dem Anfange ihrer Einwirkung, und beym Aufhören derselben, Wellen erregen.

Wenn man z. B. durch einen an seiner Spitze fein geöffneten Papiertrichter, den man mit Quecksilber angefüllt hat, einen gleichförmigen Strom Quecksilber in ein mit

Quecksilber gefülltes Gefäfs senkrecht gehen läfst, so erregt dieser Strom nur bey seinem ersten Auftreffen auf die Oberfläche, Wellen; während der Strom fortdauert, bleibt die Oberfläche eben; und erst wenn der Strom aufhört zu fliefsen, bewirkt der letzte Theil desselben von neuem sichtbare Wellen.

Wenn man nämlich Quecksilber tropfenweis auf eine Quecksilberfläche fallen läfst, folgen die Wellen desto dichter, auf einander je dichter die Tropfen hinter einander auf dieselbe Stelle niederfallen. Ist daher die Aufeinanderfolge der fallenden Tropfen sehr schnell, so werden die erregten Wellen durch so geringe Zwischenräume getrennt, dafs es schon kaum noch möglich ist einzelne Wellen zu unterscheiden. Fällt nun endlich das Quecksilber gar nicht mehr in Tropfen in das mit Quecksilber gefüllte Gefäfs herab, sondern fliefst es in einem gleichförmigen Strome herab, so werden die Wellen durch gar keine Zwischenräume mehr von einander getrennt, d. h. es entstehen dann gar keine Wellen mehr, sondern die ganze Oberfläche des Quecksilbers erhebt sich gleichförmig desto mehr, je näher sie dem Orte liegt, wo der Quecksilberstrom auftrifft.

Abschnitt II.

Ueber die Erscheinungen, welche bey Wellen wahrgenommen werden, deren erregende Ursachen auf die Wellen zu wirken fortfahren, namentlich über die unter dem Einflufse des Windes entstehenden Wellen.

Erregung, Vergrösserung, Höhe über der Oberfläche, Hinabreichen in die Tiefe, Kraft und Geschwindigkeit der unter dem Einflufse des Windes stehenden Wellen.

§. 24.

Diese Classe von Wellen erregenden Ursachen, giebt nicht nur die Veranlassung zur Entstehung von Wellen,

sondern verändert auch nachher, fortdauernd ihre Gestalt und Geschwindigkeit. Dadurch werden diese Wellenerscheinungen so verwickelt, daſs es vergeblich seyn würde, aus ihrer Zusammenstellung eine erfahrungsmäſsige Grundlage für eine Theorie der Wellen gewinnen zu wollen. Die wichtigsten Data zu einer Theorie der Wellen, liefert vielmehr die 2te Classe von Wellenerregenden Ursachen, welche nur augenblicklich wirkt, und die erzeugten Wellen sich dann ungestört überläſst. Man hat aber bis jetzt, durch die Schiffarth veranlaſst, diesen verwickelten Wellenerscheinungen mehr Aufmerksamkeit geschenkt, als den einfachen. Jene drängen sich dem Menschen durch gelegentlich gemachte Erfahrungen selbst auf, diese kann man nur auf dem Wege des Versuchs kennen lernen. Jene verwickelten, namentlich durch den Wind hervorgebrachten, Wellenerscheinungen, sind daher schon allgemeiner bekannt als diese. Ob man es daher gleich bey einer wissenschaftlichen Anordnung gewöhnlich für nothwendig hält, von einfacheren Erscheinungen zur Betrachtung der mehr zusammengesetzten fortzugehen, so schien es uns doch hier zweckmäſsig das bekanntere vorauszuschicken, und dadurch Interesse für die feineren Versuche zu erregen, welche wir zur Begründung einer Theorie der Wellen angestellt haben. Wir werden daher hier nur eine Zusammenstellung dessen geben, was man über die durch den Wind erregten Wellen weiſs, und was wir hierüber, durch unsere Beobachtungen auf Seen und auf dem Meere selbst erfahren haben, ohne sogleich eine gründliche Erklärung beyzufügen, die erst, wenn man eine vollständige Theorie der Wellen besitzt, gegeben werden kann.

§. 25.

Die Luftstöſse scheinen meistens unter einem sehr spitzen Winkel auf das Wasser aufzutreffen, und bringen in demselben eine doppelte Wirkung hervor, in dem sie es theils nieder drücken, theils in der Richtung, in der sie sich selbst bewegen, fortschieben, was man sich durch die

Zerlegung der einfachen Kraft in eine horizontal und vertical wirkende, leicht erklären kann. FRANKLINS Hypothese über den Vorgang, wenn sich der Wind am Wasser reibt und Wellen erregt, hat viel für sich. Sie läſst sich etwa folgender maſsen darstellen: die Luft wird von dem Wasser angezogen, wie man daraus sieht, daſs alles Wasser Luft in sich schlieſst, und sie, wenn sie aus ihm durch Kochen ausgetrieben worden ist, begierig wieder einsaugt.

Deswegen haftet sie auch an dem Wasser, über dem sie hinstreicht, und schiebt die Theilchen, die sie an der Oberfläche berührt, mit fort. Diese aber hängen selbst wieder mit den unter ihnen gelegenen Wassertheilchen zusammen, und werden daher durch sie etwas zurück gehalten, und müſsen diesen deswegen einen Theil ihrer Bewegung mittheilen, und können folglich der Luft nicht mit gleicher Geschwindigkeit folgen. Die Luft reiſst sich also, wenn der Druck der nachfolgenden Luft einen gewiſsen Grad erreicht hat, von den Wassertheilchen los, an den sie haftete, und gleitet über das Wasser hin, bis die Spannung so vermindert ist, daſs die Luft von neuem, während sie sich nur langsamer fortbewegt, am Wasser zu haften anfängt, und sich die erwähnte Erscheinung wiederholt.

Hierdurch wird allerdings erklärlich, warum die über das Wasser hinstreichende Luft *ruckweise* das Wasser stöſst und davon abgleitet, und dadurch eine groſse Menge ganz kleiner Unebenheiten auf dem Wasser hervorbringt. Durch diese Reibung der Luft an dem Wasser entstehen aber nur die *allerkleinsten* Wellen, welche das Wasser der Eigenschaft zu spiegeln berauben, und selbst die Oberfläche gröſserer Wellen bedecken.

§. 26.

Durch das Auffallen eines ganzen Luftstoſses auf die Wasserfläche und sein abwechselndes Abgleiten kann aber auch gleichzeitig das Wasser in einem schon beträchtlicheren Umkreise abwechselnd niedergedrückt, und das benach-

barte Wasser zu steigen genöthigt, und so Wellen von ursprünglich bedeutenderer Gröſse erregt werden.

§. 27.

Jeder einzelne augenblickliche Stoſs auf einen Theil der Oberfläche einer Flüssigkeit aber veranlaſst aus Gründen, die später entwickelt werden sollen, eine *kreisförmige Welle*, und *so erregt denn auch der über das Wasser streichende Wind zuerst eine unendliche Menge von fast kreisförmigen Wellen, die von den Puncten ausgehen, auf die er vorzüglich stark stöſst oder drückt.*

§. 28.

Vier Ursachen sind es, von den die Vergröſserung der Wellen abhängt, und durch welche sie bis zu der unglaublichenGröſse wachsen, die sie auf demOceane erhalten: 1) die fortgeſetzte Wirkung des Windes auf diejenigen Wellenstücken, welche in der Richtung des Windes fortgehen, 2) die Vereinigung mehrerer nach einer gemeinschaftlichen Richtung fortschreitender, kleinerer Wellenstücken zu einer gröſseren Welle, 3) der Druck, durch welchen jede vorausgehende Welle die ihr zu nächst nachfolgende unterstützt und vergröſsert, oder auch neue Wellen hinter sich erregt, 4) die Durchkreuzung von Wellen, die in entgegengesetzter Richtung fortgehen.

§. 29.

Wenn sich die durch den Wind erregten kreisförmigen Wellen durch ihr Fortschreiten in immer gröſsere Kreiſe ausbreiten, so gehen die Kreisstücken derselben theils in der Richtung des Windes selbst fort, theils müſsen andere dem Winde entgegen gehen, noch andere haben den Wind während ihres Fortschreitens halb. Die Wellenstücken, welche mit dem Winde gehen, werden von ihm bedeutend verstärkt, und zwar desto mehr, je vollkommener ihre Bewegung mit der Richtung des Windes übereinstimmt, die dagegen, welche ihm entgegen kommen, werden von ihm allmälig niedergedrückt, die Wellen-

theile, welche eine mittlere Richtung haben, erfahren auch *die mittlere* Wirkung von diesen beyden.

Die Ursache hiervon ist folgende: Es wird unten §. 128 gezeigt, dafs die *vordere Hälfte* eines Wellenstücks (welche dahin gerichtet ist, wohin die Welle fortgeht) *im Steigen*, die *hintere* Hälfte desselben dagegen im *Niedersinken* begriffen ist, und dafs die *vordern* Hälfte *desto* schneller und höher steigt, *je* schneller und tiefer die *hintere* Hälfte zu sinken genöthigt wird.

Dieses vorausgesetzt, begreift man, dafs dem Winde von den Wellen, die mit ihm gehen, die *sinkende hintere Hälfte zugewendet*, die *steigende vordere Hälfte abgewendet* ist. Der Wind, weil er auf die Fläche des hintern Wellenabhangs fast vertical auffällt, beschleunigt dadurch das Sinken derselben, hindert aber das Steigen der vordern Hälfte weniger, weil er unter einem spitzen Winkel über die Fläche derselben hingeht. Folglich wird die Welle in jedem Momente an Gröfse zunehmen, denn die Welle wird durch den Stofs des Windes auf ihr Hintertheil mehr verstärkt, als sie durch den Druck des Windes auf das Vordertheil niedergehalten wird.

Umgekehrt verhält es sich mit den Wellen, die dem Winde entgegenkommen. Sie wenden dem Winde ihre vordere *steigende* Hälfte zu, kehren die hintere, sinkende, ab. Der Wind hemmt also das Steigen der vorderen Hälfte, auf deren Oberfläche er fast vertical auftrifft, befördert aber das Sinken der hintern Hälfte weniger, weil er unter einem spitzen Winkel darauf wirkt. Die Welle mufs daher unter diesen Umständen in jedem Momente der Zeit an Gröfse abnehmen. Dieses ist bey steilen Wellen auch noch mehr dadurch der Fall, weil die dem Winde zugekehrte Seite der Welle die entgegengestzte vor dem Einflufse des Windes schützt.

In den Wellenstücken, die mit dem Winde fortgehen, summiren sich also gleichsam die einzelnen Windstöfse, die sie nach und nach erhalten.

Franklin vergleicht diese Vergröſserung der Wellenstücken durch die fortgesetzte Wirkung des Windes sehr scharfsinnig mit der Erfahrung, daſs man eine groſse aufgehängte Glocke, in dem man sie in bestimmten Zwischenräumen mit einem Finger stöſst, nach und nach in eine Schwingung bringen kann, die, wenn die Glocke längere Zeit hindurch so oft sie sinkt nach abwärts gestoſsen wird, den höchsten Grad der Höhe und Kraft erhält, deren die Glocke fähig ist, und der der ganze Körper nicht mehr zu widerstehen im Stande seyn würde.

Diese Vergleichung erläutert den Vorgang, wie der Wind die mit ihm gehenden Wellen verstärke; kehrt man die Vergleichung um, so kann man sich deutlich machen, wie der Wind die ihm entgegengehenden Wellen schwäche. Eben so nämlich, als wenn man der schwingenden Glocke, jedesmal wenn sie steigt durch einen nach abwärts gerichteten Druck ein Hinderniſs entgegensetzt.

Aus dem vorausgeschickten erkennt man nun auch woher es kommt, daſs man auf Teichen, Seen, und auf dem Meere immer Wellenstücken nach allen möglichen Himmelsrichtungen fortschreiten sieht, so jedoch, daſs sie um desto kleiner sind je mehr sie dem Winde selbst entgegengehen, mit Ausnahme der Stellen, die durch das hohe Ufer vor dem Winde zum Theil geschützt sind.

Hieraus erklärt sich auch die auf den ersten Anblick auffallende Erscheinung, die jeder an Seeküsten zu beobachten Gelegenheit hat, und deren Bremontier unter andern gedenkt, daſs nämlich auch dann, wann der Wind vom Ufer gegen das hohe Meer wehet, die gröſseren, in der Nähe des Ufers befindlichen Wellen sich dem ungeachtet immer vom offnen Meere her gegen das Ufer in einer dem Winde entgegengesetzten Richtung bewegen. Wir selbst hatten, als wir im Sommer 1822, um unsere Untersuchung über die Wellen zu vervollständigen, eine Reise nach Italien unternahmen, Gelegenheit, diese Bemerkung im Meerbusen von Triest zu bestätigen. Wir waren mit widrigem Winde von Venedig nach Triest gesegelt, der sich nach unserer Ankunft noch

mehr verstärkte, und von den Gebirgen kam, die fast bis an das Ufer reichen. Dem ungeachtet bewegten sich die ziemlich grofsen Wellen von der offnen See gegen das Ufer, also dem Winde gerade entgegen. Die gröfseren Windstöfse haben nämlich zu den vom Ufer entfernteren Strecken des Meeres einen freyeren Zugang als zu dem dem Ufer näheren Theile desselben, und die Puncte, auf welche die Windstöfse mit ihrer ganzen Kraft einwirken, werden zu Mittelpuncten, von welchen grofse Kreiswellen ausgehen, die sich *nach* allen Richtungen und also auch nach dem Ufer fortbewegen.

§. 30,

Da der Wind zur Vergröfserung der Theile der Wellen um so mehr beyträgt, je mehr die Richtung, in der sich die Wellentheile bewegen, mit der seinigen übereinstimmt, so vereinigen sie sich bald zu gröfseren Wellen, die nicht mehr die Gestalt eines Kreises haben.

Wenn *a b c d* Tab. I Fig. 9 vier kreisförmige Wellen sind, die durch die Stöfse des Windes erregt wurden, so stellen die Kreisbögen *e f g h* die durch den Wind vorzüglich verstärkten Wellenstücken dar, nachdem sie um ein Stück fortgeschritten sind. Die Puncte *i k l m n o p q* an den unterbrochen lineirten Kreisbogen werden durch den Wind gar nicht verstärkt, und verschwinden daher wie alle Wellen, welche sich allein überlassen sind, bald. Die Puncte *r s t u* an den punctirten Bogen werden von dem Winde, dem sie gerade entgegengehen, noch früher ganz niedergedrückt. Die vereinigten, durch den Wind an Höhe und Breite vergröfserten Wellenstücken *e f g h* stellen nun durch ihre Vereinigung eine grofse Welle dar. Diese grofse Welle zeichnet sich um so mehr aus, da sie auf eine doppelte Weise vergröfsert worden ist, durch den fortdauernden Einflufs des Windes, und durch die Vereinigung mehrerer Wellenstücken mit einander. Es wird von uns §. 160 durch Versuche gezeigt, dafs, wenn 2 gleichgrofse Wellenstücken in entgegengesetzter Richtung an einem Orte zusammentreffen, die Stelle der Durchkreuzung *fast*

noch einmal so hoch ist, als jedes der beyden Wellenstücken allein. In geringerem Grade zwar, dennoch aber merklich, vergröſsert sich eine Welle, die sich mit einer andern in gleicher Richtung fortschreitenden vereinigt.

Folgende Erfahrung giebt einen Beleg für die Wahrheit dieses Satzes.

Wenn man einen in Wasser eingetauchten, so eben herausgezogenen, Körper z. B. ein Ruder über die Oberfläche des Wassers in einer geraden Linie hinbewegt, so läuft das Wasser von dem Körper herab, und fällt ziemlich regelmäſsig in einzelnen Tropfen bey a b c ... Tab. I Fig. 10 in das Wasser. Von jedem dieser Puncte gehen daher einige schmale concentrische Kreiswellen, die sich immer mehr und mehr ausdehnen, aus. Die Wellen, welche die zuerst hereingefallenen Tropfen verursacht haben, sind schon sehr ausgedehnt, während die von den nachfolgenden Tropfen erregten desto kleiner sind, je später die Tropfen in das Wasser fielen. Diese regelmäſsig an Gröſse abnehmenden kreisförmigen Wellen schneiden sich in den Linien no und pq und bilden dadurch 2 *gröſsere gerade Wellen,* die man noch lange fortschreiten sieht, wenn die Wellenstücken bey r s t u verschwunden sind.

Auf den Meeren haben die langen Wellen, die durch die Vereinigung vieler kleineren Wellen entstehen, nicht eine gleiche Länge. Nach Hrn. Bremontier sind sie desto länger, je ausgedehnter und tiefer ein Meer ist. Nach Otto sind sie im Biscaischen Meerbusen und auf dem Oceane zwischen Amerika und Europa sehr lang, und nach Pisonsky sind sie in der Ostsee kürzer als in der Nordsee.

§. 31.

Wir haben zuerst die Entdeckung gemacht, *daſs eine Welle, wenn das Wasser hinter ihr eben ist, während sie fortschreitet, an dem Orte den sie verläſst eine neue Welle erregt, daſs diese neuentstandene Welle, wenn sie auch um so viel, als ihre Breite beträgt, fortgerückt ist, wieder eine neue Welle hinter sich entstehen macht, die nachdem sie*

auch um so viel als ihre Breite beträgt weiter gegangen ist, ebenfalls hinter sich die Entstehung einer 3ten *Welle bewirkt, und dafs auf diese Weise hinter jener ersten Welle* 30 — 40 *neue Wellen nachgebildet werden können, die alle in derselben Richtung fortschreiten als die erste Welle. Dieses geschieht durch den Druck, den die erste Welle nach rückwärts ausübt, und dadurch, dafs die Bewegung, in die die Wassertheilchen durch die erste vorbeygehende Welle gekommen sind, fortdauert, wenn die Welle schon vorüber ist.* Die Erscheinung selbst findet man §. 81 erzählt und die Ursachen derselben §. 117 entwickelt.

Eben so wird man finden, dafs wenn mehrere parallele oder concentrische Wellen dicht auf einander folgen, die vorausgehenden immer die ihnen zunächst nachfolgenden aus demselben Grunde unterstützen, und sie vergröfsern, und dafs viele ungleich grofse parallele, auf einander folgende Wellen nach und nach eine fast gleiche Höhe erhalten, weil die gröfseren Wellen, die ihnen nachfolgenden niedrigeren sehr verstärken, niedrige Wellen dagegen die ihnen nachfolgendem gröfseren Wellen nicht sehr unterstützen.

Diese Rückwirkung der Wellen auf die nachfolgenden ist daher ein wichtiger Umstand, von dem die Vergröfserung der Wellen mit abhängt.

§. 32.

Es erklärt sich aber auch hierdurch die grofse Regelmäfsigkeit in der Aufeinanderfolge der Meereswellen, die ziemlich gleichweit von einander abstehen und einander auch an Gröfse sehr gleichen. Denn da die Windstöfse in jeder Hinsicht unregelmäfsig bald hierhin bald dahin stofsen, bald stärker bald schwächer sind, so sollte man eher das Gegentheil von regelmäfsigen Wellenreihen auf dem Meere erwarten.

Die durch einzelne gröfsere Windstöfse gebildeten Wellen erzeugen nämlich hinter sich eine Reihe paralleler Wellen von ungefär gleichem Abstande von einander. Diese

füllen den Zwischenraum aus, welcher zwischen jenen und den Wellen entstehen würde, die durch periodisch wiederholte starke Windstöſse erregt werden. Alle Wellen werden aber, durch die gegenseitige Rückwirkung auf einander, sich mehr und mehr gleich an Gröſse, je weiter sie mit einander fortschreiten, und so wird jene Regelmäſsigkeit hervorgebracht.

§. 33.

Die vierte Ursache der Vergröſserung, der unter dem Einfluſse des Windes entstandenen Wellen, ist die Durchkreuzung von Wellen, die sich in einer mehr oder weniger entgegengesetzten Richtung begegnen.

Allein diese Vergröſserung ist nur eine vorübergehende, nicht länger als die Durchkreuzung selbst, dauernde.

Es ist schon vorhin angeführt worden, daſs 2 gleich hohe Wellen, die sich in entgegengesetzter Richtung begegnen, während ihrer Durchkreuzung einen Wellenberg bilden, der fast die doppelte Höhe hat als jede der beyden einzelnen Wellen. Der §. 160 giebt darüber nähere Auskunft.

§. 34.

Wir haben auf dem Meere (auf dem Adriatischen wenigstens) auf gröſseren Seen der Schweiz, ja selbst auf Teichen immer zugleich mehrere linienförmige Wellenordnungen bemerkt, von welchen die gröſste in der Richtung des Windes fortgeht, eine zweyte etwas kleinere sich mit jener unter einem Winkel z. B. von 40° schneidet, eine dritte noch kleinere, einen noch gröſseren Winkel bildet und so weiter. Jede von diesen Wellenordnungen behält ihre eigenthümliche Richtung und Geschwindigkeit, ohne von den andern gestört zu werden, bey.

So haben wir auf dem Bodensee 4 verschiedene Ordnungen bemerkt, die in sehr verschiedenen Richtungen fortschritten, von den aber jede ihre Richtung so lang wir auf demselben hinfuhren beybehielt. Aehnliche Erscheinungen

nahmen wir auf dem Zürcher, Zuger See, auf dem Lago Maggiore, und auf dem Lago di Garda wahr, und dasselbe können wir aus Erfahrung von den Wellen des Adriatischen Meeres sagen.

Auch andere haben dieses vor uns wahrgenommen. So sagt z. B. James Horsburgh *): "Auf dem Ocean ist es nichts seltenes 2 Wellenbewegungen zugleich zu sehen, die entgegengesetzte Richtungen haben, oder die sich schief durchkreuzen." „Manchmal trifft man sogar 3 verschiedene Wellenbewegungen, die in verschiedenen Richtungen auf einander stofsen, und durch einander laufen, und so einen vollen Tag und längere Zeit anhalten, und jede ihre eigne Richtung und Geschwindigkeit regelmäfsig behält."

Otto erzählt (indem er sich auf Adansons Reise S. 26 und 27 beruft) „Eine einfache Meereswelle ist höchstens 6 Fufs hoch; wenn sich aber noch mehrere zusammenvereinigen übersteigen sie diese Höhe bey weitem."

Finden sich nun, wie wir vermuthen, *immer* solche verschiedene Wellenordnungen zugleich auf dem Meere, so folgt dafs dadurch eine sich regelmäfsig wiederholende Kreuzung entstehe. Die während der Kreuzung erhabneren Stellen, erscheinen dem Auge als höhere Wellen, welche sich von Zeit zu Zeit aufzulösen und sich von neuem zu bilden scheinen. Daher kommt es, dafs, wenn man sie mit den Augen weiter verfolgen will, sie, nachdem sie ein Stück fortgeschritten sind, plötzlich zu zergehen scheinen, wenn die Wellen sich wieder trennen. Man würde sich daher sehr täuschen, wenn man deswegen meynte dafs die Meereswellen überhaupt nicht stetig erhaben über der Oberfläche des Wassers fortschritten, und wirklich abwechselnd emporstiegen und niedersänken.

*) Thatsachen und Bemerkungen über Winde, Wellen und andere Erscheinungen an der Oberfläche des Meers aus Nicholson's Journal Vol. XV. Seite 6, übersetzt in Gilberts Annalen d. Physik B. XXXII. S. 405, 408.

Mit der Meynung, daſs die gröſseren Meereswellen aus einer Menge theils vereinigter, theils sich durchkreuzender Wellen bestehen, stimmt auch ihr Ansehn ganz überein, da ihre Oberfläche nicht glatt ist, sondern eine Menge Unebenheiten, als die Spuren der Gipfel der vereinigten und sich kreuzenden Wellen, hat.

§. 35.

Hiermit hängt auch noch eine andere merkwürdige Erscheinung zusammen.

Gröſsere Wellen rücken nämlich, wie man §. 140 bewiesen finden wird, schneller fort als kleinere. Daher schreiten die groſsen Meereswellen auſserordentlich viel schneller fort als die kleinen gekräuselten Wellen, welche der Wind zuerst erregt. Diese kleinen Wellen bleiben daher hinter jenen groſsen ganz zurück, und scheinen im Verhältniſse zu ihnen *zu ruhen*. Hieraus entsteht die Täuschung, als ob sich die groſsen Wellen unter einer ruhenden Oberfläche fortwälzten, ungefär wie man eine Walze unter einem ausgebreiteten Tuche fortrollen, und dadurch das Tuch heben und senken kann, ohne daſs sich die Farben und Muster des Tuchs mit der sich fortbewegenden Erhabenheit weiter bewegen.

§. 36.

Wir haben bisjetzt 4 Ursachen kennen gelernt, welche die Vergröſserung der Wellen bewirken. Sie können aber *sehr hohe Wellen* nur unter gewiſsen günstigen Bedingungen erregen, nämlich, wenn 1) die horizontale Ausdehnung der Wasserfläche sehr groſs, und wenn 2) die Tiefe der Flüſsigkeit sehr beträchtlich ist.

Die horizontale Ausdehnung ist in sofern eine Bedingung einer bedeutenden Vergröſserung der Wellen, als die Wellen nur dadurch, daſs sie sehr weit fortschreiten, und dabey immer vom Winde verstärkt werden, eine ausgezeichnete Gröſse erreichen. Deswegen können die Wellen von

Teichen oder Seen auch bey sehr heftigen Winden eine verhältnifsmäfsig nur geringe Höhe erreichen.

Die Tiefe der Flüssigkeit ist eine eben so wichtige Bedingung einer sehr beträchtlichen Vergröfserung der Wellen. Man wird durch unsere Versuche §. 106 überzeugt werden, dafs die Erhebung an der Oberfläche des Wassers, welche man Welle nennt, nur die Wirkung einer weit in die Tiefe der Flüfsigkeit reichenden innern Bewegung der Flüfsigkeit ist, und dafs wir bey ganz kleinen Wellen in einer gröfsern Tiefe, als die welche der 350maligen Höhe der Wellen entsprach, noch Bewegung im Wasser wahrnehmen konnten. Aus den hier anzuführenden Erfahrungen anderer ergiebt sich gleichfalls, dafs die innere Bewegung des Wassers, während einer grofsen Wellenbewegung, bis auf den Boden des tiefen Meeres reiche.

Es gehört eine gewifse Tiefe dazu, damit sich eine Welle von sehr beträchtlicher Gröfse entwickeln könne; hat sie sich aber einmal in tiefer Flüssigkeit entwickelt, und schreitet dann über seichtere Stellen fort, so nimmt sie dann mit der Abnahme der Tiefe an Höhe sehr beträchtlich zu, wird aber zugleich an ihrer vordern Seite so steil, dafs sie endlich sich nicht mehr erhalten kann, und daher zusammenstürzt und *brandet.* Diese Thatsachen, die wir selbst wahrgenommen haben, bestätigen die Beobachtungen und Versuche mehrerer Schriftsteller. Hier mögen also die zusammengestellten Aeusserungen mehrerer Beobachter einen Platz finden:

§. 37.

Die Gröfse der durch den Wind erregten Meereswellen, d. h. sowohl die Höhe und Breite, als die Länge der Wellen hängt, nach den Zeugnifsen geschickter und erfahrner Seeleute, sehr von der Gröfse der Meere ab.

Bremontier *) theilt hierüber folgende Erfahrungen und Bemerkungen mit: Ich habe oft von Seeofficieren von

*) Recherches sur le mouvement des ondes. Journ. de Physique par Delamétherie 1814. Tome LXXIX. S. 78.

ausgezeichnetem Verdienste, sagen hören, daſs die Wellen des mittelländischen Meeres weit kleiner wären, d. h. daſs sie weit weniger Höhe und Länge hätten als die des Oceans. Hr. de la Coudraye sagt und beweist ausdrücklich, daſs die Wellen um so gröſser sind, je breiter und tiefer die Meere sind, daſs in den mittelländischen Meeren, wie auch ihre Tiefe seyn mag, die Wellen durch die Kleinheit des Locals beschränkt und aufgehalten werden. Nur im Ocean könnten die Wellen jene colossale und imponirende Gröſse erreichen, die bisweilen in sehr geringen Entfernungen 2 Schiffe gegenseitig einander verbirgt, und auf deren Mitte das gröſste Schiff nur als eine kleine gebrechliche Maschine erscheint."

Es finden sich bey einigen Schriftstellern Messungen über die Höhe der Wellen des mittelländischen Meeres, der Ostsee u. s. w. vor. So erzählt Torbern Bergmann *) nach Marsigli, daſs die lothrechte Höhe der Wellen des mittelländischen Meeres, von dem Niveau an gerechnet, nie über 8 Fuſs betragen solle. In der Ostsee giengen sie dagegen höher, auch werde ihre Höhe gröſser, wenn mehrere zusammenstieſsen.

Otto **) führt an: In dem Biscaischen Meerbusen, und auf dem Ocean zwischen Europa und Amerika sind die Wellen überaus lang und breit. Eben daselbst sagt er von den Wellen der Ostsee, indem er sich auf Pisomsky *Bemerkungen über die Ostsee, insonderheit an den Küsten von Preussen pag.* 144., beruft: „In der Ostsee erheben sich die Wellen nicht so hoch als in der Nordsee; sie fallen kürzer und folgen geschwinder auf einander. Ihr Brausen ist daher bey stillem Wetter viel schwächer, als in andern Meeren." An einer andern Stelle erzählt derselbe Schrift-

*) Physicalische Beschreibung der Erdkugel auf Veranlassung der cosmographischen Gesellschaft verfasset von Torbern Bergmann, Aus d. Schwed. von Röhl B. I. Greifswalde 1780. S. 371.

**) Naturgeschichte des Meeres B. I. Berlin 1792. S. 144.

steller, indem er sich auf ADANSONS Reise S. 26 und 27 beruft, folgendes:

„Eine einfache Meereswelle ist höchstens 6 Fuſs hoch; wenn sich aber noch mehrere zusammen vereinigen, übersteigen sie diese Höhe bey weitem. Hier entsteht oftmals das, was man Wasserwände (les barres) nennt, eine der unangenehmsten Erscheinungen für die Schiffer, welche besonders an der Küste von Senegal häufig ist. Sie bestehen nämlich aus vielen übereinander geschobenen Wellen, die, indem sie über eine Untiefe "(flache Stelle des Meeres)„ getrieben werden, sich stark ausbreiten, und wie eine über dem Wasser erhabene Mauer gehen, und mehrere Fuſs in der Höhe schweben; endlich zerreiſsen und in sich hineinstürzen, da sie denn oft die ihnen nachgekommenen Schiffe bedecken, und kleinere Fahrzeuge ganz versenken."

Ueber dieses Steilwerden groſser Wellen bey verhältniſsmäſsig geringer Tiefe der Flüssigkeit, in der sich die Wellen befinden, sehe man weiter unten §. 92, wo wir die Höhen auf gleiche Weise erregter Wellen bey verschiedener Tiefe der Flüssigkeit gemeſsen haben, unsere Versuche.

Hr. BREMONTIER *) sagt: „Eine Menge Reisende und Seeleute, zu deren Beobachtungen man einiges Zutrauen haben kann, benachrichtigen uns, daſs durch die bloſse Heftigkeit der Winde bisweilen die Wellen eine Höhe von mehr als 20 Metern hätten.„

Aus derselben Ursache, weil nämlich nur auf sehr groſsen und tiefen Gewässern groſse Wellen, durch die fortgesetzte Wirkung des Windes auf eine und dieselbe Welle, entstehen, haben die Wellen von Seen oder groſsen Teichen eine nur sehr geringe Höhe.

Hr. BREMONTIER **) führt hierüber folgendes an: "Durch einen sehr starken Wind, der aber ziemlich gleich-

*) Recherches sur le mouvement des ondes. Journal de Phys. par De la Métherie. Tom. LXXIX. S. 92.

**) Recherches sur le mouvement des Ondes. J. d. Physique par De la Métherie Tom. LXXIX. S. 77.

förmig ist, oder dessen Stärke sich beständig gleich bleibt, habe ich auf einem See oder Bassin von 200 oder 300 Fuſs Breite, und von 3 oder 4 Fuſs Tiefe, die Wellen nie eine Höhe von 2 oder 3 Zollen erreichen sehen."

„In den Teichen von Biscarosse, von Canau und Hourtins, welche mehrere Stunden Länge, und 1 bis über 30 Fuſs Tiefe haben, haben die gröſsten Wellen nur $1\frac{1}{2}$ oder 2 Fuſs Höhe." Von diesen Teichen giebt Bremontier folgendes an: „Der Grund dieser Teiche fällt durch einen unmerklichen Abhang gegen die Dünen, die das Wasser aufhalten, und hindern, geradeswegs ins Meer abzufließsen. In der Nähe der Dünen gegen Westen haben diese Teiche daher bisweilen eine Tiefe von 25 bis 30 Fuſs, in einer Entfernung von 100, 150. und sogar von 200 Toisen vom Lande (vom östlichen Ufer), dagegen selten eine gröſsere Tiefe als von 1 bis 4 Fuſs."

§. 38.

Wie weit in die Tiefe des Meeres sich die bewegende Kraft des Windes erstrecke, darüber kann die Empfindung, die die Taucher von dieser Bewegung in der Tiefe haben, ferner die Trübung des Meeres in der Tiefe durch Aufrührung des am Boden befindlichen Schlamms, welche man beym Tauchen mit der Taucherglocke findet, einige Nachweisungen verschaffen. Auch eine Erhebung und ein Aufschäumen der Wellen an der Oberfläche des Meers an Stellen, wo in der Tiefe Felsen emporragen, erlaubt Schlüſse zu machen, wie tief in das Wasser hinein sich die Wellenbewegung erstrecke, da jenes Aufschäumen eine Wirkung der gehinderten Wellenbewegung im Innern ist.

Auch der ebene Grund des Meers und anderer Gewäſser bringt eine sichtbare Abänderung der Gestalt und Geschwindigkeit der Wellen hervor, wenn die Wellen im Verhältniſse zur Tiefe der Flüssigkeit zu groſs sind.

Die Beobachtungen, die uns hierüber bekannt worden sind, wollen wir hier zusammenstellen.

§. 39.

In dem IV. Abschnitte von der Bewegung der Theilchen der Flüssigkeit, beim Vorübergehen einer Welle, §. 104 — 106 haben wir unsere Beobachtungen über die Bewegung, welche durch Wellen im Innern des Wassers erregt wird, mitgetheilt. Diese Beobachtungen sind unter Umständen angestellt, unter den man die Bewegung der im Wasser schwebenden, festen Theilchen mit bloſsen Augen, oder auch mit Vergröſserungsgläsern sehen und messen konnte, unter welchen man daher den Einfluſs des Bodens eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäſses, oder der auf dem Boden befindlichen Körper auf die Wellen, genau untersuchen konnte. Auch aus diesen Versuchen kann man den Schluſs ziehen, daſs sich die Bewegung, die der Druck einer an der Oberfläche des Meers fortschreitenden groſsen Welle erregt, bis auf den Grund tiefer Meere erstrecken müſse.

§. 40.

Bergmann *) erzählt „die Taucher berichten, daſs in einer Tiefe des Meeres von 15 Faden keine (durch die Wellen veranlaſste) Bewegung verspürt werde, wenn gleich die Oberfläche stark gehoben werde," und beruft sich hierbey auf Boyle, de fundo maris, Sect. III. Er fährt dann fort: „Ja erfahrne Seemänner behaupten, daſs die Bewegung des Meers 4 Faden unter der Oberfläche des stillen Wassers (Niveau?) sehr gering ist, und die Ostindischen Perlenfischer haben keinen Widerwillen zu tauchen, wenn ein Schiff kaum auszulaufen wagt."

§. 41.

Indessen führt auch Bergmann ebendaselbst an "daſs bey langwierigen und heftigen Stürmen doch das Wasser am Grunde etwas unruhig und trübe zu werden anfange."

*) Physicalische Beschreibung der Erdkugel, übers. von Röhl, B. I. Greifswald 1780. S. 571.

Ueber dieses Trübewerden des Meers in Folge eines Sturms findet man im Morgenblatt 1823 pag. 966 Nro. 242, jedoch ohne Anführung der Quelle dieser Nachricht, folgende Bemerkungen:

„Im November 1816 hatten die Lord-Commissäre der Admiralität befohlen, dafs der Kriegs-Sloop Eden, eine Zeit lang in Salzwasser versenkt werden sollte.... da man glaubte, dafs Barnpool vielleicht der gelegenste Ort hierzu sey, so gieng Hr. Smith in die Tiefe des Meeres hinunter.... Er fand es bis auf den Grund klar... In der folgenden Nacht erhob sich ein starker Sturm. Da er jedoch bis zum andern Morgen nachgelassen hatte, so liefs sich Hr. Smith von neuem auf den Grund des Meers nieder um seine Untersuchungen fortzusetzen, allein in weniger als 8 Faden Wasser war es so finster in der Glocke, dafs man unmöglich sehen konnte, weil die Bewegung des Meers den Schlamm aufgerührt hatte."

§. 42.

James Horsburgh *) sagt „die Wellen scheinen in der Regel weniger Geschwindigkeit in seichtem Wasser als im Ocean zu haben. Vielleicht liegt der Grund davon in dem Widerstande, den die Wassertheilchen von dem Schlamme oder Sande, womit dort das Wasser gemengt ist, oder von der Reibung gegen den Grund leiden."

Die genauesten Beobachtungen darüber, wie weit in die Tiefe des Meers sich die Wirkung des Druckes der Wellen und des Windes erstrecke, verdanken wir Bremontier, der es unwidersprechlich gewifs bewiesen hat, was auch mit unsern weiter unten erzählten Beobachtungen und Folgerungen übereinstimmt, dafs diese Wirkung sich nicht nur bis auf den Grund des Meeres erstrecken, sondern auch eine beträchtliche Veränderung des Bodens auf demselben verursachen könne.

*) Gilberts Annalen der Phys. B. XXXII. 1809. S. 407.

Hr. Bremontier *) macht darauf aufmerksam, daſs die Wellen, des Biscaischen Meerbusens die er von dem Thurme von Cordouan beobachtete, bevor sie das Ufer erreichen, wenn sie groſs sind, 4 bis 5mal an Stellen brechen, über die sie, wenn sie flach sind, ohne Hinderniſs hinweggehen, zugleich bemerkt er, daſs diese Brandung in einer desto gröſsern Entfernung vom Ufer Statt finde, je gröſser sie sind. Ehe sie sich aber auf den Sandbänken, über welche sie hinweggehen, brechen, zeigen sie die Einwirkung dieser Bänke vorher immer dadurch an, daſs sie sich allmählig erheben, was jeder leicht beobachten kann.

Eine ähnliche Bemerkung hat einer von uns, Ernst Weber, in Jahre 1820 an den Wellen des Meerbusens von Genua zu machen Gelegenheit gehabt. Diese Erhebung der Wellen an seichteren Stellen des Meeres, welche mit einem Steilerwerden des vordern Abhangs der Wellen begleitet ist, deutet auf eine Rückwirkung des Bodens auf die Entwickelung der Welle.

Hr. Bremontier fährt fort: „zwischen den beyden Forts von St. Barbe und Soccoa findet man 2 einzelne Felsen, die Artha heiſsen, deren Gipfel sich nach genauen Nivellirungen 28′ unter dem Niveau während der Ebbe des Meeres (des basses mer de vive eau) befinden. Wenn eine Welle von 5 oder 6 Fuſs Höhe über den Felsen ankommt, ändert sich ihre Gestalt, und erreicht hier eine Höhe, zu welcher die andern nicht gelangen.“

An einer andern Stelle *) berichtet er von denselben Felsen: „Wenn bey so ruhigem Wetter, daſs man nicht unterscheiden kann, von welcher Seite der Wind komme, das Meer doch heftig bewegt ist, welches nicht selten statt findet, wann die Atmosphäre mit Nebel belastet ist, bricht sich während der Fluth eine Welle von 8 — 10 Fuſs Höhe über diesen Felsen, ob gleich die Spitze der Felsen alsdann 38 bis 40 Fuſs unter dem wahren Niveau

*) A. a. O. S. 79.
**) A. a. O. S. 80.

der Oberfläche des Meeres liegt, während sie sich weder nach vorn, noch zur Rechten, noch zur Linken bricht. Nach Nivellirungen, die man angestellt hat, ist die Tiefe der Felsen unter dem Niveau des Meeres um 18 oder 20 Fuſs beträchtlicher, als nach der so eben gegebenen Angabe. Der Felsen Artha grenzt an andere Felsen, die noch tiefer im Meere, und wenigstens 50 bis 60 Fuſs unter der Oberfläche des Meeres liegen. Wenn die Wellen im Vorübergehen über Artha sich brechen, bemerkt man sehr wohl, daſs, bevor sie dahin gelangen, sie auf jenen benachbarten Felsen dieselbe Erhebung, deren wir gedacht haben, erleiden. Es ereignet sich sogar, wann die Wellen sich noch mehr vergröſsern, daſs sich 2 oder 3 dieser Wogen hier zugleich brechen, oder wie sich die Leute vom Lande ausdrücken, in 2 oder 3 Ordnungen, alsdann ist das Meer aber wirklich stürmisch. Auf einer der höchsten Dünen der Umgegend von Teste an der Meeresküste 180 Fuſs über dem Niveau des Meers, unterschied ich, als das Meer heftig bewegt war, deutlich alle Sandbänke, auf den sich die Wellen brachen, und doch versicherte man mir, daſs die Oberfläche mehrerer dieser Bänke sich während der Ebbe über 15 und 18 Fuſs unter der Oberfläche des Meeres befände. Man konnte nicht ohne Bewunderung eine ziemlich groſse Anzahl dieser scheinbaren, durch ihre weiſse Farbe, und durch das Wasser, welches bis zu einer groſsen Höhe in die Höhe spritzte, ausgezeichneten Inseln betrachten. Aber die colossalen Massen der Wellen schienen, ohne daſs ihr Gang oder Gestalt die geringste Störung erlitt, majestätisch zwischen den Inseln hindurch zu rollen.

An einer andern Stelle referirt Hr. Bremontier eine andere Beobachtung von Hrn. De la Coudraye, welche mit den so eben vorgetragenen sehr wohl übereinstimmt:

"Hr. De la Coudraye sagt ausdrücklich, daſs nach seinen eignen Beobachtungen die Wellen auf der groſsen Bank von Terre-neuve schon nicht mehr hinreichenden Grund zu

*) A. a. O. S. 79.

ihrer völligen Entwickelung finden, und doch ist dieser Grund, wie ich schon gesagt habe, stets swischen 250 und 500 Fuſs unter der Oberfläche des Meeres. Diese Verſicherung geben alle, welche den Stockfischfang auf dieser Bank treiben."

Mit dieser Rückwirkung des Bodens auf Wellen, deren bedeutende Gröſse in keinem richtigen Verhältniſse zur Tiefe des Wassers steht, durch das sie fortschreiten müssen, so daſs sich die Wellen erheben und an ihrer vordern Hälfte steiler werden, scheint auch die Bildung der Wasserwände (barres) auf der Küste von Senegal in Verbindung zu stehen, deren S. 45, nach Adansons Bemerkungen Erwähnung geschehen ist.

§. 43.

Hr. Bremontier überzeugte sich durch die von ihm angeführten Thatsachen, daſs die Wellen noch in sehr beträchtlichen Tiefen des Meeres eine Bewegung hervorbringen, und gerieth dadurch auf die Vermuthung, daſs die ungeheure Masse Sand, aus welcher die Hügel oder Gebirge der Dünen an der Westküste Frankreichs bestehen, von den Pyrenäen und von den Küsten Spaniens durch das Wasser dahin geführt würde, indem sie in den Betten uud Mündungen der Flüſse Adour bey St. Jean de Luz und de Bidassoa fortgewälzt und endlich auf den Grund des Meeres in beträchtlichen Tiefen, d. h. bisweilen 70 — 80 Fuſs unter der Oberfläche des Meeres, fortgerollt würde.

§. 44.

Die groſse Kraft, welche die Wellen an der Oberfläche des Meeres durch Fortbewegung schwerer Körper äuſsern, hat Hr. Bremontier durch folgende Versuche erprobt:

„Den 10ten Jun. 1788 lieſs ich in Gegenwart der Herre Descolins Inspector, und Ge'ligny's Ingenieur's der Brücken und Chausseen während der Ebbe über den innern Absatz des Dammes von St. Jean de Luz 5 mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 bezeichnete, und auf den äuſsern entgegengesetzten

Absatz 3 andere mit 6, 7, und 8 bezeichnete Steine legen. Das Meer war sehr schön, die perpendiculare Höhe der gröſsten Wellen in der Mitte der Rhede wurde auf 3 oder $3\frac{1}{2}$ Fuſs geschätzt. Der Cubikinhalt des Steines Nro. 1, betrug 0′ 9″ 0‴; Nro. 2. 1′ 1″; Nro. 3. 1′ 3″; Nro. 4. 1′ 6″; Nro. 5. 2′; Nro. 6. 3′ 2″; Nro. 7. 5′ 3″; Nro. 8. 8′. *)"

„Um 5 Uhr des Nachmittags, wo das wahre Niveau einen Fuſs unter der Oberfläche geschätzt wurde, wurden die Steine Nro. 1, 2 und 3 aufgehoben, und mehrere Fuſs weit gerollt: und Nro 6 wurde 3 Zoll rückwärts geschoben."

„Um 5 Uhr 5 Minuten 30 Sec. wurden die drei ersten Nummern fortgeriſsen, und in den Kanal geworfen."

„Um 5 Uhr 10 Minuten wurde Nro. 4 zu Nro. 5, und beide Steine zusammen noch 3 Fuſs weiter bewegt."

„Um 5 Uhr 12 Minuten wurde Nro. 6 fortgerissen."

„Um 5 Uhr 14 Minuten hatte Nro. 7 sich einige Zoll bewegt, und stemmte sich gegen Nro. 8, welcher selbst erschüttert wurde.„

„Um 5 Uhr 20 Minuten wurden Nro. 4 und 5 fortgerollt, hin und hergeschleudert, und Nro. 4 ins Meer geworfen."

„Um 5 Uhr 25 Minuten wurde auch Nro. 5, nachdem er 54 Fuſs von dem Puncte seiner ersten Lage bewegt worden war, ins Meer geworfen."

„Um 5 Uhr 57 Minuten wurden Nro. 7 und 8 zusammen 15 — 18 Fuſs weit bewegt."

„Um 5 Uhr 58 Minuten wurde Nro. 7 umgekehrt das hintere nach vorn (et ensuite posé en carreau, ensuite replacé en boutisse). Um 5 Uhr 59 Minuten wurde dieser Stein, ob er sich gleich sehr gegen No. 8 stemmte, fortgerissen und ins Meer geworfen."

„Um 6 Uhr hatte sich Nro. 8, der über 12000 Pfund wog, nur noch 2 Fuſs weit bewegt; um 6 Uhr 6 Min.

* Des Gewicht des Cubikfuſses dieser Steine kann nach B. 150 — 160 Pfund geschätzt werden.

war er 9 Zoll vom Rande (parement) des Dammes, auf *den er stiefs (auquels il étoit contigú)*, entfernt, und um 6 Uhr 8 Minuten wurde er, wie alle übrigen, fortgerissen.“

“Man schätzte das wahre Niveau beynahe 1 Fufs über des Oberfläche des Absatzes, auf dem er lag.“

Es ist schon erwähnt worden, dafs die Geschwindigkeit der Wellen des Meers sehr von ihrer Gröfse abhängt, so dafs die Wellen, welche zu gleicher Zeit auf einer Stelle des Meers befindlich sind, ob sie gleich demselben Winde ausgesetzt sind, dennoch desto weniger schnell fortschreiten, je kleiner sie sind. Andere Beobachtungen beweisen auch, dafs die Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie verhältnifsmäfsig zur Tiefe des Wassers, in welchem sie fortschreiten, zu grofs sind, und daher an ihrer vollkommenen Entwickelung gehindert werden, beträchtlich durch diesen Einflufs des Grundes vermindert wird, und dafs daher eine hinlängliche Tiefe des Meers die Geschwindigkeit der Wellen, bey sonst gleichen Umständen, vergröfsert. Ob es nun gleich unmöglich ist, den Grad dieses Einflufses der Nähe des Bodens aus einer Zahl sorgfältiger Beobachtungen, die auf dem Meere in dieser Rücksicht gemacht würden, zu bestimmen, weil man nämlich die andern Umstände, die gleichfalls auf die Geschwindigkeit der Wellen Einflufs haben, nicht in seiner Gewalt hat, und eben so wenig genau schätzen kann; so haben doch Erfahrungen, die uns die grofse Geschwindigkeit der Wellen unter günstigen Verhältnifsen kennen lehren, grofsen Werth.

§. 46.

Wir werden daher hier die auf dem Meere über die Geschwindigkeit der Wellen gemachten Erfahrungen mittheilen. Unsere Versuche dagegen über den Einflufs des Bodens eines Gefäfses auf die Geschwindigkeit und Gestalt der Wellen, die man in der ein bestimmtes Gefäfs ausfüllenden Flüssigkeit erregt, findet man weiter unten §. 136 u. 137. Diese Versuche wurden von uns so angestellt, dafs wir die vorzüglich Einflufs habenden Umstände in unserer Gewalt

hatten, und nach unserer Absicht abändern konnten, indem wir die Kraft, die die Welle erregte, die Höhe der Welle, die Tiefe der Flüssigkeit im Gefäſse, und die Art der Flüssigkeit kannten, und nach Absicht veränderten, und zugleich die Bewegung der in der Flüssigkeit schwebenden Theilchen, die von gleichem specifischen Gewichte als die Flüssigkeit selbst waren, in welcher wir Wellen erregten, beocachteten und so in den Stand gesetzt waren, die Geschwindigkeit der Wellen unter mannichfaltigen Umständen mit einer Tertienuhr zu messen.

Hr. Horsburgh, *) dessen Arbeit schon mehrmals gedacht worden ist, theilt folgendes über die Geschwindigkeit der Meereswellen mit:

"Bey einem starken Winde oder bey einem Passatwinde beträgt die Geschwindigkeit der Wellenbewegung wahrscheinlich 20 Engl. Meilen in einer Stunde, denn die Wellen laufen dann einem Schiffe weit vor, das in einerley Richtung mit ihnen mit 10 — 11 Meilen Geschwindigkeit in 1 Stunde segelt. In einem solchen Falle läſst sich die Geschwindigkeit der Wellen mit dem gewöhnlichen Log leicht messen. Man läſst eine bekannte Länge der Schnur ablaufen, und beobachtet mit einer Secundenuhr die Zeiten, wenn der Gipfel derselben Welle erst das Log und dann das Hintertheil des Schiffes hebt. Dieses giebt den Ueberschuſs der Geschwindigkeit der Wellen über die des Schiffes, und letztere ist bekannt. Zur Zeit einer Windstille läſst sich ein Boot in der Richtung des Wellenschlages abschicken, und auf ähnliche Art die Zeit beobachten, wenn erst das Schiff, und dann das Boot von derselben Welle gehoben wird."

Auch Hr. David Thomson **) hat nach der Methode des Kapitain Horsburgh die Geschwindigkeit der Wellen

*) Thatsachen und Bemerkungen über Winde, Wellen und andere Erscheinungen an der Oberfläche das Meeres Gilberts Annalen B. XXXII. 1809 S. 407, und Nicholsons Journal. Vol. XV. S. 6 seq.

**) Philos. Mag. by Tilloch and Taylor Nro. 302. S. 405.

durch folgende Versuche zu bestimmen gesucht: *a* bezeichne die Geschwindigkeit mit welcher das Schiff segelt, *b* die Anzahl der Fuſse der Entfernung vom Schiffe bis zum Log, *c* die Anzahl der Secunden welche vergehen von der Hebung des Logs bis zur Hebung des Hintertheiles des Schiffs, *v* die scheinbare Geschwindigkeit der Wellen nach Seemeilen gerechnet, und *x* ihre wahre Geschwindigkeit;

dann ist $\frac{b}{c}$ = dem scheinbaren Lauf der Wellen während 1 Secunde in Fuſsen.

$\frac{3600\ b}{c}$ = demselben während 1 Stunde in Fuſsen.

$\frac{3606\ b}{6120\ c} = \frac{30\ b}{51\ c}$ demselben während 1 Stunde in englischen Seemeilen.

Die Schnur maſs genau 510 Fuſs. Die folgenden Versuche sind 36° 20′ südl. Br. und 10° östl. L. angestellt. Zur Zeit dieser Versuche war die Geschwindigkeit des Schiffes 6½ Engl. *Seemeilen* während 1 Stunde. Es wehte ein mäſsiger Westwind.

Versuche.	Zeiten in Secunden.
1.	13,0
2.	13,5
3.	12,5
4.	13,0
5.	13,0
6.	13,5
7.	13,0
8.	12,5
9.	13,0
10.	13,5
	Mittel 13,05

die scheinbare Geschwindigkeit der Wellen während einer Stunde in englischen Seemeilen ist also

$$\frac{30 \times 510}{51 \times 13{,}05} = \frac{300}{13{,}05} = 22{,}99.$$

Wenn man hierzu den Lauf des Schiffes während 1 Stunde = $6\frac{1}{2}$ Seemeilen addirt, so ist die wahre Geschwindigkeit der Wellen, während einer Stunde 29, 49 englische Seemeilen. Kapitän Horsburgh erwähnt, Dr. Wollaston habe nahe an der Küste von Yorkshire die Geschwindigkeit der Wellen 60 Meilen in 1 Stunde, und Kapitän Tate in der Chinesischen See nur 26 Meilen gefunden.

Die Bemerkung von Horsburgh, daſs die Wellen in der Regel weniger Geschwindigkeit im seichten Wasser als im Ocean haben, ist schon vorhin mitgetheilt worden.

Eine 0,7 Linie hohe 29 Zoll breite Welle hat nach unsern §. 119 vorgetragenen Erfahrungen, ohne dem Winde ausgesetzt zu seyn, eine Geschwindigkeit von 21 Zollen P. M. in 1 Secunde.

§. 47.

Wir können hier zwey, den Alten sehr wohl bekannte Erfahrungen nicht mit Stillschweigen übergehen, die beyde in neuester Zeit Bestätigung erhalten haben, und eine genaue Aufmerksamkeit der Physiker verdienen. Die eine ist enthalten in folgender Frage des Aristoteles: *) „Weswegen kommen die Wogen zuweilen eher an als der Wind?"

Er scheint demnach die Thatsache als eine gewisse und vollkommen bekannte vorauszusetzen, und sucht sie auf folgende Weise einigermaſsen zu beantworten. „Vielleicht deswegen, weil beym Anfange des Windes, wenn der erste Theil des Meeres angetrieben worden, dieser Theil des Meeres den folgenden immer wieder antreibt, daher weil dieses "(das Meer)" ein Continuum ist, gleichsam auf alle Theile ein zusammenhängender Stoſs geschieht. Dieses" (der Stoſs auf die andern Theile des Meers)" geschieht aber gleichzeitig, daher der Erfolg, daſs der erste und letzte Theil des Meers zugleich bewegt wird. Der Luft widerfährt aber dasselbe nicht, weil sie kein zusammenhängender Körper ist: indem sie viele Gegenstöſse von

*) Problem. XLI.

allen Orten her empfängt, welche häufig die erste und heftigste Bewegung aufhalten, dem Meere aber thun sie" (die Gegenstöfse) "das nicht, weil es schwerer und weniger beweglich ist." Ist auch diese Aristotelische Erklärung des Phänomens nicht deutlich, so ist diese Stelle doch sehr interessant, weil sie uns auf den Standpunct führt, von welchem man zur Zeit des Aristoteles die Erscheinungen der Wellen beurtheilte. Aristoteles sieht hier die Fortpflanzung der Wellen offenbar als *eine unmittelbare Wirkung der Fortpflanzung des Stofses an der zuerst eine Welle erregt.* Kurz darauf wird beym Aristoteles dieselbe Frage noch einmal aufgeworfen, und so beantwortet: „der erste Wind löst sich eher auf als die angetriebene Welle, und es kommt nicht das an, was zuerst angetrieben wurde, sondern der Stofs geschieht immer auf das daran liegende Continuum."

Hierauf wird die Frage "warum die Wellen windig sind" noch einmal so beantwortet: "Vielleicht weil sie Zeichen sind, dafs der Wind entstehen wird? denn der Wind ist ein Zusammenstossen der Luft. Oder geschieht, es weil sie" (die Wellen) „immer vorangestofsen werden? der Wind stöfst sie voran, wenn er noch nicht dauernd ist, sondern erst anfängt. Das erste" (der erste Theil des Windes) „ist gleichsam vergangen, ein anderes aber" (ein anderer Theil des Windes" hat dieses vorausgestofsen, und hat eine andere Dichtigkeit hervorgebracht, und ist wieder vergangen, es erhellt daher, wenn das, was vorwärts gestofsen wird" (Welle), „ankommt, auch das bewegende kommen wird, denn dieses thut es gleich anfangs."

§. 48.

Hr. Nicholson *) hat vor nicht langer Zeit, ohne Aristoteles Bemerkungen zu erwähnen, Beobachtungen über

*) Bemerkungen über Stürme und über das Wellenschlagen der See, die Deining genannt, welches ihm zuweilen vorhergeht. Aus Nicholsons Journ. of natur. phil. Vol. XIV. p. 185. übersetzt in Gilberts Annalen B. XXXII. 1809.

die schon von Aristoteles erwähnte Erscheinung mitgetheilt und zu erklären gesucht: „Folgendes wurde aus Helston in Kornwall Hrn. Nicholson geschrieben: Es ereignet sich häufig an unsrer Küste, daſs groſse Wellen von Westen her angerollt kommen, ohne daſs man die geringste Ursache dss Wellenschlages bemerkt. Erst mehrere Stunden später erhebt sich ein heftiger Wind oder ein Sturm aus derselben Weltgegend.“

„Ein Stein, den man auf eine ebene Wasserfläche fallen läſst, erregt eine Welle, die sich bis auf groſse Entfernungen rings umher horizontal verbreitet; es läſst sich denken, daſs auf eben diese Art durch den Stoſs herabblasender Winde eine Welle oder ein Wellenschlagen bewirkt werden könne, das sich rings umher in der See nach allen Richtungen verbreitet; dabei aber durch die Winde abgeändert wird. Diese Wellen welche mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich verbreiten, haben nahe an dem Orte, wo die Luft herabkommt, eine geringere Geschwindigkeit als der Sturm; in gröſserer Entfernung von jenem Orte aber wird die Wellenbewegung bloſs durch den gemeinen Wind modificirt, welchem sie nach Verschiedenheit der Umstände vorläuft, oder folgt, oder ihn durchkreuzt; und in der That ist es sehr gewöhnlich auf dem Meere, den Wind aus einer Gegend, und die Wellen aus einer andern herkommen zu sehen.“

„Welches groſse und mächtige Wirkungsmittel auch immer den herabdringenden Luftstrom zwingen mag die See in Wellenbewegung zu setzen, bloſs auf die Nähe desselben ist diese Bewegung deshalb nicht eingeschränkt; der Mittelpunct der Wirkung, ist es uns erlaubt ihn so zu nennen, mag nun an einerlei Stelle bleiben, oder er mag sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit fortbewegen, und nach Verschiedenheit der Umstände hinter der Wellenbewegung, die er veranlaſst, zurückbleiben, oder mit ihr gleichmäſsig fortschreiten. So oft groſse Wellen an einer Küste angerollt kommen, sind wir, zu Folge der hier aufgestellten Lehre, berechtigt, sie als ein Zeichen eines

Sturmes oder einer lange anhaltenden Bö anzusehen, die nach dem Striche des Compasses, in welchem die Wellen anrollen, sich erhoben hat, und wahrscheinlich noch fortdauert. Ist die Dauer, und die fortschreitende Geschwindigkeit des Sturmes grofs genug, so wird er nach der Deining an der Küste anlangen, es liege denn der Ort, wo er ursprünglich entsteht, nahe bey der Küste. Auch dürfen wir annehmen, und ohne Zweifel ist dieses sehr häufig der Fall, dafs die atmosphärische Ursache der Wellen (der Deining) lange zuvor zu wirken aufgehört hat, ehe die Wellenbewegung in der See ganz zur Ruhe kommt."

Mit diesen Wahrnehmungen stimmt auch das überein, was Bremontier in der mehrmals angeführten Abhandlung S. 90 über denselben Gegenstand anführt.

„Wenn die Luft und das Meer so ruhig als möglich sind, so ereignet sich's oft, dafs man die Wellen allmählig anwachsen sieht, und dafs sie bisweilen, ohne dafs man in der Atmosphäre eine Veränderung wahrgenommen hat, endlich wie während eines Sturmes aufbrausen. Es ist nicht ohne Beyspiel, dafs diese Ruhe fortdauert, und dafs sich die Wuth des Meeres von selbst wieder besänftigt. Die Gröfse oder vielmehr die Tiefe der Wellen, nimmt dann eben so langsam ab, als sie zugenommen hatte. Dieses ereignet sich eben so wohl in der Mitte der gröfsten Meere, wie an ihren Küsten, zum wenigsten nach den Zusicherungen die uns mehrere Seeleute, die gute Beobachter sind, gegeben haben. Doch ereignet sich dies in der That sehr selten, denn *gewöhnlich* langt der Sturm, die erste Ursache dieser grofsen Bewegung, dann an, wenn die Wellen ihre gröfste Höhe erreicht haben."

Auch Richters *) Beobachtungen bestätigen dasselbe, wenn er erzählt, dafs die Wellen des Meeres ohne eine Spur des Windes (der ohnstreitig in der Ferne getobt habe) sehr heftig geworden wären, und das Schiff furchtbar um-

*) Reisen zu Wasser und zu Lande in den Jahren 1805 — 1817. Dresden 1821. Th. II. S. 17.

hergeschleudert hätten, worauf sich aber der Wind nachher erhoben hätte.

Die Ursache der Erscheinung liegt offenbar in dem Umstande, daſs jeder aus irgend einer Ursache entstandene Wind eine *Luftströmung* ist, keine Undulation der Luft. Eine Undulation der Luft dauert, wenn sie einmal entstanden ist, unabhängig von der Ursache, die sie erregte, fort, und verbreitet sich immer weiter wie z. B. der Schall. Bey ihr bewegen sich alle Theilchen der Luft, indem sie in Wellenbewegung kommen, in einer kleinen Bahn hin und her. Die Theilchen der Luftströmung verändern aber ihren Ort wie die Theilchen des strömenden Wassers, und werden durch den Widerstand, den ihnen die vor ihnen befindliche ruhende Luft entgegensetzt, in ihrer Bewegung gehemmt, wenn die Kraft, die sie vorwärts preſst, aufhört. Da nun die Ursachen, welche die Luftströmung bewirkt, anfangs periodisch und absetzend wirken kann; so kann zwar die Wirkung der ersten Luftstöſse aufs Wasser sich zu einem entfernten Ufer fortsetzen, ohne daſs doch die Luftströmung selbst bis dahin fortschreitet. Daſs übrigens der Wind immer in einer Strömung besteht, sieht man aus der Bewegung, in welche Theilchen, die in der Luft schwimmen, durch den Wind versetzt werden.

Ueber die Besänftigung der unter dem Einfluſse des Windes erregten Wellen durch die Ausbreitung von Oelen auf der Oberfläche von Wasser.

§. 49.

Eine den Alten ebenfalls bekannte Erfahrung ist die höchst überraschende Wirkung des Oels, die von dem Winde erregten Wellen zu besänftigen.

Wir wollen hier zuerst die Erfahrungen zusammenstellen, durch welche die Thatsache bestätigt wird, und

dann die Versuche zu einer Erklärung dieser merkwürdigen Wirkung des Oels mittheilen.

Die älteste Nachricht über die Kraft des Oels, das Meer durchsichtiger zu machen, findet sich beym Aristoteles. *) Er fragt: „Warum ist das Meerwasser, welches schwerer ist als das trinkbare Wasser, durchsichtiger? Vielleicht weil es öliger ist? Hinaufgegoſsenes Oel macht es noch durchsichtiger.“

Plutarch **) führt auch die Erklärung an, die Aristoteles von der Wellen besänftigenden Kraft des Oels gegeben hat. „Warum entsteht, wenn Oel auf Wasser geträuft wird, Durchsichtigkeit und Ruhe? Macht etwa, wie Aristoteles sagt, der Wind von der Glätte abgleitend, keinen Stoſs noch Wogen? Oder ist das nur wahrscheinlich in Hinsicht der Oberfläche gesagt? Aber da man sagt, daſs auch die Taucher, wenn sie in den Mund genommenes Oel ausspeien, in der Tiefe Licht und Durchsichtigkeit haben; so kann man wohl die Schuld nicht dem Abgleiten des Windes beymessen.“

Er giebt hier auch selbst eine Erklärung, die aber, da sie ganz unpaſsend ist, übergangen werden kann.

Plinius ***) erzählt: „Omne "(mare, das Wintermeer und Herbstmeer)" oleo tranquillari et ob id urinantes ore spargere, quoniam mitiget naturam asperam lucemque deportet." Plinius ****) sagt auch an einer 2ten Stelle: „Ea natura est olei, ut lucem adferat et tranquillet omnia, etiam mare, quo non aliud elementum est implacabilius.“

§. 50.

Die Aufmerksamkeit der Gelehrten des Mittelalters und der neuesten Zeit lieſs diese merkwürdige Eigenschaft des Oels ganz unbeachtet, obgleich die Kenntniſs derselben

*) Problem. XLI.

**) Quaest. nat. *Αἴτια φυσικά*. Cap. XII.

***) Hist. nat. Lib. II. cap. 103.

****) Ibid. Lib. II. cap. 106.

unter den Schiffern nicht verloren gieng, und im Mittelalter sogar abergläubische Deutungen mit dieser natürlichen Eigenschaft des Oels verbunden wurden.

OTTO *) führt in einer Abhandlung den CANISIUS **) an, nach dessen Bemerkung man es unter die Wunderwerke des heiligen CUDBERTS zähle, dafs er einem Priester zu einer Seereise geweihtes Oel mitgegeben habe, wodurch dieser in den Stand gesetzt worden, das durch einen heftigen Sturm in Aufruhr gebrachte Meer sogleich wieder zu besänftigen. Ebendaselbst wird auch eine Stelle des ERASMUS von Rotterdam angeführt ***), die so lautet: „Nonnulli procumbentes in sabulas adorabant mare, quicquid erat olei, effundentes in undas.“

So kam es denn, dafs dieser Erscheinung hier und da wohl gedacht wurde, dafs auch neue bestätigende Erfahrungen darüber bekannt wurden, ohne dafs jedoch ein denkender Physiker über die Bedingungen, unter den, und über die Kräfte, durch welche das Oel solche Wirkungen hervorbringt, Untersuchungen anstellte, und ohne dafs man den Grad der Einwirkung, dessen das Oel zur Besfäntigung von Wellen fähig wäre, bestimmte.

So führt OTTO ****) an, LINNE' *****) habe von GRONOV gehört, dafs die Holländischen Grönlandsfahrer, welchen man den Vorwurf machte, dafs sie diese Eigenschaft des Oels geheim hielten, allezeit einige Fässer davon mitnähmen, wenn sie auf den Wallfischfang ausgiengen. OTTO erwähnt ebendaselbst, dafs lange vorher, ehe der berühmte FRANKLIN seine Bemerkungen über diesen Gegenstand mittheilte; das Annual Register folgenden Artikel enthalten habe „Bey der letzten Feuersbrunst in Thomas-Street ward man gewahr, dafs das Oel, welches um die weitere Ver-

*) Das Oel ein Mittel die Wogen des Meeres zu besänftigen, in den Allgemeinen geographischen Ephemeriden B. II. S. 517. Weimar 1798.

**) Lect. ant. T. II. p. 8. Ed. Basn.

***) Colloq. e recens. P. Rabi. Ulm 1747. 8. pag. 262.

****) Allgemeine geographische Ephemeriden 1798 B. II. S. 520.

*****) Reise durch Westgothland S. 304.

breitung des Feuers zu verhüten, in den Fluſs gegoſsen wurde, die stürmische Bewegung desselben sichtbar stillte. Diese Eigenschaft des Oels scheint schon seit langer Zeit bekannt zu seyn. Ein altes Seegesetz verordnet, daſs, wenn bey einem Sturme aus einem Schiffe Güter über Bord geworfen werden müssen, und sich unter der Ladung Oel befinde, dieses zuerst ausgegossen werden solle."

§. 51.

Franklin *) war der Erste, welcher die gelegentlichen Wahrnehmungen über den Einfluſs des Oels zur Stillung der Wellen zu wissenschaftlichen Erfahrungen zu erheben suchte.

Nachdem Franklin auf diesen Gegenstand aufmerksam geworden war, bemühete er sich theils eine groſse Menge glaubwürdiger Erfahrungen, die andere vor ihm gemacht hatten, zu sammeln, theils stellte er selbst im Kleinen und im Groſsen Versuche mit dem Oele an. Er führt folgende Thatsachen, die er von andern erfuhr, an: Gilfred Lawson versicherte dem Brownrigg, mit dem Franklin über diese Eigenschaft des Oeles in Briefwechsel stand, daſs er, als er längere Zeit in Gibraltar diente, oft gesehen habe, daſs die Fischer, um die Austern, die dort sehr groſs sind, auf dem Boden des Meeres liegen zu sehen, und sie so mit eignen Instrumenten heraus zu heben, ein wenig Oel auf die See gieſsen, in der Absicht die Bewegung derselben zu stillen. Er sagte, daſs diese Verfahrungsweise auch an anderen Gegenden der Spanischen Küste angewendet werde. Franklin selbst hörte von Jemanden, der auf dem mittelländischen Meere oft gewesen war, daſs die Taucher, wenn sie Licht brauchten, eine geringe Menge Oel dann und wann aus dem Munde liessen, wodurch das Kräuseln des Wassers auf der Oberfläche des Meers, und folglich die Hemmung des Lichtes daselbst, verhindert würde, wodurch das Licht

*) Phil. Transact. for the Year 1774. Vol. LXIV. P. II. of the stilling of waves by means of Oil.

einen freyen Eingang in die Tiefe erhalte. Ein alter Seekapitän erzählte ihm auch, dafs die Bermudier Oel auf das unruhige Wasser zu giefsen pflegen, um die Fische zu sehen, die sie stechen wollen.

Hiermit stimmt auch das überein, was Lelyveld *) erzählt: die Fischer von Texel fahren allemal Oel mit sich um das Meer zu stillen, und dadurch die Bütte (einen Fisch) sehen zu können.

Franklin führt auch das Zeugnifs des Pennant **) an, welcher erzählt: Die Fischer in Schottland, welche Seekälber (Seal) fangen, bemerken, dafs, wenn diese Thiere einen öligen Fisch unter dem Wasser fressen, das Wasser merklich ruhiger sey, und an diesem Merkmale wissen sie, wo sie nach ihm zu spähen haben.

Franklin erfuhr von Fischern, dafs das Wasser hinter einem Schiffe, das kürzlich mit Theer beschmiert worden, ruhiger sey, als hinter einem lange nicht gereinigten Schiffe, und als er einmal auf dem Meere fuhr, bemerkte er selbst, dafs das Wasser hinter 2 Schiffen merklich ruhiger war. Der Schiffskapitän, den Franklin hierüber fragte, meynte, sie hätten wahrscheinlich ihr fettiges Wasser ausgegossen, und that, als wäre diese Wirkung hiervon allgemeiner bekannt.

Pringle erzählte Franklinen, dafs man, wie er von den Häringsfischern in Schottland gehört habe, die Häringsbänke (Häringshaufen) im Wasser aus der Entfernung durch die Ruhe des Wassers an der Oberfläche desselben, erkennen könne. Pringle leitete diese Erscheinung von dem öligen Stoffe ab, der aus ihrem Körper ausgeht.

Auch führt Franklin an, dafs in Rotheiland in Nordamerika bemerkt wurde, dafs, wenn Wallfischfänger im Ha-

*) Essai sur les moyens de diminuer les dangers de la mer par l'affusion de l'huile, du goudron ou de quelque autre matiere flottante. Amsterdam 1776. Siehe Zugabe zu den Göttingschen gelehrten Anzeigen 1777. St. 12. S. 179.

**) Britt. Zool. London 1776. Vol. IV. Art. Seal.

fen von Newport lagen, der ausfliefsende Thran das Wasser, mit dem er sich mischte, glatt machte.

Eine der merkwürdigsten Mittheilungen, die Franklin über die Eigenschaft des Oels die Wellen zu besänftigen erhielt, ist der Auszug aus einem Briefe des Hrn. Tengnagel an den Grafen von Bentink, geschrieben zu Batavia den 15ten Jan. 1770, den wir daher ganz hier hersetzen: *)

Près des isles Paulus et Amsterdam nous essuiames un orage, qui n'eut rien d'assez particulier pour vous être marqué, si non que notre Capitaine se trouva obligé en tournant sous le vent de verser de l'huile contre la haute mer pour empêcher les vagues de se briser contre le navire, ce qui réussit à nous conserver et a été d'un très-bon effet: comme il n'en versa qu'une petite quantité à la fois, la compagnie doit peut-être son vaisseau à six demi-aumes d'huile d'olive: j'ai été présent quand cela s'est fait, et je ne vous aurois pas entretenu de cette circonstance, si ce n'étoit, que nous avons trouvé les gens ici si prévenus contre l'esperience, que les Officiers du bord ni moi n'avons fait aucune difficulté de donner un certificat de la vérité sur ce chapitre.

§. 52.

Was die eignen Versuche Franklins anlangt, so machte er die ersten hierüber auf einem grofsen Teiche auf dem Gemeindeplatze zu Clapham. Er gofs, als der Teich ziemlich vom Winde beunruhigt wurde, auf der Seite, welche der Richtung, von der der Wind kam, entgegengesetzt ist, und wo die Wellen am gröfsten waren, ein wenig Oel in das Wasser, das sich mit überraschender Schnelligkeit ausbreitete, aber, weil es von dem Winde nach dem Ufer zu getrieben wurde, keine Wirkung zur Stillung der Wellen hatte. Franklin gieng nun auf die Seite des Teichs, von der der Wind kam, und wo die Wellen sich zu bilden begannen, und gofs nicht mehr als einen Theelöffel voll Oel

*) Phil. Transact. for the Year 1774. p. 455.

in das Wasser, das unverzüglich eine Ruhe über einen Raum von mehreren Quadratellen herbeyführte.

Dieser Raum breitete sich erstaunend aus, und erreichte nach und nach die dem Winde entgegengesetzte Seite des Teiches; und so wurde diese ganze Gegend des Teichs in einem Umfange von $\frac{1}{2}$ Acre (1 Acre = 40 Ruthen Länge, 4 Ruthen Breite) glatt wie ein Spiegel. Franklinen setzte diese groſse, plötzliche und gewaltsame Ausdehnung des Oels in Erstaunen, und er nahm von dieser Zeit an, wenn er ausgieng, in der obern Hölung seines Stockes ein wenig Oel mit, um bey jeder Gelegenheit den Versuch zu wiederholen, der auch immer gelang. Oel breite sich, fährt er fort, auf einem Spiegel oder auf einer Marmorplatte, die in horizontaler Lage ist, sehr wenig aus, auf Wasser dagegen breite sich ein einziger Tropfen Oel augenblicklich mehrere Fuſs in der Runde aus, und werde dabey so dünn, daſs er in einem beträchtlichen Raume prismatische Farben hervorbringe, und über die Grenze dieser prismatischen Farben hinaus ganz unsichtbar sey, und nur noch durch die Wirkung der Wellenbesänftigung erkannt werde.

§. 53.

Es scheint, setzt er hinzu, als ob eine gegenseitige Abstoſsung zwischen den Oeltheilchen einträte, so bald das Oel das Wasser berührt, und zwar eine Abstoſsung, die so stark ist, daſs die auf der Oberfläche schwimmenden Körper, kleine Stückchen Stroh, Laub, Spähne, nach allen Seiten vor diesem Oel, wie Strahlen von ihrem Mittelpuncte ausweichen, und einen groſsen reinen Raum lassen.

§. 54.

Fnanklin wurde in dieser Vermuthung durch eine Erscheinung noch mehr bestärkt, auf die er bey Hrn. Smeaton, dem er bey Leeds die Wirkung des Oels auf die Wellen zeigen wollte, zuerst aufmerksam gemacht wurde: daſs nämlich, wenn man eine in Oel umgekommene todte Fliege

in einen Teich bringe, sie sich auf dem Wasser sehr schnell um sich selbst drehe. Franklin wiederholte den Versuch sogleich, nahm aber statt einer Fliege in Oel getränkte Holz — und Papierspähne von der Gröſse einer Fliege und von der Gestalt eines Komma. Das von der Spitze ausströmende Oel bewegte sie in die Runde in entgegengesetzter Richtung.

§. 55.

Auf einer Schüssel soll sich der Versuch nach Franklins Bemerkung nicht anstellen lassen, nämlich wegen der durch die Wände beschränkten Ausbreitung des Oels, welche hindert, daſs noch etwas auſser dem dünnen Oelhäutchen von dem Oeltropfen ausgehen kann.

Allein der Versuch ist uns nicht nur auf einer Schüssel gleichfalls gelungen, sondern wir haben auch die besondern Umstände, von den die Richtung solcher in Wasser schwimmenden, geölten Theilchen abhängt, gefunden, und werden hier bald mehr darüber beybringen.

§. 56.

Die von Franklin über die Einwirkung des Oels auf die Wellenbewegung des Wassers angestellten Versuche führten ihn zu der Erklärung, die wir hier wörtlich mittheilen wollen.

„Luft und Wasser stoſsen sich gegenseitig nicht ab, vielmehr zieht Wasser, aus dem die Luft vorher ausgetrieben ist, Luft wieder in sich. Daher kann der Wind, indem er über die Oberfläche des Wassers wegstreicht, auf sie reiben, und sie in kleinen Wellen erheben. Die kleinste Welle, wenn sie einmal erregt ist, sinkt nicht unmittelbar wieder ein, und läſst das benachbarte Wasser nicht in Ruhe, sondern hebt, indem sie sinkt, da die Friction der Theilchen wenig Unterschied macht, fast eine gleiche Menge von dem sie umgebenden Wasser.“

„Wirft man z. B. einen Stein in einen Teich, so erregt er um sich eine einzelne Welle, die auch, wenn er zu Boden gesunken ist, fortbesteht. Aber diese erste Welle

hebt kreisförmig um sich, in dem sie sich senkt, eine zweite, die zweite eine dritte, und so fort, bis zu einer großen Entfernung. Es bringt eine kleine Kraft, die fortwährend wirkt, eine große Wirkung hervor. Berührt man eine schwere aufgehängte Glocke mit dem Finger, so kann man sie anfangs nur wenig bewegen; berührt man sie aber immer wieder von neuem, wenn auch mit nicht größerer Kraft, so nimmt die Bewegung der Glocke so lange zu, bis sie sich bis zur größten Höhe mit einer Kraft schwingt, der man mit der ganzen Stärke des Armes und Körpers nicht zu widerstehen vermag. Wenn auf eben die Weise die zuerst erregten kleinen Wellen fortwährend unter der Einwirkung des Windes stehen, vergrößern sie sich mehr und mehr, ungeachtet der Wind nicht an Stärke zunimmt, werden höher, breiter und länger, so daß endlich jede Welle große Massen Wasser einschließt, durch welche sie in ihrer Bewegung mit großer Gewalt wirkt."

„Wenn nun zwischen den Theilchen des Oels gegenseitige Abstoßung, und zwischen Oel und Wasser keine Anziehung statt findet, so kann das Oel, wenn man es auf Wasser tropft, nicht vermöge einer Anziehung an dem Orte, wohin es gefallen ist, haften; vom Wasser wird es nicht eingesogen, und hat daher die Freiheit sich selbst auszudehnen; es wird sich auf einer Oberfläche ausbreiten, die nicht allein im höchsten Grade glatt ist, sondern auch durch Abstoßung des Oels vielleicht alle unmittelbare Berührung mit dem Oele vermeidet, indem die Oberfläche dasselbe in einer kleinen Entfernung von sich selbst hält; und so wird die Ausbreitung fortdauern, bis die gegenseitige Abstoßung zwischen den Theilchen des Oels durch ihre Entfernung geschwächt, und bis auf 0 reducirt wird." Nun denkt sich Franklin, daß "indem der Wind über das mit einem Oelhäutchen bedeckte Wasser bläst, er an demselben nicht haften (anfaßen, catch) könne, um die ersten, kleinsten Wellen zu erregen, sondern, daß er über dasselbe hinweg gleitet, und es glatt lässt, wie er es findet.

Der Wind bewegt allerdings das Oel ein wenig, welches sich zwischen ihm und dem Wasser befindet, und ihm darüber hinweg zu gleiten dient, und die Friction hindert, wie auch Oel zwischen den Theilen einer Maschine. Daher Oel auf die Seite eines Teichs, von der der Wind kommt, getropft, stufenweise nach der Seite fortschreitet, wohin der Wind geht, wie man an der Glätte sieht, die es bis auf die ganz entgegengesetzte Seite mit sich führt."

Da der Wind auf diese Weise gehindert wird die ersten Kräuselchen (die Franklin als Elemente der Wellen betrachtet) hervorzubringen, so kann er keine Wellen, welche erst durch die fortwährende Einwirkung und Vergröfserung dieser Elemente bewirkt werden können, erregen, und so wird der ganze Teich beruhigt. „Man kann daher die Wellen eines Teichs ganz beruhigen, wenn man auf die Seite desselben kommen kann, wo die Wellen ihren Ursprung nehmen. Dieses kann auf dem Oceane nicht geschehen."

„Vielleicht kann aber etwas gethan werden um die Wellen des Oceans zu mäfsigen, wenn wir uns in der Mitte derselben befinden, um ihre Brechung, wo sie nachtheilig seyn würde, zu hindern. Denn wenn der Wind frisch bläst, so erheben sich auf dem Rücken einer grofsen Welle fortwährend eine Anzahl kleinerer, welche ihre Oberfläche rauh machen, und welche den Wind haften lassen, so dafs er sie mit gröfserer Gewalt vorwärts treiben kann. Dieses Haften wird durch die verhinderte Entstehung der kleinen Wellen, die das rauh werden verursachen, gehindert; vielmehr ist es wohl möglich, dafs der Wind, indem er über eine geölte Welle hinzieht; sie, statt vorwärts zu schieben, niederdrücke."

§. 57.

Franklin hatte von einem alten Seekapitän gehört, die Fischer von Lissabon pflegten, wenn sie in Begriff wären in den Flufs einzulaufen, und zu grofse Brandung

statt fände, 1 bis 2 Bouteillen Oel in die See auszugiefsen, die dann die brandenden Wogen beruhigten.

Diese Behauptung wurde vielleicht die Veranlassung zu dem Versuche, den er zur Stillung der brandenden Wogen, wie wohl ohne Erfolg, mit dem Kapitän Bentinck und in Gegenwart der Herren Banks, Solander und Blagden zu Portsmouth im October 1773 anstellte.

Sie fuhren mit 2 Booten nach einer Küste, an der eine beträchtliche Brandung, die das Landen erschwerte, statt hatte. Ein Theil der Gesellschaft landete hinter einer Spitze der Küste, wo die Brandung geringer war, und trat dem Boote, das sich $\frac{1}{4}$ Meile vom Ufer vor Anker gelegt hatte, gegenüber. Nun segelte eine andere Barke dem Winde entgegen so weit in die See, dafs sie so weit vom Langboote entfernt war, als das Langboot vom Ufer. Die Barke segelte dabey in kurzen Zickzackfahrten (Trips) von ungefähr $\frac{1}{2}$ Meile, und gofs auf diesem Wege aus einer grofsen steinernen Bouteille, deren Stöpsel eine Oeffnung von der Dicke eines Federkiels hatte, in einem fort Oel aus. Franklin hoffte, das Oel, welches vom Winde dem Ufer zugeführt wurde, würde daselbst die Brandung mäfsigen, was die ausgeschiffte Gesellschaft sehr gut würde haben beobachten können. Allein das erfolgte nicht; denn es wurde weder in der Höhe noch in der Gewalt der Brandung ein wesentlicher Unterschied bemerkt. Das Oel aber dehnte sich stufenweise nach dem Langboote aus, und bildete in der ganzen Strecke, wo das Oel ausgegofsen worden war, einen Strich geglättetes Wasser, das zwar wogte, dem aber nur die Rauhigkeit, die durch die kleinen Wellen entsteht, fehlte, und es fanden sich daselbst keine oder wenige überschäumende Wellen, obgleich windwärts und windabwärts eine Menge derselben waren. Ein Fahrzeug schien absichtlich diese Fahrstrafse zu wählen und sie zu halten.

Franklin läugnet mit Recht, dafs das Oel die Bildung der Wellen, die durch einen ins Wasser geworfenen Stein, oder dusch irgend eine andere Kraft, mit Ausnahme des Windes, veranlafst werden, hemmen könnte; daher dauerten auch

entstandene Wellen, wenn sie von Oel überzogen wären, fort, so wie ein Pendel fortschwinge, nachdem der Stoſs, der ihn in Bewegung setzte, eine Zeit lang aufgehört hat. Das Oel schwäche nur den Stoſs des Windes, der die Wellen forttreibt, und indem nun die Wellen weniger starke Stöſse erhielten, sänken sie allmählig. So sänken auch die Wellen erst lange nachher, nachdem der Wind aufgehört hätte, bis zum Niveau.

Die Ursache, warum die Brandung bey dem angestellten Versuche nicht gemäſsigt wurde, liegt nach Franklin wahrscheinlich darinne, daſs die mit Oel überzogenen Wellen eine zu kurze Strecke bis zum Ufer zu durchlaufen hatten, und daſs zu wenig Oel ausgegoſsen worden war.

Ungeachtet dieser von Franklin im Kleinen angestellte Versuch zu keinen entscheidenden und genügenden Resultaten führte, so machen es doch andere Erfahrungen, nach den sich Oel, bey Stürmen in groſser Masse in das Meer gegoſsen, nützlich zur Verhütung der Schiffbrüche, oder zur Verminderung des Schadens und der Gefahr dabey bewies, wünschenswerth, daſs diese Versuche auf Kosten irgend einer Regierung im Groſsen wiederholt werden möchten.

§. 58.

Viel gelegentlich gemachte Erfahrungen hierüber sind von Lelyveld *) zusammengestellt worden.

Er erzählt von einem Holländischen Schiffshauptmann Tys Fireman (vielleicht demselben, mit dem Hr. Tengnagel fuhr, und dessen Brief an den Grafen von Bentinck, vom 15ten Jan. 1770, zu Batavia geschrieben, wir früher hier eingerückt haben), er habe den Versuch mit Oel 1769 im Groſsen bey einem Sturme angestellt, nachdem er schon

*) Essai sur les moyens de diminuer les dangers de la mer par l'effusion de l'huile du goudron ou de quelque autre matiere flottante. Amsterdam 1776. 8. Eine Anzeige dieser Schrift von Meister steht in der Zugabe zu den Göttingischen Anzeigen 1777. St. 12 pag. 177.

sein Steuerruder und seine Segel verloren hatte, und mit 6 halben Ankern (Ancres) Oel die brausenden Wellen gestillt. Ferner erzählt er, Hr. May, damals Schiffslieutenant, habe 1735 bemerkt, daſs 2 mit Oel beladene und leck gewordene Schiffe durch eine glatte See gesegelt seyen, so daſs um dieselben herum keine Wellen waren. Ein Schiffshauptmann Namens Pral hat die Stille der Gegend des Meers, in welche altes Oel aus dem Schiffe rann, auch bemerkt, und ein Kaschelot, aus dem Fett ausfloſs, soll die See wohl 2 (holländische) Meilen weit um sich herum glatt gemacht haben.

Lelyveld merkt auch mit an, daſs in der Beschreibung des Schiffbruchs der Anna Cornelia diese heilsame Kraft des Oels auch erwähnt sey.

Er führt an, daſs durch das Oel ein Heringsschiff gerettet worden sey, während ein anderes, 300 Klaftern weit davon, mitsammt dem Volke zu Grunde gegangen sey. Ein Seeländer habe auf der Französischen Küste die Wirkung des Oeles gesehen, und glaube, das Oel habe allein ein Schiff gerettet. Ein Herr Destouches de la Fresnaye, ehemaliger Schiffshauptmann von Granville, habe 1736 gesehen, daſs ein alter Matrose, bey der Bestürzung des Hauptmanns, bloſs durch das eben vorhandene Kabeljauöl die Gefahr abgehalten habe. Dieses Oel sey sehr übelriechend, aber das weichste unter allen Oelen.

Hr. Day, ein Beamter der Französischen Gesellschaft, habe sein und des Schiffes Heil einer halben Tonne Oel, das er ausrinnen lieſs, zu danken gehabt, und dasselbe Glück sey durch Oel dem Hauptmanne Klym in einer an den Holländischen Inseln gestrandeten Schaluppe zu Theil geworden. Zu Noortwyk behaupteten die besten Seeleute die Kraft des Oeles zum Stillen der See einstimmig.

Indessen erwähnt auch Lelyveld, daſs andere Schiffshauptleute allerley Einwürfe wider den Gebrauch des Oels machen, und die heilsame Kraft desselben nur auf kurze Zeit zugestehen, wie für eine mittlere einer Brandung ausgesetzte Schaluppe.

§. 59.

Ein Schiffshauptmann habe behauptet, das Meer werde freylich vom Oele glatt, nicht aber eigentlich stille, und hinter der glatten Stelle sey die See um desto zorniger. Die Wahrnehmung, daſs Oel auf das Meer gegossen desselben Oberfläche glatt und eben mache, sey auch den Holländischen Schiffern, zumal denjenigen, die nach Grönland fahren, wohl bekannt gewesen, und zuweilen, wiewohl nicht oft, von ihnen angewendet worden: nicht oft, weil die Leute in der Meynung stünden, daſs ein Schiff, wenn es hinter einem Schiffe, das durch Oel die See stillt, nachfolgt, groſse Gefahr leide, und auch die durch Oel gestillte See eine gröſsere Wuth wieder annehme, welcher Meynung aber die Schiffshauptleute Pral und May widersprochen haben.

§. 60.

Ungeachtet so mannichfaltiger Erfahrungen hat, wie der Baron von Zach *) anführt, der Pater Frisi **) behauptet, daſs das Oel die Wellen nicht besänftigen könnte, und daſs die, die das behaupteten, wahrscheinlich durch eine optische Täuschung verführt worden wären.

Herr v. Zach stimmt indessen dieser Behauptung nicht bey, vielmehr führt er Erfahrungen für das Gegentheil an. Er *) erzählt z. B. „daſs ein Glied der Société Royale humaine im Jahre 1800 vorgeschlagen habe mit Feuerspritzen Oel auf das Meer zu spritzen, um seine Oberfläche zu beruhigen. Nur alsdann (sagte dieser Seemann) werden zur Rettung abgeschickte Fahrzeuge ohne Gefahr dem gescheiterten Schiffe nahen können, auſserdem würden sie bald zertrümmert werden. Dieser erfahrne Seemann erzählt

*) Correspondance astron. du Baron de Zach, Cahier 27. 1822 pag. 492 seqq.

**) Opuscoli Filosofici. Milano 1781. Dissert III. dell'azione dell'olio sull' acqua p. 59.

***) A. a. O. S. 59.

in dieser Hinsicht folgende Thatsache: Als ich mich im Jahre 1774 im Hafen von Kingston (auf Jamaika) befand, war der Wind so stark, und tobte das Meer so sehr, daſs kein Fahrzeug sich dem Rande des Schiffes, das ich besteigen wollte, nähern konnte. In *geringer* Entfernung von diesem Schiffe wurde eine Fregatte getheert. Die Sonnenwärme machte den Theer abtröpfeln, und die darin enthaltene fette Materie beruhigte *weit* herum die Oberfläche des Meers. Man sah nicht eine Riefe auf dem Wasser. Zwey kleine Boote erhielten sich ganz ruhig an seinem *Rande*. Derselbe Seemann erzählt, daſs ein Holländisches mit Oel beladenes Schiff in einem groſsen Sturme auf *Godwin-Sands* gescheitert sey. Die Mannschaft wurde von einem Fahrzeuge von Deal gerettet, aber es wagte nicht eher dem Schiffe sich zu nahen, als bis man eine Quantität Oel in das Meer hatte flieſsen lassen: nur dann konnte das Fahrzeug den Schiffbrüchigen zu Hülfe kommen. Ich glaube (fährt dieser achtungswerthe Seemann fort), daſs eine der Ursachen des Windes ist, wenn das Wasser nicht hinreichend mit Luft gesättigt ist. Ein Strom dieser letztern Flüssigkeit stürzt sich alsdann gegen das Wasser, wie gegen einen leeren Raum."

Hierher gehört auch der Versuch des Russischen Hofraths und Academikus Osorezkowsky, welcher von Halleers *), ohne die Quelle zu nennen, angeführt wird.

Osorezkowsky lieſs auf seiner Reise nach dem Ladoja und Onega im September bey ziemlich stürmischem Wetter das Fahrzeug, worauf er sich befand, am Ausflusse der Wolchawa in den Onegasee an einem Anker befestigen, und goſs in vier malen, kurz nach einander, 42 Pfund Leinöl auf's Wasser..... Die ganze geölte Strecke ward so eben als eine Spiegelfläche, und obgleich die Wellen unter dem Oele noch immer zu schlagen fortfuhren, so hoben sie sich dennoch nicht sehr in die Höhe, und es schien als würden sie gleichsam von einer Last niederge-

*) Halle's Magie Th. IV. pag. 566.

drückt gehalten, oder durch eine gewisse Kraft betäubt und zurückgehalten Die Wellen zertheilten nicht einmal die Oeldecke, sondern schoben dieselbe allmälig auf die Seite, wohin der Wind das Wasser trieb.

Eine äufserst merkwürdige Beobachtung über die besprochene Eigenschaft des Oels, ist die von Hrn. C. E. M. Richter *), welcher, Begleiter des Dänischen Capit. Feddersen, und Lehrer seiner Söhne, auf einem nach St. Thomas bestimmten Schiffe war. Er stand während eines furchtbaren Sturmes am Ufer der Insel Porto Santo, und sahe, wie ihr Schiff von den Ankern losgerissen, zertrümmert und verschlungen wurde. „Jetzt," fährt er fort „zeigte sich mitten in der Bai ein Boot, welches von Wind und Wellen uns entgegengetrieben wurde. Als es den Strand erreichte, schien das Meer rund um dasselbe still zu stehen, und es war, als ob seine hellglänzende Schaumfarbe in diejenige übergieng, welche dem Meere in seinem ruhigen Zustande eigen ist. Aber bald erhoben sich die Wellen mit verdoppelter Kraft, und schleuderten, *ohne sich zu brechen*, das Boot hoch auf den Strand herauf. Es sprang dann eine Menge Menschen heraus, welche, um von den nacheilenden Wellen nicht eingeholt und zurückgeschwemmt zu werden, in gröfster Eile die Anhöhe erstiegen, auf welcher wir uns befanden" — „**) die Vorsicht unseres Capitäns, im grofsen Boote zu jeder Zeit ein Fäfschen Oel bereit zu halten, kam ihm jetzt vortrefflich zu statten, und es würde ohne dem eine glückliche Landung nicht möglich gewesen seyn. Denn als das nach dem innern Ende der Bai getriebene Boot im Begriffe stand, *von den am Strande sich brechenden* Wellen verschlungen zu werden, hatte man den Boden des Oelfasses eingestofsen, und das Oel in das Meer geschüttet, wodurch jene plötzliche Veränderung des Wassers, die ich von meinem Standpuncte aus bemerkte, erzeugt worden war." Er sagt, es könne das

*) Reisen zu Wasser und zu Lande in den Jahren 1805 — 1817. Dresden 1821. B. II. pag. 66.

**) A. a. O. S. 68 bis 70.

Oel zwar das Meer nicht völlig glätten, auch werde die Oeldecke bald zu dünn, um dem Drucke des Windes zu widerstehen, hauptsächlich bewirke es aber „dafs die Wellen, welche beym Erreichen des Strandes als Brandung brechen würden, sich wie ein dicker, zusammenhängender Wulst den Strand beträchtlich hinaufwälzen." — „die Wellen treiben es (das Schiff) alsdann, anstatt es an die Kante des Strandes zu setzen, und dann darüber hin zu brechen, so weit auf denselben, dafs die nachfolgenden es nur schwach berühren können." Von der Eigenschaft des Oels die Wellen niederzudrücken sagen, wie Hr. Richter bemerkt, die Seeleute, es jage ihm einen *Schrecken* ein. Das Oel „wird noch heutiges Tages von Seefahrern, besonders von den Holländischen, zu diesem Zwecke häufig benutzt."

Unserm verehrten Freunde, Herrn Professor Weiske in Leipzig, der uns von der Zuverlässigkeit des Hrn. Richter, den er als seinen Schulfreund genau kennt, versicherte, hat der Hr. Verf. noch mündlich mitgetheilt, dafs er das zum Zwecke der Besänftigung der Wellen bestimmte Oelfäfschen in vielen Holländischen Fahrzeugen und Booten gesehen habe.

§. 61.

Aus den voraus geschickten Erfahrungen kann man folgende Sätze als Resultate ziehen:

1) Das Oel, wenn es auch nur in geringer Menge mit Wasser in Berührung kommt, zeigt die Erscheinung, sich mit einer bewundernswürdigen Gewalt und Geschwindigkeit über eine grofse Strecke desselben in Gestalt eines durchsichtigen, höchst dünnen Oelhäutchens auszubreiten.

2) Innerhalb dieser Strecke verschwinden die kleinsten Wellen, die die Oberfläche des Wassers und der gröfseren Wellen kraus und uneben machen, und die Oberfläche des Wassers wird daher spiegelnd.

3) Die gröfseren Wellen setzen zwar ihren Lauf durch diese Strecke hindurch fort, werden dabey aber selbst

niedriger, und zwar in dem Grade mehr, als die geölte Strecke, durch die sie ziehen, gröſser ist.

4) Es ist noch nicht gewiſs ausgemacht, ob der über die geölte Strecke blasende Wind nicht auf die nächste Strecke, die auſserhalb der Grenze der geölten Fläche liegt, etwas heftiger wirke, als er darauf wirken würde, wenn gar kein Oel auf das Wasser gegossen wäre.

5) Ob die Wirkung des Oels so groſs ſeyn könne, daſs man, wenn man ölige Materien in hinreichender Menge auf das Meer gieſst, davon Vortheil für Schiffe bey heftigen Seestürmen und Brandungen hoffen dürfe, ist durch Versuche noch nicht bestimmt, durch Erfahrungen aber in einem gewissen Grade wahrscheinlich.

6) Die geölten Wasserflächen lassen mehr Licht in das Innere desselben eindringen, und die von den im Wasser befindlichen Gegenständen reflectirten Lichtstrahlen ungestörter herausfallen. Taucher erhalten daher im Wasser dadurch mehr Licht, und Menschen, die in das Wasser von auſsen hineinsehen, erkennen die Gegenstände darinn deutlicher.

§. 62.

Achard *) kann unmöglich die Wirkungen des Oels genauer untersucht und beobachtet haben, wenn er dabey dem Oele keine andere Wirkungsart zuschreibt, als andern auf dem Wasser herumschwimmenden Körpern, und wenn er rathet, statt Oel in das Meer zur Besänftigung der Wellen auszugieſsen, eine Anzahl leerer verschlossener Tonnen, oder mit Luft erfüllter, geschlossener blecherner Kästen in das Meer auszuwerfen, von den er im Kleinen einen erwünschten Erfolg gesehen haben will. Wir läugnen nicht, daſs auch dieses Verfahren einige Wirkung haben könne, auch war diese Wirkung den Alten schon bekannt, denn schon Aristoteles **) stellt die Frage auf.

*) Sammlung physicalischer und chemischer Abhandl. B. I. Berlin 1784. S. 83.

**) Problem. XLI. 4.

„Warum, wenn etwas in das wogende Meer geworfen wird, wie der Anker, die Wogen sich legen?“ Auch könnte hierher wohl die Erscheinung gezogen werden, deren Richter *) erwähnt: „der Regen ebnete das Meer mit bewundernswürdiger Kraft.“

Allein daſs das Oel diese Wirkung durch eine ganz andere, ihm eigenthümliche, näher zu untersuchende Eigenschaft hervorbringt, und weit schneller und mächtiger seine Kraft äuſsert, und diesen Einfluſs auf eine sehr groſse Fläche gleichzeitig ausdehnt, ist nicht zweifelhaft.

§. 63.

Welche Körper haben die Eigenschaft sich auf der Oberfläche des Wassers und anderer Flüssigkeiten zu einem dünnen Häutchen auszudehnen, und mit welchen Erscheinungen ist diese Ausdehnung verbunden?

Diese Eigenschaft zeigen alle Oele, sowohl die fetten, und die ätherischen, als auch die brenzlichen, ferner alle Fettigkeiten, von diesen die festeren sehr deutlich auf warmen Wasser. Von uns sind untersucht, das

Rübsenöl,
Olivenöl,
Mandelöl,
Terpentinöl,
Lavendelöl,
Nelkenöl,
Bergöl, Ol. petri,
Hirschhornöl, Ol. cornu cervi.

§. 64.

Wird z. B. die Spitze eines Körpers in Rübsenöl getaucht, und nachdem der daran hängende Tropfen abgestrichen worden ist, an die Oberfläche des Wassers gebracht,

*) Reisen zu Wasser und zu Lande in den Jahren 1805 — 1817. Dresden 1821. Th. I. S. 43.

das eine Schüssel erfüllt, und durchaus keine Fettigkeit oder öligen Stoff enthält, so strömt das Oel im Augenblicke der Berührung mit dem Wasser mit überraschender Geschwindigkeit nach allen Richtungen über die ganze Oberfläche aus, und zeigt während des Ausströmens die lebhaftesten Regenbogenfarben. Eine 2te ganz kleine Menge Oel breitet sich auf derselben schon durch den ersten Versuch etwas geölten Fläche ebenfalls, aber weniger geschwind aus, und das kleine Oeltröpfchen, das mit dem Wasser in Berührung kommt, bildet nun einen runden öligen Fleck, der gleichfalls Regenbogenfarben zeigt, und indem er sich langsam vergröſsert und ausdehnt, viele kleine nach und nach gröſser werdende runde Löcher, vorzüglich in der Nähe seines Randes, erhält, zwischen welchen das angehäufte Oel in der Form einer netzförmig durchbrochenen Materie erscheint.

Hat die Wasserfläche nun so viel Oel, als sie kann, aufgenommen, so breiten sich Oeltröpfchen, die man darauf bringt, gar nicht mehr aus.

§. 65.

Mandelöl breitet sich auch in eine Oelhaut auf der Oberfläche des Wassers aus, es erscheinen aber dabey keine deutlichen Regenbogenfarben.

Die ätherischen Oele können in viel gröſserer Menge auf Wasser gebracht werden, bevor ihre Ausbreitung gehindert wird, daher breiten sie sich auch auf Wasser, das mit einem dünnen Häutchen fetten Oels überzogen ist, und wo sich das fette Oel nicht mehr ausbreitet, noch immer mit beträchtlicher Gewalt aus; umgekehrt aber breitet sich fettes Oel auf Wasser, auf dem nur ein wenig ätherisches Oel ist, gar nicht aus. Terpentinöl und Lavendelöl zeigten dabey sehr schöne Regenbogenfarben; Nelkenöl dagegen (welches schwerer ist als Wasser) breitet sich zwar mit groſser Gewalt auf der Oberfläche des Wassers aus, bildet aber keine zusammenhängende Oelhaut und zeigt auch keine Regenbogenfarben. Terpentinöl, in welchem

etwas resina pini aufgelöst ist, breitet sich langsamer auf Wasser aus, als reines Terpentinöl, und überzieht das Wasser mit einer dünnen Harzdecke. Ol. petri und Ol. cornu cervi zeigen auch Regenbogenfarben.

Wird die Oberfläche des Wassers, die von einer Oeldecke überzogen war, durch Verdunsten des ätherischen Oels, oder durch Druckpapier, mit dem die Oberfläche gestrichen worden ist, von dem Oele befreyet, so lassen sich die Erscheinungen von neuem auf demselben Wasser hervorbringen, woraus schon hervorgeht, daſs die darauf angebrachten Stoffe nur auf der Oberfläche, nicht im Innern der Flüssigkeit sich ausgebreitet hatten.

§. 66.

Mit welcher Gewalt sich die Oele auf der Oberfläche des Wassers ausbreiten, sieht man aus folgenden Versuchen. Schneidet man kleine Theilchen von der Fahne einer Feder ab, und läſst sie auf Wasser schwimmen, so werden sie mit groſser Schnelligkeit gegen den Rand des Gefäſses in dem Augenblicke getrieben, wo etwas Oel auf die Mitte des Wassers gebracht wird, und es wirkt dieser Stoſs selbst auf die Theilchen, welche 3 — 4 Zoll von dem Puncte entfernt sind, wo das Oel mit dem Wasser in Berührung kommt.

Bringt man einen Oeltropfen auf Kalkwasser, das sich mit einem Häutchen von kohlensaurem Kalke überzogen hat, nachdem das Häutchen durch eine Bewegung des Wassers Risse bekommen hat, so streicht das sich ausbreitende Oel das Kalkhäutchen ab, und ſchiebt den kohlensauren Kalk bis an den Rand des Gefäſses.

Bringt man 2 Oeltröpfchen zugleich auf Wasser, so können sie sich nicht vereinigen und eine ununterbrochene sichtbare Oelhaut bilden, sondern ihre ausgebreiteten Oeldecken bleiben getrennt, und die des gröſseren Tropfens drängt die des kleineren zurück, so daſs die letztere keine runde, sondern eine herzförmige Gestalt erhält. Man bemerkt auch, daſs eine neu sich bildende Oelhaut eine frü-

her gebildete so zurückdrängt, dafs sie über die Grenze, wo beyde in Ruhe und Gleichgewicht stehen würden, fortschreitet, und daher sogleich wieder etwas zurückweichen mufs. Hieraus mufs man wohl schliefsen, dafs das Oel bey seiner Ausbreitung auf irgend eine Weise beschleunigt und retardirt wird.

Bestreicht man leichte Körper, die am Wasser nicht fest haften, z. B. eine längliche Federflocke, die man aus der Fahne einer Gänsefeder geschnitten hat, mit ein wenig fetten Oel, noch besser aber mit Lavendel- oder Nelkenöl, und zwar so, dafs an dem einen Ende der länglichen Flocke der rechte Rand, am andern Ende der linke Rand der Flocke mit etwas Oel benetzt wird, so drehet sie sich, so bald sie auf die Oberfläche eines von Oele freyen Wassers gebracht wird, mit grofser Heftigkeit um sich selbst, und zwar jedes Ende der Flocke nach der Seite, welche dem Rande, an den das Oel gestrichen wurde, entgegengesetzt ist. Zugleich bemerkt man das Ausströmen des Oels von den benetzten Rändern durch die entstehenden Regenbogenfarben. Man hat daher die Bewegung dieser leichten Körper in seiner Gewalt, und kann voraus bestimmen, wohin sie sie drehen sollen. Benetzt man das eine geradlinig abgeschnittene Ende einer solchen Flocke allein mit Oel, so fährt die Flocke wie ein Kahn gerade vorwärts nach der Richtung des andern Endes der Flocke, das mit Oel nicht benetzt wurde. Wurde blofs das eine Ende einer länglichen Flocke an seinem einen Seitenrande mit Oel benetzt, so dreht sich die Flocke so um sich selbst, dafs die Spitze des andern Endes der Flocke das Centrum der Drehung wird.

§. 67.

Längliche und dicke Stücken Camphers, die an ihrem einen Ende angezündet worden sind, gerathen in eine ähnliche Bewegung; dabey wird ein Theil des Camphers in eine gelbliche Masse verwandelt, die nach brenzlichem Oele schmeckt, und auch, wenn die Flamme verlöscht ist, mit

einer erstaunenswürdigen Schnelligkeit, die mannichfaltigsten vorzüglich aber drehenden Bewegungen zeigt. Campher in 1 Linie grofsen und noch kleineren Stückchen in reinem kalten Wasser zeigt diese Bewegung, wenn die Wasserfläche nicht zu klein ist, auch, worüber man die Versuche von Prevost *), Carradori **), Venturi ***) und Link ****) nachsehen kann. Es scheint demnach vorzüglich das sich beym Verbrennen des Campher entwickelnde brenzliche Oel zu seyn, was seine auffallenden Bewegungen verursacht.

Diese Bewegungen der mit Oel bestrichenen Federflocken, oder auch der Campherstückchen werden augenblicklich aufgehoben, wenn ein klein wenig fettes Oel mit dem Wasser in Berührung kommt.

Andere stark riechende Stoffe, als Castoreum, Moschus, kohlensaures Ammoniak drehen sich nach unsern Versuchen nicht, wenn sie mit dem Wasser in Berührung kommen, und zeigen auch keine Ausströmung durch Regenbogenfarben. Wohl aber sollen alle riechende feste und flüssige Substanzen als Naphta, Alcohol, Salpetersäure, salpetrige Säure, Ammoniak, Essig, ebenso wie ätherische Oele, wenn sie auf eine befeuchtete Platte oder auf eine weite Untertasse, die mit einer ganz dünnen Wasserschicht überzogen ist, gebracht werden, nach Prevost das Wasser aus der Stelle treiben, und so um sich herum einen wasserfreyen Raum von mehreren Zollen bilden. Auch aus dem nicht brennenden Campher strömt nach Carradori ein Oel, das eine schillernde Haut auf dem Wasser bildet. Camphercylinder, senkrecht bis zur Hälfte in Wasser getaucht, sollen, wenn sie 24 Stunden so geschwommen, nach Venturi da, wo sie von der Oberfläche des Wassers berührt werden, horizontal in 2 Hälften durchschnitten werden.

*) Ann. de chimie. T. XXI. S. 259. Grens Neues Journal der Physik. B. IV. Leipzig 1797. S. 243.

**) Gilberts Ann. XII. S. 108.

***) Gilberts Ann. XXIV. S. 147.

****) Gilberts Ann. XXVI. S. 146.

§. 68.

Nicht im Innern nur an der Oberfläche der Flüssigkeiten, wo das Oel zugleich mit der Luft in Berührung ist, giebt es die erzählten Erscheinungen. Bringt man ein Tröpfchen Nelkenöl mittelst eines eingetauchten Röhrchens auf den Boden eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäſses, so zertheilt es sich nicht, sondern bleibt, da es specifisch schwerer ist als Wasser, in der Gestalt eines Kügelchens liegen. Tränkt man etwas Druckpapier, nachdem es durch ein Steinchen beschwert worden ist, mit etwas Lavendelöl, und läſst es nun auf den Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäſses fallen, so strömt das Oel von dem Papier nicht aus. Augenblicklich strömt es aber heftig aus, sobald man das Papier durch ein Zängelchen faſst, und an die Oberfläche des Wassers bringt, und zwar an den Stellen allein, die gerade mit der Oberfläche des Wassers in Berührung sind.

§. 69.

Höchst merkwürdig sind die Erscheinungen, welche fette und ätherische Oele hervorbringen, wenn man mit ihnen im Wasser auflösliche Körper, z. B. kohlensaures Ammoniak, Zucker &c. getränkt hat. Thut man nämlich ein mit Lavendelöl getränktes Stückchen Zucker in ein mit Wasser gefülltes Gefäſs, so daſs das Wasser etwa einen Zoll hoch den Zucker bedeckt, so werden von dem sich auflösenden Zucker, kleine Oeltheilchen fortgetragen, die in dem Augenblicke, wo sie die Oberfläche des Wassers erreichen, sich so gewaltsam ausbreiten, daſs sie kleine kreisförmige Wellen erregen, und auf dem Wasser schwimmende Körperchen in eine zuckende Bewegung versetzen, durch welche die Körperchen von dem Puncte, von dem aus sich das Oeltheilchen ausbreitet, ein Stück abwärts geschleudert werden. Da nun die Oeltheilchen nicht nur zu dem Theile der Oberfläche des Wassers gelangen, der senkrecht über dem sich auflösenden Zucker ist, sondern auch mehrere Zoll weit von dem Zucker entfernt, die Ober-

fläche erreichen, so werden Körperchen, die auf dem Wasser schwimmen, von dem Zucker ruckweise bald nach der Mitte, bald nach dem Rande des Gefäſses gestoſsen.

Hierauf beruhen auch wahrscheinlich die Erscheinungen, welche Prevost *) von dem Campher erzählt hat, an dem wir sie aber, wenn wir ihn nicht mit ätherischen Oelen befeuchteten, nicht wahrnehmen konnten.

Die Oeltheilchen zertheilen sich also auch in diesem Falle nicht während sie sich im Innern des Wassers fortbewegen, sondern breiten sich erst plötzlich von einem Pünctchen aus, so bald sie die Oberfläche des Wassers erreichen, und zeigen dabei häufig Regenbogenfarben. Man darf sich daher nicht wundern, daſs die Heftigkeit der zuckenden Bewegung, in die die Oberfläche des Wassers im Anfange geräth, und die man verleitet werden könnte für eine electrische Erscheinung zu halten, nachläſst, wenn sie sich mit einem hinreichend dicken Oelhäutchen bedeckt hat.

§. 70.

Daſs es indessen hierbey auf eine gewisse Anziehung der Oberfläche des Wassers zu dem öligen Stoffe mit ankommt, sieht man daraus, daſs diese Erscheinungen verstärkt werden können, wenn man dem Wasser vorher kaustisches Kali oder ätzenden Kalk, so viel es aufnehmen kann, zusetzt, und dann ein fettes oder ätherisches Oel darauf bringt, worauf die Ausströmung mit ungleich grösserer Gewalt und Geschwindigkeit vor sich geht. Es bildet der hereingethane Oeltropfen hierbey einen runden dunkeln Fleck, von dessen Rande mit der gröſsten Gewalt farbige Strahlen ausgeschossen zu werden scheinen. Dahingegen Schwefelsäure, die dem Wasser zugesetzt wird, die Erscheinung ganz träge macht. Eben so breitet sich Oliven-Oel auf aceto destillato nur ganz träge aus, ohne Regenbo-

*) Ueber die Ausflüſse riechender Körper und über die Mittel sie dem Gesichte bemerkbar zu machen. Annales de chimie T. XXI. S. 259. Grens Neues Journal der Physik. B. IV. Leipzig 1797. S. 243.

genfarben hervorzubringen; dahingegen Nelkenöl und Lavendelöl, welches letztere auch schöne Farben giebt, Federflocken mit groſser Kraft herum drehen, auch dann noch, wenn man zuvor Tropfen fetten Oels auf die Oberfläche des Essigs gebracht hatte, ein Beweis wie wenig sich das Olivenöl auf aceto destillato auszubreiten im Stande ist. Auf Salpetersäure breitet sich Rübsenöl nicht mit groſser Geschwindigkeit aus und gab keine Regenbogenfarben, Nelkenöl breitet sich sogar gar nicht aus, Lavendelöl dagegen breitet sich darauf mit ziemlicher Geschwindigkeit und Kraft aus und läſst dabey auch Regenbogenfarben erscheinen.

Auch in einer gesättigten Kochsalzauflösung war die Ausbreitung von Rübsenöl träger als auf reinem Wasser.

Nach den Erfahrungen Draparnauds und Carradoris breitet sich Ammoniak nicht auf Wasser und Weingeist, wohl aber auf Oel aus und treibt ein auf Wasser verbreitetes Oelhäutchen zurück. Nach Carradori breitet sich auch gepulverter Campher auf Quecksilber aus, und treibt dabey Schwefelblumen, die vorher darauf gestreuet waren, in einem kleinen Umkreise zurück, noch heftiger breitet sich der weiſse Saft der Euphorbia auf Quecksilber aus und treibt dabey den Campher zurück. Dieser Saft breitet sich auch auf Wasser mit viel gröſserer Kraft als Oel aus, drängt daher das Oel zurück, und dient nach Carradori dazu das Oel sichtbar zu machen, das vom Campher auf das Wasser ausgeht.

§. 71.

Das Oel zeigt ein ähnliches nur langsameres Fortschreiten durch feste Körper, mit den es auch nicht chemisch verbunden wird, d. h. die es nicht auflösen kann. Daſs dicke Bücher von einer kleinen Menge Oel ganz und gar durchdrungen werden können, ist jedem bekannt. Eben dasselbe geschieht bey einem Stück Thon.

Wie eine Menge riechender Körper ihren Riechstoff in der Luft ausbreiten ist uns gänzlich unbekannt. Dieser Vorgang hat aber namentlich auch darinne Aehnlichkeit mit

der Ausbreitung der Oele auf dem Wasser, weil eine in einem gewifsen Grade mit den Riechstoffen gesättigte Luft, nichts mehr von dem riechenden Körper in sich aufzunehmen scheint. Wenigstens wird das dadurch wahrscheinlich, dafs riechende Körper, die sich an der freyen Luft verriechen würden, in gröfseren verstöpselten Flaschen aufgehoben, sich nicht verriechen, ungeachtet sie die Flaschen nicht ausfüllen. Eben so nimmt eine Fläche Wasser, die mit einem hinreichend dicken Oelhäutchen überzogen ist, kein Oel mehr auf, das daher sich nicht mehr ausbreitet.

Vielleicht gehört auch die grofse Gewalt, mit welcher sich sichtbare Wasserdünste, die aus einem mit heifsem Wasser gefüllten Gefäfse aufsteigen, in einem grofsen Luftraume ziemlich gleichmäfsig verbreiten, hierher, und die überschüssige Menge des Wassers scheint sich sogar auf eine ähnliche Weise, wie das Oel auf der Oberfläche in bestimmten Höhen der Luft schichtenweise anzuhäufen und zu verdichten.

§. 72.

Allein wir können Prevost nicht beystimmen der diese Erscheinungen für fast gleichartig zu halten geneigt ist. Die Oele breiten sich nicht im Innern des Wassers aus, sondern an der Grenze zwischen 2 verschiedenartigen Flüssigkeiten, zwischen Luft und Wasser, und auch die Luft hat hierbey einen besondern Einflufs. Man hat auch wohl kein Recht mit Prevost die ganze Erscheinung als allen Riechstoffen und zwar ausschliefslich zukommend anzusehen. Denn an dem Mandelöle und manchen Fettarten, an den man keinen deutlichen Geruch bemerkt, findet die Erscheinung so deutlich statt; hingegen am Moschus, Castoreum und kohlensaurem Ammoniak haben wir keine dieser Erscheinungen bemerken können, ungeachtet Prevost auch diese Körper unter die Zahl derer rechnet, die solche Erscheinungen bewirken können. Indessen ist es höchst interessant, dafs der Campher nach Prevost 30 bis 40mal

schneller verdunstet, wenn er auf Wasser liegt, als wenn er von allen Seiten von der Luft umgeben ist, daſs er sich hierbey an den Ecken abrundet, statt er an der Luft verdunstend seine Gestalt behält, und daſs dieselbe Wirkung des Wassers auf den Campher auch dann bemerkt wird, wenn er nur auf naſs erhaltenem Löſchpapier liegt.

§. 73.

Die ganze Erscheinung ist noch gar nicht erklärt. Die Heftigkeit derselben kann auf die Vermuthung einer electrischen Wirkung führen, die aus der Wechselwirkung der Luft und des Wassers, welche durch die dünne Oelschicht getrennt werden, hervorgienge. Carradori erklärt sie durch Flächenanziehung, die aber Link von Verwandtschaft nicht streng getrennt wissen will.

§. 74.

Nach unsern Versuchen bringen alle Oele, die fetten Oele sowohl als die ätherischen und brenzlichen, die Wirkung hervor, die kleinsten Wellenordnungen zu besänftigen, welche das Wasser der Eigenschaft zu spiegeln berauben. Von dem brenzlichen Oel mag es auch wohl herrühren, daſs dem Theer die Eigenschaft das Wasser zu glätten zukommt. Der Baron von Zach *) bemerkt, daſs das dickste Leinöl am wenigsten fähig sey durch Luftstöſse in Bewegung gesetzt zu werden, zumal wenn es mit etwas Nürnberger Schwarz vermischt würde, wodurch man ihm eine gewiſse Consistenz geben könne, ohne die Flüssigkeit desselben zu mindern, und ohne zu hindern, daſs seine Oberfläche eine vollkommene Ebene bilde. Er hält es deswegen zur Wellenstillung für vorzüglich geschickt. Wir haben auf einem Teiche bey Leipzig Rübsenöl, Mandelöl, Terpentinöl und brenzliches Hirschhornöl mit gutem Erfolge zur Wellenstillung angewendet. Natürlich dauert aber die Wirkung der ätherischen Oele,

*) Correspondance astronomique du Baron de Zach. Cahier VI. 1822. S. 492. seqq.

weil sie vermöge ihrer grofsen Flüchtigkeit sehr schnell verfliegen, nicht lange. Es ist bewundernswürdig, wie sich einige wenige Tropfen über eine grofse Fläche eines Teiches verbreiten, und wie hier an diesem scharf begränzten Flecke das kleine Gekräusel der Wellen aufhört. Unsere Beobachtungen stimmen hierüber ganz mit den Franklinschen zusammen, und wir brauchen sie daher nicht zu erzählen.

§. 75.

Was die Erklärung der Wellen besänftigenden Kraft des Oels anlangt, so stimmen wir Franklinen im Wesentlichen bey. Der Wind kann nicht wohl an der geölten Oberfläche des Wassers haften, und sein bewegender Einflufs erstreckt sich daher nur dahin, diese Oeldecke langsam weiter zu schieben, was übrigens, da der Oelüberzug selbst eben so wenig an der Wasserfläche, die er berührt, haftet, geschicht, ohne dafs die Wassertheilchen selbst mit fortgerifsen und beunruhigt würden. Die meisten Winde streichen unter einem sehr spitzen Winkel auf das Wasser. Man denke sich ihre bewegende Kraft in eine senkrecht auf das Wasser wirkende, und in eine horizontale zerlegt. Die horizontal wirkende, schiebt zum Theil das Oel weiter, und beunruhigt dabey das Wasser nicht, weil die Oeldecke am Wasser nicht haftet, zum Theil gleitet der Wind selbst über die Oeldecke, an der er ebenfalls nicht haftet, hin.

Es bleibt demnach nur die schwächere senkrecht auf das Wasser drückende Kraft des Windes übrig, die aber nicht wohl geeignet ist Wellen zu erregen, weil sie die Bildung derselben eben so sehr stört als befördert. Denn da die vordere Hälfte jeder Welle im Steigen ist, während sich die hintere Hälfte im Sinken befindet, (Man sehe §. 127), so hemmt die senkrecht auf das Wasser wirkende Kraft des darüber hinfahrenden Windes, das Emporsteigen der vorderen Hälften der Wellen eben so sehr, als er das Niedersinken der hintern Hälften derselben befördert. Auch bemerkt man in der That, dafs wenn man

auf die Oberfläche einer in einer Schüssel befindlichen Flüssigkeit, z. B. Quecksilber durch ein Röhrchen vollkommen senkrecht und gleichförmig bläst, durch das Blasen nur bey dem ersten Aufstoſsen und bey dem plötzlichen Aufhören des Luftstroms einige Wellen erregt werden, daſs aber während der ganzen Zwischenzeit durch das Blasen nur eine Vertiefung des Wassers ohne Wellenbewegung desselben hervorgebracht wird, da hingegen, wenn man unter einem Winkel, der von dem rechten sehr abweicht, auf das Wasser bläst, sehr regelmäſsige und groſse Wellen entstehen.

Folgende Vergleichung wird das Abgleiten des Windes und die Zerfällung seiner bewegenden Kraft in 2 Kräfte noch mehr erläutern.

Wenn man auf eine leicht bewegliche Tafel, über die man ein seidnes Tuch gebreitet hat, mit den Fingerspitzen unter einem schiefen Winkel drücken wollte, so würde man nicht die Tafel, sondern nur das darüber hingebreitete Tuch fortschieben, während die Tafel nur den senkrechten Druck der mit dem Tuche fortgleitenden Finger erführe.

Hieraus geht hervor, daſs das Oel schon entstandene Wellen, an sich nicht hindert und nieder drückt, daſs es auch der Entstehung der Wellen durch andere bewegende Kräfte als der Wind, z. B. durch in Wasser geworfene Steine nicht entgegensteht, sondern daſs es nur den Wind verhindert, an der Oberfläche mit Oel überzogener Flüssigkeiten zu haften, und auf diese Weise die ersten kleinsten Wellen zu bilden, und die entstandenen zu vergröſsern. Wellen, die aber nicht durch immer neue Stöſse verstärkt werden, werden von selbst immer kleiner, und verschwinden nach und nach ganz.

§. 76.

Blei auf Quecksilber in sehr geringer Menge gebracht, bringt eine ähnliche Erscheinung hervor, als das Oel auf dem Wasser. Es bildet sich nämlich über dem Quecksilber ein Häutchen von *Bleioxyd*, welches den längeren Fort-

gang erregter Wellen so sehr hindert, daſs das Queksilber zu den Versuchen, zu welchen es von uns benutzt wurde, ganz unbrauchbar wurde.

Allein das Bleioxydhäutchen bewirkt diese Dämpfung der Wellen auf eine ganz andere Weise, indem es als eine Haut der Erhebung der Wellen widersteht, und durch die Reibung ihre Kraft schwächt. Sollte dem Oele auch in dieser Hinsicht überhaupt wirklich ein Einfluſs zugestanden werden, so kann er doch nur sehr gering seyn, da das Oelhäutchen auf dem Wasser so äusserst dünn und dehnbar ist, und da man, wenn man einen Stein auf eine mit Oel überzogene Wasserfläche wirft, kein merkliches Hinderniſs für den Fortgang der Wellen wahrnimmt.

§. 77.

Indessen ist nicht zu läugnen, daſs die Oelhäutchen eine beträchtliche Elasticität zu haben scheinen, in dem sie wenn sie durch Blasen auf die Oberfläche oder durch Schwankung der Flüssigkeit hier und da gedehnt werden, daſs sie an diesen Stellen Regenbogenfarben zeigen, die sie vorher nicht zeigten, so wie die dehnende Ursache aufhört, sich wieder zusammen ziehen, wobey dann die erschienenen Regenbogenfarben wieder verschwinden.

Abschnitt III.

Ueber die Erregung der Wellen durch augenblicklich wirkende bewegende Kräfte.

§. 78.

Die Wellen, auf diese Weise in einem einzigen Zeitmomente erregt, bleiben sich ganz allein selbst überlassen. Hier ist also ihre Bewegung so einfach, und so wenig durch den fortdauernden Einfluſs fremder Kräfte gestört, daſs man hoffen darf, durch genaue Betrachtung der Er-

scheinungen, die nach dieser Methode veranlafst werden, eine erfahrungsmässige Grundlage für eine Theorie der Wellen bilden zu können.

Das einfachste Mittel ist ein plötzlich vorüber gehender Stofs, auf eine Flüssigkeit, deren Gleichgewicht dadurch an einem oder mehreren Puncten gestört wird.

Die Durchsichtigkeit der Flüssigkeiten ist ein vorzügliches Hindernifs die veränderte Gestalt der Oberfläche einer Flüssigkeit genau zu beobachten, weil man nämlich durch die Oberfläche hindurch in das Innere derselben sieht, und daher die Oberfläche selbst nicht genau genug unterscheiden kann. Man bediene sich deshalb bey feinen Versuchen der aller undurchsichtigsten Flüssigkeit, des Quecksilbers; in Ermangelung desselben aber gefärbter jedoch nicht klebriger Flüssigkeiten. Das Quecksilber hat aber noch einen 2ten Vorzug vor andern Flüssigkeiten. Eigentlich nämlich sollten feinere Versuche über die Bewegung der Wellen im luftleeren Raume angestellt werden, weil die Luft der Entstehung und Bewegung der Wellen ein bedeutendes Hindernifs entgegengesetzt. Da nun in einer Quelksilberwelle, die nur einen sehr kleinen Raum einnimmt, wegen des grofsen specifischen Gewichtes desselben, eine verhältnifsmäfsig grofse bewegende Kraft wirksam ist, so werden die Quecksilberwellen durch den Widerstand, den ihnen die Luft entgegensetzt, weit weniger gehindert sich frey zu entwickeln, als Wasserwellen und Weingeistwellen. Sie sind daher viel steiler und ihre Grenzen schärfer.

§. 79.

Man kann nun Wellen entweder von einem Puncte aus, oder von einer oder mehreren Linien aus entstehen lassen.

Von einem Puncte aus entstehen sie, wenn man einen Tropfen derselben Flüssigkeit, oder einen fremden Körper auf die Oberfläche der zu untersuchenden Flüssigkeit fallen

läſst. Unter allen zu beobachtenden Fällen ist dieser der einfachste und wichtigste.

Von einer Linie aus entstehen sie, wenn man einen Körper von bestimmter Gestalt in eine Flüssigkeit so eintaucht, daſs alle Puncte des der Flüssigkeit zugekehrten Randes des Körpers diese senkrecht und gleichzeitig berühren.

Da der Stoſs, den man festen Körpern ertheilt, so schnell durch dieselben fortgepflanzt wird, daſs die Zeit, welche er braucht um kleine Strecken zu durchlaufen, ganz aus der Acht gelassen werden kann; so kann man auch Wellen von einer in sich selbst zurücklaufenden Linie aus erregen, indem man den Rand eines mit Flüssigkeit erfüllten Gefäſses durch einen plötzlichen Stoſs erschüttert. Der Stoſs wird dann von allen Puncten des Randes, der Flüssigkeit, die den Rand berührt, augenblicklich und so gut als gleichzeitig mitgetheilt, und so gehen Wellen vom Rande des Gefäſses aus, deren Gestalt, der Länge der Wellen nach, der Gestalt des Randes des Gefäſses anfangs entsprachen.

Man sieht leicht ein, daſs, wenn man dadurch, daſs man Wellen von einem Puncte aus erregt, den Vortheil hat die Entwickelung der Wellen unter den einfachsten Verhältnissen zu sehen, die Methode, Wellen von einer Linie aus zu erregen, den Vorzug besitzt, die Veränderung der Gestalt und des Ortes von Wellen sichtbar zu machen, deren ursprüngliche Gestalt man kennt und nach Willkühr abändern kann.

Die Wellen, welche von einem Puncte ausgehen, *dehnen sich bey ihrem Fortschreiten auf einen immer gröſser werdenden Raum aus.* Die Wellen dagegen, welche von der innern Oberfläche des Randes eines mit Flüssigkeit erfüllten Gefäſses ausgehen, das man erschüttert hat, und dessen Rand durch eine in sich selbst zurücklaufende krumme Linie begrenzt wird, *laufen in einem immer kleiner werdenden Raum zusammen,* und *verkürzen sich dabey*

beträchtlich an Länge, und können unter gewiſsen Umständen in einem einzigen Puncte vereinigt werden.

§. 80.

Eine der auffallendsten Erscheinungen, die man bey der Erregung der Wellen bemerkt, ist daſs ein augenblicklicher Stoſs immer mehrere Wellen erregt, ja daſs er, wenn er stark genug war, wohl 50 und mehrere Wellen veranlassen kann.

Die Anzahl der Wellen, welche nach einem einzigen augenblicklichen Stoſse entstehen, hängt theils ab von der bedeutenderen Gröſse und Kraft des stoſsenden Körpers, theils von der hinlänglichen Tiefe der Flüssigkeit, und ihrer vollkommenen Flüssigkeit, theils von der Abwesenheit äuſserer Hinderniſse, welche, wie der Wind oder die Friction, die Entwickelung der Wellen stören.

§. 81.

Wenn man einen Wassertropfen oder ein kleines Steinchen von der Gröſse einer Erbse auf eine ruhige Wasserfläche fallen läſst, so bemerkt man, daſs im nächsten Zeitmomente, nach dem der hereinfallende Körper die Oberfläche des Wassers erreicht hat, ein Tropfen Wasser an derselben Stelle, an der der hereingefallene Körper verschwand, in die Höhe springt. Bey gröſseren Massen, die man in ein hinlänglich tiefes ruhiges Wasser fallen läſst, kann man sogar ein 2 bis 3mal wiederholtes in die Höhe springen des Wassers an dieser Stelle unterscheiden.

Die auf diese Weise mehrmals in die Höhe getriebene Wassermasse, enthielt, wenn man einen Tropfen Flüssigkeit in Wasser fallen lieſs, wenig oder nichts von der in das Wasser gefallenen Flüssigkeit. Man darf, um sich hiervon zu überzeugen, nur in ein mit reinem Wasser gefülltes Glas einzelne Milchtropfen von einer gewiſsen Höhe hereinfallen lassen. Den Milchtropfen sieht man dann, während das Wasser an dem Orte des Auffallens

zurückspringt, in die Tiefe des Wassers herunter fallen, so dafs das zurückspringende Wasser höchstens ein wenig Milch beygemischt enthält.

Man sieht hieraus, dafs das Emporspringen von Wasser an der Stelle wo Flüssigkeit oder feste Körper in das Wasser fielen nicht für ein Abprallen und Zurückspringen der aufgefallenen Flüssigkeit selbst gehalten werden könne; denn es müfste unter dieser Voraussetzung bey dem so eben erwähnten Versuche reine Milch zurückspringen, auch würden unter jener Voraussetzung andere feste senkrecht auf Wasser fallende Körper zurückspringen, was nur bey platten Körpern, die unter sehr spitzem Winkel mit beträchtlicher Kraft auf Wasser geworfen werden, bemerkt wird.

Das Wasser, welches nachdem ein grofser Stein auf eine ruhige Oberfläche geworfen wurde, mehrmals senkrecht in die Höhe springt, kann auch nicht mit dem Wasser verwechselt werden, welches im Augenblicke, wo ein Stein das Wasser erreicht, umher spritzt, denn dieses spritzt augenblicklich bey der Berührung des Steins und nicht senkrecht umher, jenes dagegen springt nicht im Momente der Berührung des Wassers, sondern in dem darauf folgenden Zeitmomente, und *senkrecht* in die Höhe.

Man kann dieses ein, oder mehrmalige in die Höhe springen des Wassers an dem Orte, wo ein Körper hereingefallen war, vielmehr mit einiger Wahrscheinlichkeit auf folgende Weise erklären.

Von einem in Wasser einsinkenden Körper wird ein Theil des Wassers an dem Orte, wo der Körper einsinkt, aus dem Wege gedrängt, das weil es nach unten nicht ausweichen kann, in einer mittleren Richtung zur Seite und nach oben gedrängt wird, und um den Ort, wo der Körper eingesunken war, gleichsam einen kreisförmigen Wasserwall bildet, innerhalb dessen im Augenblicke des Einsinkens eine trichterförmige Vertiefung enthalten ist.

Dieser Wasserwall theilt sich, wie später gezeigt werden soll, in 2 Hälften, von den die eine als Welle nach

aussen fortgeht, die 2te nach innen fortschreitend, die im Mittelpuncte dieser kreisförmigen Wellen gelegene Flüssigkeit von neuem zu steigen nöthigt, und zwar beträchtlich höher als der kreisförmige Wall selbst ist.

Die Flüssigkeit steigt daher kegelförmig in die Höhe, und wiederholt diese ganze Erscheinung, indem sie einen 2ten Wall veranlaſst, von neuem, und so bilden sich 3, 4 und mehrere Wellen, von den die später entstandenen deswegen immer mehr an Gröſse abnehmen, weil die in die Höhe springende Wassermasse, welche jedesmal eine neue Welle verursacht, bey jedem neuen in die Höhe springen, immer kleiner wird. So erklärt sich denn sehr gut warum, nachdem ein Stein ins Wasser geworfen wurde, mehrere an Gröſse mehr und mehr abnehmende, in gewissen immer kleiner werdenden Zwischenräumen auf einander folgende kreisförmige Wellen von einem und demselben Mittelpuncte, dem Auffallspuncte des Steins, ausgehen.

§. 82.

Nachdem durch das mehrmalige in die Höhe springen der Flüssigkeit an dem Orte, wo ein Körper hineingefallen war, mehrere gröſsere Cirkel-Wellen entstanden sind, deren Zahl, wenn ein bloſser Tropfen herein fiel, sich auf 3 — 4 beläuft, dagegen nach dem schwere Körper hereingeworfen wurden, nicht wohl bestimmt werden kann, tritt in dem Mittelpuncte, von dem die kreisförmigen Wellen ausgiengen, an dem ferner das Wasser mehrmals sichtbar in die Höhe sprang, und an dessen Stelle der in das Wasser geworfene Körper zuerst auftraf, zuerst Ruhe und Ebenheit des Wassers ein, diese glatte Ebene vergröſsert sich desto mehr, je weiter die entstandenen Cirkel-Wellen sich erweiternd fortschreiten.

Indessen vergröſsert sich die spiegelnde, glatte, ruhige Fläche von ihrem Mittelpuncte aus nicht vollkommen in dem Verhältniſse, in welchem die erregten Wellen fortschreiten. Denn ganz deutlich bemerkt man, daſs während die Welle, die zunächst diese ruhige spiegelnde

Ebene begrenzt, oder mit andern Worten die Welle, welche die letzte unter den erregten ist, ungefär so viel als ihre Breite beträgt fortschreitet, hinter sich eine neue etwas niedrigere und schmälere Welle an dem Orte, den sie im vorhergehenden Zeitraume eingenommen hatte, erregt, daſs ferner diese, wenn sie wieder ungefär so viel als ihre Breite beträgt sich erweiternd fortgeschritten ist, auf dieselbe Weise ein neue noch kleinere Welle hinter sich verursacht, die auch in derselben Richtung, wie sie selbst, fortschreitet, und so entstehen denn nach und nach durch den Druck, den die Welle, die in jedem Zeitmomente die letzte ist, auf die hinter ihr befindliche Flüssigkeit ausübt, während die Wellen fortschreiten und sich dabey mehr und mehr erweitern, eine groſse Anzahl von Wellen, die sich selbst, wenn ein mittelmäſsig groſser Stein ins Wasser geworfen wird, nach unsern oft wiederholten Zählungen, höher als auf 50 beläuft.

§. 83.

Zugleich erkennt man, daſs die kleineren nachfolgenden Wellen jede durch eine besondere Rückwirkung der ihr zunächst vorausgehenden gröſseren Welle vergröſsert werden, und daſs daher alle erregte Wellen, je weiter sie nach vorn fortgeschritten sind, desto gleicher an Gröſse werden.

Man kann sich von dem Gesagten dadurch überzeugen, daſs man einen Stein in ruhiges Wasser wirft, dann abwartet, bis daſs Wasser an dem Orte, wo der Stein hineinfiel, wieder glatt und eben wird, hierauf eine von den Wellen, die der glatten Fläche am nächsten sind, fest ins Auge faſst, und mit ihr, ohne sie aus dem Auge zu verlieren, einige Schritte vorwärts geht. Bleibt man nun stehen, und zählt die nachfolgenden Wellen, in dem man Welle für Welle vor sich vorbeygehen läſst, so sieht man zu seinem Erstaunen, daſs mehr als 40 bis 50 sehr groſse sichtbare, von der glatten Fläche scheinbar ausgehende, Wellen vorüberziehn.

Aus dem Gesagten geht also von selbst der Satz hervor, daſs eine vorausgehende Welle jede zunächst nachfolgende, ihr parallele, oder concentrische Welle verstärkt, oder, wenn ihr keine nachfolgt, in dem Zeitraume, in welchem sie ihre Breite durchläuft, eine neue hinter sich verursacht. Daher, je weiter dieser Wellenzug fortschreitet, desto gleicher werden die hinter einander fortgehenden parallelen Wellen, sowohl hinsichtlich des Abstandes von einander, als der Höhe und Breite. Darauf scheint auch die Gleichförmigkeit in der Aufeinanderfolge der Meereswellen zu beruhen (s. §. 31, 32.)

Jeder wird daraus selbst schlieſsen, daſs diejenige Welle, welche allen andern vorausgeht (die, welche in einem jeden Augenblicke die erste ist), und also keine Welle vor sich hat, weil ihr eine solche Unterstützung und Verstärkung durch vorhergehende Wellen abgeht, sich nicht so lange hoch erhalten könne, als andere, die durch die ihnen vorausgehenden immer unterstützt und verstärkt werden.

Die Erfahrung bestätigt das auch auf das vollkommenste.

Denn die Welle, welche in einem bestimmten Zeitmomente die vorderste und erste ist, verflacht sich bey ihrem Fortgange auf einer groſsen Wasserfläche so auſserordentlich, in dem sie sichtbar an Höhe ab, und an Breite zunimmt, daſs sie dem Auge schon, nachdem sie ungefär 6 — 12 Pariser Fuſs durchlaufen hat, unsichtbar wird, und nun die ihr nachfolgende zur vordersten zu werden scheint, die nach einem kurzen Verlaufe dieselbe Erscheinung der Verflachung wiederholt, so daſs nun die dieser wieder folgende Welle die erste zu seyn scheint, und so fort.

So nimmt denn die Zahl der sichtbaren Wellen unter jenen Umständen von hinten aus immer zu, von vorn her immer ab. Da indessen die Verflachung, und das Verschwinden der jedesmal vordersten nicht so schnell eintritt, als die Erzeugung einer neuen Welle durch die hinterste sich wiederholt, so nimmt doch die Zahl der Wellen während des Fortschreitens beträchtlich zu.

§. 84.

Ein Tropfen oder ein anderer kleiner Körper, der auf eine ruhige Flüssigkeit fällt, erregt aber noch eine andere Erscheinung, durch welche die Zahl der entstehenden Wellen vergröſsert wird. Man sieht nämlich *vor* der zuerst entstandenen kreisförmigen Welle eine groſse Zahl concentrischer kreisförmiger Wellen entstehen, welche jene durch den hereingefallenen Körper unmittelbar veranlaſste Welle, einschlieſsen, und desto kleiner sind, und dichter in einander liegen, je gröſser ihre Cirkel sind, oder, was dasselbe sagt, je weiter sie von der durch den Körper unmittelbar erregten Welle abstehen. Ueber die Ursache ihrer Entstehung sind wir noch ganz in Ungewiſsheit, und vermuthen nur, daſs der Stoſs, den ein in Wasser fallender Körper hervorbringt, nicht als ein einziger, gleichförmiger Stoſs anzusehen sey, der durch den Widerstand des Wassers, und sein Ausweichen mit einemmale ganz und gar aufgehoben werde, sondern, daſs ein solcher Körper die Flüssigkeit zu wiederholten malen stoſse, so wie auch die Flüssigkeit bey seinem Einsinken absatzweise schneller und weniger schnell ausweiche. Hiermit scheint zusammen zu stimmen, daſs die vordere Seite von groſsen Quecksilberwellen, die wir in dem Fig. 12 abgebildeten Instrumente erregt hatten, deutlich treppenförmig erschien, und zwar so, daſs die Stufen desto kleiner waren, und desto enger an einander lagen, je weiter sie von dem Gipfel entfernt am vordern Abhange der Welle sich befanden.

Daſs alle auf diese Art entstehenden Cirkelwellen im Fortschreiten sich von einander mit ihren Gipfeln immer mehr entfernen, und also immer breiter werden, rührt daher, daſs die Wellen desto schneller fortschreiten, je gröſser sie sind, und jede nachfolgende Welle, unter den angeführten Umständen, bey ihrer Entstehung etwas kleiner ist, als die vor ihr entstandene.

Zu den unwesentlichen Erscheinungen, welche diese Versuche zu begleiten pflegen, gehören eine Menge kleiner Wellen, die mit den entstehenden gröſseren nicht einen

und denselben Mittelpunct haben, und theils durch das Wasser verursacht werden, welches beym Auffallen eines Körpers herumspritzt, theils von den Luftblasen herrühren, welche wenigstens von gröſseren Körpern mit unter die Oberfläche des Wassers gerifsen werden, dann in die Höhe steigen, und hierauf Wellen erregen.

b) In flieſsendem Wasser.

§. 85.

Wirft man einen Stein in einen gleichtiefen und gleichförmig geschwind strömenden Fluſs, so entstehen auf dieselbe Weise wie im ruhigen Wasser eine Menge Cirkelwellen, die von einem Mittelpuncte ausgehen; allein der Mittelpunct der ausgegangenen kreisförmigen Wellen, und die kreisförmigen Wellen selbst haben zugleich die Bewegung des Fluſses.

Man sieht das sehr deutlich, wenn man ein leichtes Stück Holz in einen solchen Fluſs wirft, wo dann das mit dem Fluſse fortschwimmende Holz immer ungefär im Mittelpuncte der ausgegangenen kreisförmigen Wellen bleibt, ungeachtet es mit der Geschwindigkeit des Fluſses nach abwärts rückt. Man sieht hieraus, daſs das Segment der kreisförmigen Welle, welches nach der Richtung des Fluſses abwärts fortschreitet, auſser der ihm als Welle zukommenden Geschwindigkeit, noch die Geschwindigkeit des Fluſses besitzt, und folglich eine Geschwindigkeit hat, die beyden zusammen addirten Geschwindigkeiten gleichkommt, daſs dagegen das Segment der kreisförmigen Welle, welches in der Richtung des Fluſses aufwärts fortgeht, eine Geschwindigkeit besitzt, die man bestimmt, wenn man die Geschwindigkeit des Fluſses von der Geschwindigkeit der Welle abzieht. Stellt man daher den Versuch auf einem Fluſse an, dessen Geschwindigkeit der Geschwindigkeit der erregten Wellen genau gleichkommt, so bleibt dieses stromaufwärts *strebende* Wellensegment auf seinem Orte stehen.

Ueberhaupt scheinen mehrere Ursachen zu verhindern, daſs die Wellen sich nicht sehr weit stromaufwärts verbreiten können, z. B. der Umstand, daſs die Wellen nicht füglich viel weiter aufwärts gehen können, als bis zu dem Puncte des Stroms, der mit dem Gipfel der so eben entstandenen Welle in einer horizontalen Ebene liegt, welches Hinderniſs, wenn die Wellen sehr niedrig sind, der Strom aber viel Fall hat, beträchtlich einwirken muſs.

§. 86.

Das Wasser der Flüſse strömt aber nicht in allen seinen Theilen mit gleicher Geschwindigkeit. Die meisten Flüſse haben in der Mitte eine weit stärkere Strömung als an den Seiten. Oft geht das Wasser an mancher Stelle sogar etwas rückwärts, und sehr nahe neben einander gelegene Wasserabtheilungen verhalten sich hierinne oft sehr verschieden. Daher werden die Cirkelwellen, welche, wenn man einen Stein in einen Fluſs fallen läſst, entstehen sollten, meistens auf eine eigene Weise verzerrt. Man kann daher aus diesen verzerrten Wellenfiguren auf die Geschwindigkeit der Strömungen eines Fluſses an verschiedenen Stellen schliessen.

Abschnitt IV.

Ueber die Gestalt der Wellen im Allgemeinen.

§. 87.

Die Wellen erscheinen in tropfbaren Flüssigkeiten als Unebenheiten der Oberfläche derselben. Ein Theil dieser Unebenheiten ist über der horizontalen Fläche der Flüssigkeiten erhaben, ein anderer Theil unter ihr vertieft. Man kann daher die über dem Niveau der Flüssigkeiten erhabenen Theile jener Unebenheiten, *Wellenberge,* die unter denselben vertieften Theile, *Wellenthäler* nennen.

Die Wellenberge und Wellenthäler kommen aber niemals einzeln, sondern immer mit einander verbunden vor.

Das ist auch die Ursache, warum man nicht einen einzelnen Wellenberg, oder ein einzelnes Wellenthal eine Welle zu nennen pflegt, sondern nur die Verbindung von beyden.

§. 88.

Die Physiker bestimmen aber den Anfangspunct und Endpunct einer Welle verschieden.

Einige, z. B. Gravesande, sagen der Anfangs- und Endpunct einer Welle falle in das Niveau, und es bestehe daher eine Welle aus einem Wellenberge Fig. 11 *d e f*, und einem unter dem Niveau *a b* vertieften Wellenthale *f g h*, die mit einander verbunden fortschreiten.

Andere, z. B. Flaugergues, setzen als Anfangs- und Endpunct einer Welle, und also als Grenze mehrerer hinter einander folgender Wellen, die Stellen, wo die Wellen am meisten unter dem Niveau vertieft sind, so daſs der unter dem Niveau *a b* am tiefsten liegende Punct *c* der Anfangspunct, der ebenso tief liegende Punct *g* der Endpunct der Welle *c d e f g* ist. Beyde Vorstellungsarten sind zulässig, und jede gewährt auch eine gewisse Bequemlichkeit bey der Auseinandersetzung der Wellenbewegung.

Indessen halten wir die erstere Bestimmung für die angemeſsnere und werden uns derselben in der Folge für gewöhnlich bedienen.

Der Wellenberg muſs aber nicht jedesmal vorausgehen, und das Wellenthal jedesmal nachfolgen. Zuweilen ist auch die Ordnung umgekehrt, so daſs das Wellenthal vorausgeht, und mit einem nachfolgenden Wellenberge verbunden ist. Daher bemerkt Gravesande, Phys. elem. Math. Lib. III. Cap. XI. sehr richtig „Cavitas haec cum adjuncta Aquâ elatâ vocatur Unda.“

Im gewöhnlichen Falle, wo viele Wellenberge und Wellenthäler abwechselnd auf einander folgen, ist der Rauminhalt der Wellenberge und Wellenthäler gleich;

denn es bleibt die Menge der Flüssigkeit, die sich in diesem Raume während der Wellenbewegung befindet, dieselbe als vorher, wo die ganze Flüssigkeit in Ruhe war, und eine ebene horizontale Oberfläche hatte, und es muſs daher genau so viel Flüssigkeit in der Gestalt mehrerer Wellenberge über das Niveau erhoben worden seyn, als Flüssigkeit an den vertieften Stellen, welche die Wellenthäler bilden, fehlt.

Allein die erste Welle, welche eine wellenerregende Ursache hervorbringt, kann aus einem Wellenberge und einem Wellenthale bestehn, die sich an Umfang sehr ungleich sind. Saugt man z. B. durch eine Röhre plötzlich Wasser ein, und läſst es nicht wieder zurück flieſsen, so entsteht in dem Wasser, in dem die Röhre eingetaucht wurde, eine Welle deren Thal vorausgeht, und sehr viel gröſser ist als der nachfolgende Berg.

§. 89.

Die Gestalt jedes Wellenberges kann seiner Höhe, Breite und Länge nach, jedes Wellenthales seiner Tiefe, Breite und Länge nach bestimmt werden.

Die *Höhe* eines Wellenberges, oder die Tiefe eines Wellenthales wird dadurch gemessen, daſs man die Entfernung der gröſsten senkrechten Abweichung der gekrümmten Oberfläche des Wellenberges oder Wellenthales von dem Niveau bestimmt. So ist *c x* Fig. 11 die Tiefe des Wellenthales *a c d*, *e y* die Höhe des Wellenberges *d e f*.

Die *Breite* der Wellenberge und Wellenthäler wird dadurch bestimmt, daſs man die Entfernung zweyer in der Richtung der fortschreitenden Welle liegenden Puncte an der Oberfläche derselben da miſst, wo sich die Oberfläche der Wellenberge oder Wellenthäler mit der horizontalen Ebene schneidet, durch die die Oberfläche der Flüssigkeit im Zustande des Gleichgewichtes begrenzt werden würde. So ist *a d* die Breite des Wellenthales *a c d*, *d f* die Breite des Wellenberges *d e f*.

Die *Höhe* einer ganzen Welle lernt man daher kennen, wenn man die Höhe eines Wellenbergs über dem Niveau, und die Tiefe des zu derselben Welle gehörenden Wellenthales unter dem Niveau zusammen addirt, oder wenn man von dem tiefsten Puncte eines Wellenthales eine senkrechte Linie bis zu dem Puncte führt, der mit dem Wellengipfel sich in einer horizontalen Ebene befindet.

Die *Breite* einer ganzen Welle wird gefunden, wenn man die Breite eines Wellenberges und des zu ihm gehörenden Wellenthales zusammen addirt, oder wenn man den horizontalen Abstand des an der Oberfläche befindlichen Punctes, wo sich der Wellenberg über das Niveau erhebt, von einem in der Richtung der fortschreitenden Welle liegenden 2ten Puncte mifst, wo der entfernteste Theil der Oberfläche des zu derselben Welle gehörenden Wellenthales das Niveau erreicht; so ist *a f* die Breite der ganzen Welle *a c d e f*.

Die *Länge* der Wellenberge und Wellenthäler ist die Ausdehnung derselben in einer Richtung auf dem Niveau, welche auf der Dimension der Breite der Welle senkrecht steht. Ihr Maafs ist eine gerade oder krumme Linie, welche die Linie, durch die die Breite derselben Welle gemefsen wird, immer rechtwinklich durchschneidet. Der höchste Punct eines Wellenbergs ist sein Gipfel, und kann zuweilen in einem einzelnen Zeitmomente wirklich ein einziger Punct seyn. Meistens hat aber ein Wellenberg nicht die Gestalt eines Kegels, sondern eines Walles, oder er verwandelt sich wenigstens alsbald in dieselbe, und es bilden dann die neben einander liegenden höchsten Puncte eine Linie der höchsten Puncte. Ebendasselbe findet hinsichtlich des tiefsten Punctes eines kesselförmigen Thales statt, das sich gleichfalls sogleich in ein rinnenförmiges Thal verwandelt, und nun nicht mehr einen tiefsten Punct, sondern eine gerade oder gekrümmte Linie der tiefsten Puncte hat.

Denkt man sich einen Wellenberg, der nicht einen bloſsen Kegel, sondern einen Wall bildet, durch eine

senkrechte, durch die Linie seiner höchsten Gipfel auf das Niveau geführte Ebene in 2 Hälften getheilt, so heifst die Hälfte des Wellenbergs, welche in der Richtung liegt, von der die Welle herkommt, das *Hintertheil* des Wellenbergs, die Hälfte, welche in der Richtung liegt, nach welcher die Welle fortgeht, das *Vordertheil* des Wellenbergs. Auf dieselbe Weise kann man sich den hohlen Raum eines Wellenthales in ein *Vordertheil* und *Hintertheil* des Wellenthales eingetheilt denken. So ist *a c x* Fig. 11 das Vordertheil, *c d x* das Hintertheil des Wellenthales *a c d*, *d e y* das Vordertheil, *e f y* das Hintertheil des Wellenberges *d e f*.

Sieht man die tiefsten Puncte der Wellen als Grenzpuncte mehrerer Wellen an, so kann man auch von dem Vordertheile und Hintertheile einer *ganzen* Welle sprechen. In diesem Sinne ist *c d e z* das Vordertheil, *e f g z* das Hintertheil einer ganzen Welle *c d e f g*. Diese Eintheilung ist hier passend, weil, wie wir §. 127 zeigen, alle Flüssigkeitstheilchen des Vordertheils einer ganzen Welle im Steigen, alle Flüssigkeitstheilchen des Hintertheils beständig im Niedersinken begriffen sind.

§. 90.

Man würde sich aber sehr irren, wenn man die Wellen für eine Erscheinung hielte, die nur an der Oberfläche der Flüssigkeiten statt finde. Vielmehr werden wir beweisen, dafs die horizontalen Flächen, die man sich im Innern einer ruhigen Flüssigkeit, der Oberfläche der Flüssigkeit parallel unter einander liegend denken kann, ebenfalls in Wellenbewegung kommen, während die Oberfläche der Flüssigkeit sichtbare Wellen zeigt. Wir haben schon §. 40, 41, 42 Erfahrungen gegeben, welche beweisen, dafs die Wellenbewegung sehr grofser Wellen im Innern des Meeres sich bis auf den Grund desselben erstrecke; wir werden aber im folgenden Abschnitte §. 106 Versuche mittheilen, welche es sehr wahrscheinlich machen, dafs

auch Meereswellen von geringer Höhe von einer bis auf den Meeresgrund gehenden Wellenbewegung begleitet seyen.

§. 91.

Die Ursache, warum man bis jetzt auf die Wellenbewegung, in der sich die horizontalen, der Oberfläche parallelen, Flächen im Innern einer Flüssigkeit befinden, weniger geachtet hat, liegt nur in der Schwierigkeit diese Bewegungen sichtbar zu machen. Den gröſsten Nutzen hat uns in dieser und in vielen anderen Hinsichten das Fig. 12 und 13 abgebildete Instrument verschafft, welches wir mit dem Namen *Wellenrinne* bezeichnen werden.

Die kleinere Wellenrinne Fig. 12 besteht aus dem 5 Fuſs 4 Zoll und einige Linien langen, geraden und glatt gehobelten Brete aus fichtenem Holze A B, auf dem in 2 tiefen Furchen vier von einander 6,7 Linien entfernte parallele Glasscheiben I I, K K senkrecht eingesetzt, und so dicht befestigt sind, daſs durch die Fugen weder Wasser noch Quecksilber hindurchdringen kann. Diese Glasscheiben werden auſserdem in 2 festen, senkrecht stehenden Bretstücken E F an beyden Enden des langen Bretes rechtwinklich eingefugt, und durch 2 andere, um 6,7 Linie von einander abstehende, gleichfalls senkrechte Breter G H in der Mitte fest gehalten, indem an diesem Orte ein die anliegenden Glasscheiben bedeckender Blechstreifen aufgeschraubt und angeküttet wird. Der schmale, zwischen diesen Glasscheiben und Bretern eingeschlossene 5 Fuſs 4 Zoll P. M. lange, 6,7 Linien im Lichten breite, und über 8 Zoll tiefe Raum wird mit Wasser, Quecksilber, Milch, Branntwein etc. bis zu irgend einer Höhe gefüllt, wobey die gegenüberstehenden Glasscheiben, um eine Beugung oder Zersprengung derselben zu verhüten, durch mehrere feste hölzerne Gabeln oder Klammern zusammen geklammert, und so sich von einander zu entfernen verhindert werden.

Die gröſsere Wellenrinne Fig. 13, welche einen 6 Fuſs P. M. langen, $2\frac{1}{2}$ Fuſs tiefen und 1 Zoll 1,4 Linie breiten

Raum (d. h. einen doppelt so breiten als die kleinere Wellenrinne) einschliefst, unterscheidet sich von der kleineren Wellenrinne nur dadurch, dafs die senkrechten hohen Seitenwände derselben aus Bretern bestehen, und dafs nur an 6 Stellen dieser 2 Bretwände, sich einander gegenüberstehend, 6 sechs Zoll breite, $2\frac{1}{2}$ Fufs hohe Glasscheiben wasserdicht eingesetzt sind, durch welche hindurch man die Bewegungen beobachten kann, welche im Innern der Flüssigkeit, mit der man diese Wellenrinne füllt, statt findet. Um die hohen senkrechten Seitenwände vor einer Beugung zu sichern, fugt man ihren obern Rand in eine dem Boden der Rinne parallele Pfoste ein, welche eben so lang ist als die Pfoste, die den Boden des Instrumentes bildet, und die, um einen Zugang zu der Höle der Rinne offen zu lassen, an mehreren Stellen Oeffnungen hat.

Man kann nun die kleinere Wellenrinne, bis zu einem gewifsen Puncte mit Wasser oder Quecksilber füllen, eine Glasröhre an dem einen Ende derselben eintauchen, Flüssigkeit durch Saugen mit dem Munde in derselben in die Höhe heben, sie wieder fallen lassen, und so eine Welle durch eine bekannte Kraft erregen.

Man hat dann den überraschenden Anblick *den senkrechten Durchschnitt* der erregten Welle durch die Glaswände hindurch zu sehen, und kann ihn mit der Linie des Niveau vergleichen. Man sieht aber auch zugleich, wenn man durch die Glaswände und das Wasser hindurch gegen das Licht, das zu den Fenstern hereinfällt, blickt, die Bewegung der im Innern des Wassers schwebenden Theilchen, von gleichem specifischen Gewichte als das Wasser selbst, mit blofsen Augen oder mit Vergröfserungsgläsern.

Läfst man nun in die Wellenrinne Flüssigkeiten von verschiedener Farbe und von verschiedenem specifischen Gewichte, z. B. gefärbten Branntwein, sehr flüssige Oele, Wasser, Quecksilber u. s. w., mittelst eines Hebers eintreten, so stehen sie durch mehrere horizontale Ebenen geschieden über einander, und man nimmt so die Wellen

wahr, die sich zugleich auf diesen parallel unter einander liegenden, horizontalen Ebenen im Innern der Flüssigkeit, und an der Oberfläche derselben fortbewegen. Man sieht auf diese Weise verschiedene horizontale Schichten, von den jede von Wellen durchlaufen wird, die man, wenn die ganze Rinne nur von Wasser erfüllt wird, nicht sehen kann, obgleich auch dann ähnliche Wellen sich im Innern des Wassers fortbewegen.

Die genaue Kenntnifs, wie sich die in der Tiefe der Flüssigkeit fortbewegenden Wellen zu den an der Oberfläche derselben hinlaufenden hinsichtlich ihrer Gröfse, Gestalt und Geschwindigkeit verhalten, ist von grofser Wichtigkeit für die Lehre von der Wellenbewegung.

Wir haben hierüber Untersuchungen in dem folgenden Vten Abschnitte mitgetheilt.

§. 92.

In diesen Instrumenten überzeugt man sich schon mit dem Augenmaafse, dafs die gebogene Oberfläche des Wellenbergs einer Welle eine convexe, die des Wellenthales eine concave Gestalt hat, dafs folglich jede ganze Welle von einer zum Theil convexen, zum Theil concaven Oberfläche begrenzt ist; keineswegs von blofs concaven oder blofs convexen allein.

Beyde Curvenstücken gehen aber unmerklich, und ohne einen in die Augen fallenden Grenzpunct in einander über.

Flaugergues *) giebt dem Vordertheile einer Welle eine andere Gestalt als dem Hintertheile, indem er die des letzteren für eine parabolische Krümmung, die des ersteren für eine Curve, die unter dem Namen einer Begleiterin der Cycloide bekannt sey, hält.

*) Mém. sur le mouvement et la figure des ondes. Verhandelingen uitgegeeven door de Hollandsche Maatschappye der Weetenschappen te Haarlem XXIX Deel. S. 191 (1793).

Gerstner *) beweist nach seinen Voraussetzungen, dafs die Krümmung von der Spitze einer Welle bis zu der der nächsten eine einzige entweder gemeine oder geschleifte Cycloide sey. In der That folgt auch aus dem, was wir über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen der Wellen gefunden haben, dafs die Wellenlinie eine Cycloidale sey. Mittelst unseres Instrumentes sieht man indessen, dafs diese Curven unter verschiedenen Umständen der Erregung der Wellen eine beträchtlich abgeänderte Gestalt erhalten, zuweilen sehr gedehnt, zuweilen sehr wenig gedehnt sind, und daher der Welle entweder das Ansehn einer sehr steilen oder sehr flachen Welle geben.

Ja unter einigen besondern Umständen des Fortganges der Wellen ist das Hintertheil des Wellenbergs von dem Vordertheile desselben, das Hintertheil des Wellenthales von dem Vordertheile desselben so aufserordentlich verschieden, dafs es nicht nur ganz offenbar ist, dafs sie nicht von gleichen Flächen begrenzt werden, sondern dafs es scheint, dafs die Gestalt des Hintertheiles von der des Vordertheiles der Welle ganz unabhängig sey.

Wenn man z. B. die so eben erwähnte Wellenrinne, $\frac{1}{2}$ Zoll tief mit Quecksilber füllt und nun in einer senkrecht in das Quecksilber eingetauchten Glasröhre, von gleicher Dicke als die Rinne weit ist, 6 Zoll hoch Quecksilber in die Höhe hebt und wieder fallen läfst, so ist die so entstandene Welle unverhältnifsmäfsig hoch zu der geringen Tiefe der Flüssigkeit, durch welche sie sich fortpflanzen soll, und es ändert sich daher ihre Gestalt so, dafs das Vordertheil der Welle weit steiler wird als das Hintertheil derselben. Ja es kann sich unter ähnlichen Verhältnifsen der fortschreitende Wellenberg über das vor ihm liegende Wellenthal in gewifsem Grade überbeugen, und sich die Flüssigkeitsmasse derselben demnach in einer Lage befinden, in welcher sie an sich nach den Gesetzen

*) Theorie der Wellen sammt einer daraus abgeleiteten Theorie der Deichprofile. Prag 1804. §. 14. §. 19.

des statischen Druckes, und der Cohäsion gar nicht zusammenhält, hier aber dem ungeachtet wahrscheinlich durch die steigende Bewegung, in welcher das Quecksilber des Vordertheils sich befindet, erhalten wird. Die Abbildung Fig. 21 giebt Beyspiele von solchen verunstalteten Wellen.

§. 93.

Diese Figuren stellen Wellen dar, die sich selbst abgebildet haben. Auf den Kunstgriff Wellen sich selbst abbilden zu lassen hat uns unser Freund Hr. M. Seyfarth, Privatdocent auf der Universität in Leipzig, als er einigen unserer Versuche über die Wellen beywohnte, zuerst aufmerksam gemacht.

Man bestäubt eine rechtwinklich geschnittene Schiefertafel mit Mehl, und setzt sie in die Quecksilber enthaltende Wellenrinne Fig. 12 langsam und senkrecht hinein. Ihre beyden Seiten müſsen den Seitenwänden der Wellenrinne parallel und von ihnen gleichweit entfernt seyn.

Das Quecksilber nimmt, so weit es die Schiefertafel berührt, den Mehlstaub von ihr hinweg. Zieht man sie nun völlig senkrecht heraus so hat sich der Quecksilberstand an der Schiefertafel selbst abgebildet; denn so weit die Tafel eingetaucht wurde, so weit ist der Staub abgewischt und eine scharfe, völlig gerade erscheinende Grenzlinie scheidet diesen Theil der Tafel von dem obern mit Mehlstaub bedeckten, und bezeichnet so das Niveau des in der Rinne befindlichen Quecksilbers.

Dieselbe Erscheinung zeigt sich auch, wenn man in die Rinne, statt sie mit Quecksilber zu füllen, Wasser oder Branntwein gieſst, und eine matt geschliffene Glasplatte oder eine Schiefertafel hineintaucht. Hier kann man aber, weil diese Flüssigkeiten von selbst an diesen Tafeln haften, das Bestäuben entbehren. Wenn man daher mittelst eines Bleystiftes und Lineals die Grenze zwischen dem bestäubten und unbestäubten, oder zwischen dem trocknen und naſsen Theile der Tafeln durch eine

Linie genau angiebt, so hat man das Niveau, in dem das Quecksilber bey vollkommner Ruhe desselben steht, bleibend bezeichnet.

So kann man auch den Quecksilberstand bezeichnen während man Quecksilber in eine am einen Ende der Rinne eingetauchte Glasröhre angehoben erhält, wobey dann der Quecksilberstand nur ein weniges niedriger ist als zuvor.

Läſst man nun, nachdem man die Tafel von neuem in die Rinne gestellt hat, das Quecksilber fallen, so entsteht ein groſser Wellenberg und ein ihm nachfolgendes tiefes Wellenthal, dem noch mehrere sehr kleine Welberge und Wellenthäler nachkommen.

Diese Wellen bewegen sich nun von dem einen Ende, wo sie erregt wurden, nach dem entgegengesetzten Ende der Rinne, die Wellenberge immer über dem Niveau erhaben, die Wellenthäler immer unter ihm vertieft, mit einer gewiſsen Geschwindigkeit hin.

Der erste Wellenberg wischt, wenn er bis an die Tafel gekommen ist, an ihr so weit seine Spitze über das Niveau in die Höhe reicht, den Mehlstaub hinweg, und zeichnet durch eine dem Auge gerade erscheinende, jedoch gegen die gerade Linie, welche dem Niveau entspricht, fast unmerklich geneigte Grenzlinie die Höhe des Wellenbergs über dem Niveau während seines Vorbeygehens an der Tafel ab, und zeigt so ganz deutlich, daſs die Form der Welle wirklich stetig über dem Niveau erhaben in horizontaler Richtung fortschreitet, keineswegs aber abwechselnd unter das Niveau sinkt, und sich wieder über dasselbe erhebt. Zieht man die Tafel in dem Augenblicke, da der Wellenberg bis zu ihrer Mitte fortgerückt ist, senkrecht, und zwar schneller heraus, als die Welle selbst fortschreitet, so bildet sich der vordere Abhang des Wellenbergs vollkommen ab, so wie er in dem Momente, wo man die Bewegung anfängt, wirklich ist; weil nämlich der Mehlstaub an den Stellen der Tafel, die der vordere Abhang des Wellenberges nicht erreichte, liegen bleibt,

genau bis zu der Stelle aber, bis zu welcher der Wellenberg gelangte, hinweggenommen wird. Es bedarf nur einer genaueren Betrachtung des Falles, um zu begreifen, daſs die Bewegung, die der Glasplatte plötzlich senkrecht aufwärts gegeben wird, nichts an der Linie des sich abbildenden Wellenbergabhanges ändern könne, sobald, wie gesagt, die Bewegung der Glasscheibe nach aufwärts schneller, als die des Wellenbergs nach vorwärts ist.

Man darf also nur die Grenze, von wo an der Staub nach unten weggewischt, nach oben nicht weggewischt ist, oder von wo an die Tafel nach unten naſs und nach oben trocken ist, mit Bleistift genau bezeichnen, um eine bleibende Abbildung des vordern Abhanges des Wellenbergs für einen bestimmten Zeitmoment zu bekommen.

§. 94.

Auf diese Weise wurden die Fig. 14 abgebildeten vordern Wellenbergsabhänge bey Versuchen mit Branntwein gefunden. Fig. 15 stellt einen solchen vordern Abhang dar, der in Branntwein entstand, während die Rinne 1 Zoll tief damit gefüllt war, und eine Branntweinsäule von 17 Zollen Höhe und 4 Linien Durchmesser niedersank, und sich an der eingetauchten Schiefertafel in einer Entfernung von 5 Zollen von dem Orte, wo die Welle erregt wurde, selbst abbildete. *a b* stellt das Niveau des Branntweins in der Rinne, *c d* den vordern Abhang der Welle, *d e* die Linie dar, bis zu welcher die Spitze der Welle gereicht, und die Tafel angefeuchtet hatte.

Fig. 16 stellt auch einen vordern Abhang einer Welle dar, der unter denselben Umständen, jedoch da die Rinne 2 Zoll tief mit Branntwein gefüllt war, und an dem entgegengesetzten Ende erregt wurde, und sich in derselben Entfernung wie bey der vorigen Figur abbildete.

Fig. 17 stellt noch einen Abhang einer unter denselben Umständen als in der vorigen Figur erregten Welle dar, die sich aber in einer Entfernung von 36 Zollen an der

Schiefertafel abbildete, und daher viel flacher ist. Die Buchstaben haben dieselbe Bedeutung.

Fig. 18 stellt einen vordern Abhang einer Welle dar, die unter denselben Umständen erregt wurde, mit Ausnahme des Umstandes, daſs die Rinne 4 Zoll tief mit Branntwein gefüllt war. Die Welle bildete sich in einer Entfernung von 5 Zollen von dem Orte, wo die Welle erregt wurde, an der Schiefertafel ab. Dieser Abhang ist wegen der groſsen Tiefe der Flüssigkeit viel flacher geworden.

Auſserdem stellt Fig. 19 eine nach dem Augenmaſse gezeichnete ganze Welle bey 2 Zoll Tiefe des Quecksilbers verkleinert dar, wo die niedersinkende Quecksilbersäule, und die dadurch erregte Welle verhältniſsmäſsig zur Tiefe des Quecksilbers in der Wellenrinne nicht zu groſs war, und sich daher das Hintertheil und Vordertheil der Welle gleich zu seyn schienen, wobey auch die ganze Welle sehr flach erschien.

Fig. 20 zeigt eine nach dem Augenmaſse gezeichnete Welle bey einem nur 1 Zoll tiefen Quecksilberstande in der Wellenrinne, wo also die niedersinkende Quecksilbersäule und die durch sie erregte Welle im Verhältniſse zu der geringen Tiefe des Quecksilbers sehr hoch war. Die Welle erschien dann an ihrem Vordertheile bedeutend steiler als an ihrem Hintertheile; auch zeigte die Oberfläche des Vordertheiles die kleinen Treppen, die nach dem Fuſse zu immer kleiner, schmäler und dichter werden, viel deutlicher als dieselben sonst zu sehen sind.

Fig. 20 zeigt eine nach dem Augenmaſse verkleinert gezeichnete Welle, welche erregt wurde, wenn das Quecksilber in der Wellenrinne nur 1 Zoll hoch stand, und eine noch höhere Quecksilbersäule als in dem letzten Falle niedersinken gelassen wurde. Das Vordertheil ist im Verhältniſse zum Hintertheile noch steiler und der Gipfel der Welle hängt etwas über.

§. 95.

Weit unvollkommner ist das Mittel, welches uns zu Gebote steht, auch den hintern Abhang eines Wellenberges in Verhältnifse zu bringen, wo er sich selbst auf eine der beschriebenen ähnliche Art abbildet. Sie ist folgende:

Man bringe die beschriebene Glasplatte, ganz so wie vorhin gesagt wurde, in das Quecksilber; tauche sie aber nicht bis auf den Boden der Rinne ein, sondern halte sie über dem Boden reichlich um so viel entfernt, als die Höhe der Welle betragen wird, welche man durch das Quecksilber erregen will, das man in einer Glasröhre am einen Ende der Rinne bis zu einer gewifsen Höhe heraufgezogen erhält *). Man läfst nun die durch die niederfallende Quecksilbersäule erregte Welle so weit fortschreiten, bis sie an die Mitte der Glasplatte gelangt ist, und bewegt nun in diesem Augenblicke die Glasplatte plötzlich und schnell auf den Boden hin und davon auch sogleich zurück, so dafs alle Puncte ihres unteren Randes den Boden zugleich erreichen und verlassen. Es kommt hierbey alles darauf an, dafs der Moment in welchem die Glasplatte gegen den Boden geschoben und wieder zurückgezogen wird, so klein als möglich sey, dafs dem ungeachtet der untere Rand der Platte nicht aus seiner horizontalen, dem Boden der Rinne parallelen, die Seitenflächen der Platte nicht aus ihrer perpendicularen Lage kommen können, und dafs auch so viel als möglich vermieden wird, eine Bewegung der Flüssigkeit durch das Einsinken der Platte zu erregen. In gleichem Grade nämlich als die Welle während des Niedersinkens und Zurückziehens der Ta-

*) Es versteht sich von selbst, dafs man bey Quecksilber, so wie bey andern Flüssigkeiten, die eingesetzte Scheibe stets auf dieselbe Weise entweder genau in die Mitte, oder dicht an eine Seitenwand der Rinne anliegend einsetzen müsse, damit nämlich die Kraft der Adhäsion des Quecksilbers und der Wände der Rinne, welche macht, dafs das Quecksilber in der Mitte hoch, an den Seitenwänden tief steht, bey allen Versuchen einen gleichen Einflufs, und folglich so gut als keinen Einflufs äufsern kann.

fel mehr vorwärts schreitet, in demselben wird die Abbildung des Hintertheils des Wellenberges ungenauer.

Man überzeugt sich so, daſs das Hintertheil der Wellenberge dem Vordertheile derselben im allgemeinen ähnlich, keineswegs aber immer gleich gestaltet sey. Die Versuche sind aber einer zu geringen Genauigkeit fähig um mehr daraus zu folgern. Die Breite der Wellen, und auch die Tiefe der *Wellenthäler* läſst sich durch die angegebenen Hülfsmittel gar nicht finden.

§. 96.

Um daher die Tiefe der Thäler zu messen, muſsten wir uns eines leicht beweglichen Zirkels bedienen, die Spitze des einen Schenkels äuſserlich an der Rinne auf einem Puncte des Niveau aufsetzen, in welchem sich die Oberfläche der Flüssigkeit bey vollkommener Ruhe befindet, dann mehrmals durch Niedersinken gleich hoher Flüssigkeitssäulen gleiche Wellen erregen, und so lange die Schenkel des Cirkels in ihrer Stellung verändern, bis wir durch die Glaswand der Rinne hindurch sahen, daſs die Entfernung der beyden Schenkelspitzen des Cirkels, der Entfernung des tiefsten Punctes des Wellenthales von dem Niveau der Flüssigkeit gleich kam. Wir haben diese Meſsungen noch weit mehr in das Feine treiben können, indem wir bey flachen Wellen dieselben mit Hülfe eines einfachen Mikroskops machten, durch das wir das Niveau und die Cirkelspitzen gleichzeitig vergröſsert sahen.

Da man auf dieselbe Weise auch die Höhe der Wellenberge bestimmen kann, so fanden wir dadurch Gelegenheit, die Meſsungen der Höhe der Wellenberge durch eingesetzte matte Glasstreifen zu bestätigen, und uns so von der Zuverlässigkeit beyder Methoden durch ihre Uebereinstimmung zu überzeugen.

§. 97.

Die Meſsungen der ganzen Breite der Wellen und ihres Verhältniſses zur ganzen Höhe derselben kann aber nach

dieser Methode nur sehr unvollkommen seyn, theils weil sich die Wellen so allmählig über das Niveau erheben und zu demselben herabsteigen, dafs die Grenze, wo eine Welle anfängt und endigt, gar nicht wahrzunehmen ist, theils weil, wie gesagt worden ist, mittelst der beschriebenen Methode nur ein Abdruck des Vordertheils eines Wellenberges erhalten werden kann, keineswegs die Breite des Wellenthales oder des Hintertheiles des Wellenberges bestimmt wird. Man kann die Breite der Welle daher nur nach dem Augenmaafse schätzen. Will man sie genauer kennen lernen, so mufs man sie aus den im folgenden Abschnitte auseinandergesetzten Umständen berechnen.

§. 98.

Dafs die Wellen im allgemeinen sehr flach seyen, d. h. dafs ihre Höhe im Verhältnifse zu ihrer grofsen Breite äufserst gering sey, davon überzeugt man sich eben so sehr bey den allerkleinsten Wellen als bey den allergröfsten. Wir suchten das Verhältnifs der Höhe ganz kleiner in einem elliptischen, mit Quecksilber gefüllten Gefäfse erregter Wellen zu ihrer Breite dadurch auszumitteln, dafs wir einen Lichtstrahl in einem verfinsterten Zimmer unter einem bestimmten Winkel auf die Oberfläche des Quecksilbers, während es in Wellenbewegung war, fallen liefsen, um den Winkel, unter welchem das Licht von den Wellenbergen und Wellenthälern zurückgeworfen wurde, zu bestimmen. Wenn uns auch nicht auf diese Weise gelungen ist, die Neigung der Flächen der Wellen gegen die horizontale Ebene des Niveau zu bestimmen, so gieng doch aus diesen Untersuchungen hervor, dafs diese Wellen aufserordentlich flach seyn müssen.

Von der Richtigkeit des Satzes, dafs bey den Wellen die Höhe im Verhältnifs zur Breite aufserordentlich gering sey, zeugte uns im Grofsen der Anblick niedriger Meereswellen, deren Breite man nach der Länge des Schiffs ungefär bestimmen konnte.

Indessen kann man die Breite der Wellen durch Berechnung finden.

Es wird im V$^{\text{ten}}$ Abschnitte §. 119 vorgetragen, daſs man an der Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen im Innern des in Wellenbewegung befindlichen Wassers wissen kann, innerhalb welcher Zeit eine Welle an der Oberfläche um so viel als ihre Breite beträgt fortschreite.

Da wir nun durch eine groſse Reihe von Veruchen die den verschiedenen Wellen zukommende Geschwindigkeit genau bestimmt hatten, so brauchten wir diese Geschwindigkeit nur mit der in Secunden ausgedrückten Zeit, in welcher eine Welle um so viel als ihre Breite beträgt fortrückt, zu multipliciren, um die Breite der Wellen selbst zu erhalten.

Erregt man in einer 6 Zoll tiefen, und 6,8 Linien breiten, 5 Fuſs 4 Zoll 3 Linien langen Wassermasse dadurch eine Welle, daſs man eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser haltende Wassersäule plötzlich durch ihr eignes Gewicht am einen Ende der Wellenrinne niedersinken läſst, und miſst man dann 18 Zoll vom Orte entfernt die Höhe der Welle, und die Zeit, die ein Flüssigkeitstheilchen braucht, um das erstemal seine Schwingungsbahn zu durchlaufen, und berechnet hieraus die Breite der Welle, so findet man, daſs sie bey einer Höhe von 0,7 Linie, eine Breite von 29 Zoll 2 Linien besitzt.

Man sieht hieraus, so wie aus andern der vor uns angewendeten Methoden der Messung, daſs Bremontier *) sich bey der Schätzung des gewöhnlichen Verhältniſses der Höhe der Wellen zu ihrer Breite bedeutend geirrt habe, wenn er es wie 1 : 4 anschlägt.

Eine so geringe Höhe mit einer so ungeheuren Breite verbunden (1 : 500), wie in dem erwähnten Falle, findet

*) Journ. de Phys. par Delamétherie 1814. T. LXXIX p. 91: Quand dorénavant nous nous servirons de l'expression de grosseur ou de hauteur naturelle d'une onde, on doit entendre que sa longueur et sa hauteur sont dans le rapport de 4 à 1. Bremontier nennt Länge der Welle, was wir Breite nennen.

sich indessen nur bey Wellen, welche fortschreiten, ohne durch eine ihnen vorausgehende Welle eingeschränkt zu werden. Von einer Wellenreihe wird nur die vorderste Welle so breit und niedrig, die übrigen schränken sich gegenseitig ein, und bleiben dadurch schmäler und höher.

Daher kommt es denn auch, daſs von einer Reihe von Wellen die vorderste sehr schnell so flach wird, daſs sie sich dem Blicke ganz entzieht.

Abschnitt V.

Ueber die Bewegung der einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit bey der Entstehung und Fortbewegung der Wellen.

A. *Bey der Fortbewegung der Wellen.*

§. 99.

Die Wellenbewegung der tropfbaren Flüssigkeiten ist eine fortschreitende Schwingung der Flüssigkeitstheilchen; eine Welle aber ist nur die Form einer Gesammtheit von Flüssigkeitstheilchen, in welcher sich successiv andere und andere Theilchen vereinen, vorn nach einander eintretend, hinten austretend. Die Bewegung einer Welle darf man daher nicht mit der Bewegung eines Körpers vergleichen, dessen Theilchen die nämliche Bewegung haben, als der ganze Körper selbst, zu dem sie gehören. Eine Welle ist *kein Körper*, der bleibend dieselben Theilchen als Bestandtheile enthielte, sie ist nur *eine Form* der Oberfläche, und der einzelnen über einander ruhenden Schichten einer Flüssigkeit, die im Zustande der Ruhe die Gestalt von horizontalen oder fast horizontalen Ebenen haben, im Zustande der Wellenbewegung dagegen gekrümmt sind, und daher Erhebungen oder Vertiefungen bilden. Das Fortrücken einer Welle ist daher nur ein

Fortrücken dieser *Form*, und insofern nur eine Bewegung eines mathematischen, keines wirklichen Körpers. Während eine Welle, die durch einen in Wasser gefallenen Körper erregt worden ist, über eine grofse Fläche fortschreitet, ist das Wasser, das diese Welle anfangs bildete, an seinem Orte geblieben.

Vorzüglich deutlich ist dieser Unterschied der Bewegung einer Welle von der eines wirklichen Körpers bey der Wellenbewegung in festen Körpern, z. B. an einem aufgespannten Seile, wie §. 2 gezeigt worden ist. Stöfst man dieses an einer Stelle plötzlich, so entsteht dadurch eine Welle, welche der ganzen Länge des Seiles nach vielmal hin und her läuft. Aber die Theilchen des aufgespannten Seiles selbst bewegen sich nicht mit der Welle fort. Ebenso verhält es sich nun auch mit den Wellen der tropfbaren Flüssigkeiten. Es ist schon §. 2 vorläufig gesagt worden, dafs eine Welle von einer durch eine Materie hindurch sich successiv fortpflanzenden *Schwingung* erzeugt werde. Und das bestätigt sich auch bey den tropfbaren Flüssigkeiten vollkommen.

Die einzelnen Theilchen der Flüssigkeit, durch welche hindurch eine Welle fortbewegt wird, sind an der Stelle, wo so eben die Welle sich befindet, in einer schwingenden Bewegung, die bis in sehr grofse Tiefen der Flüssigkeit hinab statt findet.

Diese gemeinsame Schwingung der Theilchen der Flüssigkeit bis in die Tiefe bringt eine sichtbare Veränderung der ebenen Oberfläche hervor, und veranlafst eine Erhabenheit und Vertiefung an derselben.

Indem nun die Schwingung selbst durch die Flüssigkeit fortschreitet, schreitet auch ihre Wirkung, die Erhabenheit oder Vertiefung an der Oberfläche fort.

Die fortschreitende schwingende Bewegung ist also die einzige *wirkliche* Bewegung der Flüssigkeit bey dem Fortgange der Wellen, und ihre Fortpflanzung veranlafst die Fortbewegung der *Wellenform*.

§. 100.

Von der genauern Untersuchung dieser fortschreitenden Schwingung muſs daher eine gründliche Betrachtung der Wellenbewegung anfangen.

Um sie nun also im Innern durchsichtiger Flüssigkeiten sichtbar zu machen, bedienten wir uns der Fig. 12, 13 abgebildeten, §. 91 beschriebenen, von uns zu diesem Zwecke erfundenen Instrumente, welche wir der Kürze wegen kleinere und gröſsere *Wellenrinne* nennen werden. Der schmale, lange, zwischen Glaswänden eingeschlossene Raum wurde, wenn das kleinere Instrument Fig. 12 vollkommen horizontal stand, mit Wasser gefüllt. Wir wählten hierzu absichtlich Wasser aus der Saale bey Halle, in dem viele kleine Theilchen von gleichem specifischen Gewichte als das Wasser schwebten. Nun sahen wir durch die Glaswände und das eingeschlossene Wasser hindurch gegen das zu den Fenstern eindringende Licht, und beobachteten theils mit bloſsen Augen, theils mit einem angeschraubten einfachen Mikroskope, dessen Brennweite etwa $3\frac{1}{2}$ Linien betrug, die Bewegung, in welche die kleinen sonst ruhig schwebenden Theilchen geriethen, wenn eine Welle durch das Wasser zog. Um die Bahnen, in den sich die Theilchen bewegten, ihrer Richtung und Gröſse nach zu bestimmen, war vor dem Objectivglase ein aus 2 feinen Haaren gebildetes Kreuz angebracht worden, dessen rechtwinkliche Kreuzungsstelle in den Mittelpunct des Sehfeldes fiel. Die besten Dienste that uns aber zur Messung der Gröſse der Bahnen ein zum Schrauben eingerichteter sehr kleiner Federcirkel, dessen Schenkelspitzen wir zwischen das Objectiv des Mikroskops und die Glaswand der Wellenrinne brachten, und so die Durchmesser der Bahnen massen. Denn indem wir durch das Mikroskop die vergröſserten, im Wasser schwebenden Theilchen sahen, erblickten wir zugleich die sehr vergröſserten feinen Cirkelspitzen, die wir so lange weiter oder enger schraubten, bis ihre Entfernung dem zu messenden

Durchmesser der Bahn eines schwingenden Theilchens gleich kam, das durch gleich grofse Kräfte zu wiederholten Malen dieselbe Schwingung vollbrachte.

§. 101.

Die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen laufen, wenn die auf einander folgenden, unter einander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler gleich, oder fast gleich gestaltet sind, in sich selbst, oder fast in sich selbst zurück, und sind anscheinend Ellipsen, die in der Verticalebene liegen.

Bewegt sich durch die Flüssigkeit, womit unsere Fig. 12 abgebildete *Wellenrinne* gefüllt worden ist, ein Wellenberg fort, so bewegen sich alle in der Flüssigkeit schwebenden Theilchen successiv in einem Bogen Fig. 22 *a b c* nach aufwärts, vorwärts, und abwärts, in derselben Richtung, in welcher sich der Wellenberg selbst fortbewegt, und welche durch den hinzugefügten Pfeil ausgedrückt ist. Diese Bahnen liegen in der Verticalebene. Der senkrechte Abstand des obersten Punctes dieser Bahn von der Linie des Niveau *c a* ist der Höhe des *Wellenbergs* über dem Niveau *vollkommen gleich.*

Folgt hinter dem Wellenberge ein Wellenthal nach, das eben so tief und breit, als der vorausgehende Wellenberg hoch und breit ist; so bewegt sich jedes Theilchen an der Oberfläche, so bald es jene erstere Bewegung vollendet hat, sogleich, den Bogen *c d a* beschreibend, an seinen vorigen Ort zurück, folglich der Richtung, in der das Wellenthal fortschreitet, entgegen, nach rückwärts, abwärts und aufwärts. Der senkrechte Abstand des tiefsten Punctes *d* dieser Bahn von der Linie, die die Bahn horizontal und ihrem längsten Durchmesser nach theilt, ist der Tiefe des Wellenthals unter dem Niveau gleich. Ist die durch die Flüssigkeit fortgehende Welle so beschaffen, dafs das Wellenthal vorausgeht, und ein gleich grofser Wellenberg nachfolgt, so bewegen sich alle Theilchen in derselben Bahn, nur mit dem Unterschiede, dafs die Be-

wegung derselben in *c* anfängt, und bogenförmig nach *d* und *a* fortgeht, von wo sie augenblicklich durch *b* nach *c* zurückgeht. Ein Theilchen durchläuft also, während es in einem Wellenberge sich befindet, den Bogen *a b c*, während es sich in einem Wellenthale befindet, den Bogen *c d a*.

Niemals kommt aber in der Natur ein Wellenberg vor, der mit gar keinem Wellenthale verbunden wäre, und ebenso wenig ein Wellenthal, das mit gar keinem Wellenberge in Verbindung stünde. Aus diesem Grunde kann auch die Bewegung eines Flüssigkeitstheilchens in dem Bogen *a b c*, oder die in dem Bogen *c d a* nicht statt finden, ohne dafs dasselbe Theilchen vor oder nachher in einem umgekehrten Bogen sich bewege.

§. 102.

Die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen laufen aber dann nicht in sich selbst zurück, wenn die auf einander folgenden, unter einander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler von ungleicher Gröfse sind. Die Höhe und Breite des Bogens *a b c*, in dem sich ein Theilchen bewegt, hängt aber von der Höhe und Breite des Wellenbergs, die Höhe und Breite des Bogens *c d a* von der Tiefe und Breite des Wellenthales ab, in dem das bewegte Theilchen sich befindet. Zuweilen sind nun die auf einander folgenden Wellenberge und Wellenthäler bey Wellen, den keine andere Welle vorausgeht, sondern die vor sich Ebene haben, *nicht gleich grofs*, und daher auch die den Wellenbergen und Wellenthälern entsprechenden bogenförmigen Bewegungen ungleich grofs. Man beobachtet daher meistentheils, dafs ein Theilchen, das sich in den beyden Bogenstücken hin und zurückbewegt hat, nicht ganz bis zu dem Orte zurückkehrt, von welchem es ausgieng, und dafs die beyden Bogen seiner Bahn häufig keine ganz in sich selbst zurücklaufende Linie darstellen.

Es zeigen sich die Bahnen daher nicht selten wie *a b c d e* Fig. 23, oder wie *a b c d e* Fig. 24, oder wie

a b c d e Fig. 25, oder wenn die einander folgenden Wellenberge und Wellenthäler sehr an Gröfse verschieden sind, so haben die Bahnen, die die einzelnen Flüssigkeitstheilchen durchlaufen, sogar die Gestalt *a b c d* Fig. 26.

§. 103.

Die Schwingungsbahnen der in der Nähe der Oberfläche der Flüssigkeiten befindlichen Theilchen sind anscheinend Ellipsen, die sich der Kreisgestalt nähern: mit der Tiefe wird die elliptische Gestalt der Bahnen immer gestreckter, und fällt endlich mit einer horizontalen geraden Linie zusammen.

Was für eine Curve diese Bahn der kleinen Flüssigkeitstheilchen sey, ist vor der Hand noch gänzlich unbekannt. Unsere Mefsungen des senkrechten und horizontalen Durchmefsers derselben lehren nur, dafs sie selbst an der Oberfläche keine kreisförmige Gestalt haben, der sie sich aber daselbst dem Augenschein nach sehr nähern, dafs sie vielmehr schon in einer geringen Entfernung unter der Oberfläche der Flüssigkeit eine dem Anblicke nach elliptische Gestalt annehmen, die desto gestreckter wird, je entfernter von der Oberfläche die Theilchen liegen, und endlich, in noch gröfserer Tiefe, fast mit einer horizontalen Linie zusammenfällt, so dafs man gar keine senkrechte Höhe der Bahn mehr zu unterscheiden im Stande ist.

§. 104.

Mit der Tiefe der Flüssigkeit nehmen die Bahnen der daselbst befindlichen schwingenden Theilchen sowohl im senkrechten als im horizontalen Durchmesser an Gröfse ab.

Unsere Versuche wurden auf folgende Weise angestellt.

In unserer kleineren Wellenrinne Fig. 12 stand das Wasser 6 Zoll P. M. tief. An dem einen Ende derselben wurde das Wasser in einer 5,7 Linien im Durchmesser weiten Röhre 2 Zoll hoch in die Höhe gehoben, und nach eingetretener vollkommener Ruhe niederfallen

gelassen. In einer Entfernung von 18 Zollen von dem Orte, wo die Welle erregt wurde, wurden die Bahnen, welche die in der Flüssigkeit schwebenden sichtbaren Theilchen beym Vorübergehen der Welle beschrieben, durch ein aus 2 Linsen bestehendes einfaches Mikroskop beobachtet, und durch einen kleinen zum Schrauben eingerichteten Federcirkel gemefsen, dessen sehr feine Spitzen wir zwischen das Mikroskop und die Glaswand der Wellenrinne einbrachten. Da wir nämlich eine gleichgrofse Welle unter den nämlichen Umständen, und durch die nämliche Kraft, so oft es nöthig war, erregen konnten, so konnten wir auch den Federcirkel, so lange weiter oder enger schrauben, bis der Abstand der Cirkelspitzen dem zu mefsenden Durchmefser der Bahn genau gleich kam.

So wurde nun der horizontale und verticale Durchmefser der Bahnen an der Oberfläche, sowie auch 1 Zoll, 2 Zoll und 5 Zoll unter derselben gemefsen, und findet sich Fig. 27 abgebildet, wo *a* die Bahn eines an der Oberfläche liegenden Theilchens, *b* eines 1 Zoll, *c* eines 2 Zoll, *d* eines 5 Zoll unter der Oberfläche befindlichen Theilchens bedeutet. Diese Abbildung ist nach folgender Tabelle gefertigt.

Tabelle I.

über die senkrechten und horizontalen Durchmefser der Bahnen, welche kleine in einer Flüssigkeit schwebende Theilchen in verschiedenen Tiefen in unserer kleineren Wellenrinne durchlaufen.

Tiefe, in welcher die Bahn der kleinen Theilchen gemefsen wurde.	Senkrechter Durchmefser der Bahn.	Horizontaler Durchmefser der Bahn.
1 Linie unter der Oberfläche *)	0,73 Lin.	2,40 Lin.
1 Zoll — — —	0,50 —	2,26 —
2 — — — —	0,20 —	2,00 —
5 — — — —	unmefsbar	1,90 —

Aehnliche Versuche wurden nun auch in unserer gröfseren Wellenrinne, die 22 Zoll tief mit Wasser ange-

*) Unmittelbar an der Oberfläche war es nicht rathsam die Mefsung vorzunehmen, weil die Adhäsion des Wassers am Glase eine Stö-

füllt war, mittelst einer niederfallenden Wassersäule von 9 Zoll Höhe, und 5,7 Linie Durchmesser angestellt, und die Bahnen, die die Flüssigkeitstheilchen beschrieben, in 3 Fuſs Entfernung von dem Orte der Erregung der Wellen gemeſsen.

Hier gaben unsere Versuche folgende Resultate.

Tabelle II.

über die senkrechten und horizontalen Durchmeſser der Bahnen, welche kleine in einer Flüssigkeit schwebende Theilchen, während der Wellenbewegung, in verschiedenen Tiefen der Flüssigkeit, in der gröſseren Wellenrinne durchlaufen.

Tiefe, in welcher die Bahn der kleinen Theilchen gemeſsen wurde.	Senkrechter Durchmeſser der Bahn.	Horizontaler Durchmeſser der Bahn.
1 Linie unter der Oberfläche	0,8 Lin.	1,14 Lin.
3 Zoll — —	0,40 —	0,75 —
6 — — —	0,32 —	0,60 —
9 — — —	0,20 —	0,40 —
12 — — —	unmeſsbar	0,40 —
15 — — —	— —	0,30 —
18 — — —	— —	0,42 —
21 — — —	— —	0,60 —

Beyde Reihen von Versuchen stimmen darinne überein, daſs die Bahnen mit der Tiefe kleiner werden, und daſs dabey der senkrechte Durchmeſser derselben mehr als der horizontale an Gröſse abnimmt. Hierinne weichen diese Resultate von den Resultaten der Gerstnerschen Theorie ab, nach welcher die Bahnen in allen Tiefen Kreise bleiben sollen, was jedoch daher kommen könnte, weil bey dieser Theorie die Flüssigkeit als unendlich tief vorausgesetzt, und also auf den störenden Einfluſs des Bodens keine Rücksicht genommen wird.

§. 105.

Daſs der senkrechte Durchmeſser der Schwingungsbahnen kleiner sey, als der horizontale, und daſs er im

rung des Phänomens veranlaſsen konnte. Daher maſsen wir etwa 1 Linie unterhalb der Oberfläche.

Verhältnisse zu dem horizontalen in der Tiefe immer mehr vermindert werde, scheint als eine Wirkung des Bodens angesehen werden zu müssen.

Daſs der Boden allerdings den Einfluſs hat, den senkrechten Durchmeſser der Bahnen an der Oberfläche und in der Tiefe im Verhältniſse zu dem horizontalen zu verkleinern, lehrt eine Vergleichung der beyden Tabellen und der darauf gegründeten Zeichnung Fig. 27 A, B deutlich, wo A die Bahn des an der Oberfläche, B die Bahn eines 3 Zoll unter derselben gelegenen Theilchens darstellt. A ist offenbar schon an der Oberfläche runder als *a*, welches eine gestrecktere elliptische Gestalt hat. Auch nimmt der senkrechte Durchmesser im Verhältniſse zu dem horizontalen in der kleinen Wellenrinne mit der Tiefe weit stärker ab, als in der gröſseren Wellenrinne.

Die Bahn eines Flüssigkeitstheilchens in der kleinen Wellenrinne hatte an der Oberfläche eine Höhe von 0,73 Linien, und diese Höhe war also beynahe der 102te Theil der Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne.

Die Bahn eines Flüssigkeitstheilchens der groſsen Wellenrinne hatte eine Höhe von 0,8 Linien, und war also der 345te Theil der Tiefe des in der groſsen Wellenrinne befindlichen Wassers.

Je tiefer die Flüssigkeit ist, desto mehr nähert sich das Verhältniſs des horizontalen Durchmeſsers der Bahn eines Theilchens an der Oberfläche zu ihrem senkrechten Durchmeſser der Gleichheit, desto mehr nähert sich die ganze Bahn des Theilchens der Kreisbahn.

Die Tiefe des Wassers in der kleineren Wellenrinne verhielt sich zu der in der gröſseren wie 6 : 22 = 1 : 3,7.

In der kleineren Wellenrinne ist der senkrechte Durchmeſser in dem horizontalen 3,2 ... mal enthalten, in der gröſseren Wellenrinne 1,4 ... mal.

Das Verhältniſs dieser beyden Quotienten (des senkrechten Durchmeſsers in den horizontalen) ist also 3,2 .. : 1,4 .. während das entsprechende der Tiefen in beyden Rinnen 1 : 3,7 ist.

Nimmt man eine Rinne, in der die Tiefe des Wassers noch gröſser wäre, so würde der Quotient des senkrechten Durchmeſsers der Bahn in ihren horizontalen Durchmeſser der Einheit noch näher kommen, als dieser Quotient der beyden Durchmeſser in unserer gröſseren Rinne, wo er, wie eben angeführt, 1,4 ... ist.

Sehr überraschend ist aber die Erscheinung, daſs nach Tabelle II der horizontale Durchmesser der Bahn, nachdem er von der Oberfläche bis zu einer Tiefe von 15 Zoll immer abgenommen hat, nun in einer Entfernung von 6 — 7 Zollen von dem Boden, wieder zuzunehmen anfängt, was offenbar für eine Rückwirkung des Bodens zu halten ist, auf die wir später noch einmal zurückkommen werden.

§. 106.

Die schwingende Bewegung der Flüssigkeitstheilchen ist unsern Versuchen zu Folge selbst in einer Tiefe, welche der 350maligen Höhe der Welle über der Oberfläche gleich kommt, noch durch Vergröſserungsgläser und sogar mit bloſsen Augen wahrnehmbar.

Da wir auch dann, wenn die gröſsere Wellenrinne vollkommen 2 Fuſs tief mit Wasser angefüllt war, und kleine Wellen in ihr erregt wurden, in der Nähe des Bodens, die Bewegung der Flüssigkeitstheilchen mit bloſsen Augen und mit Vergröſserungsgläsern wahrnehmen konnten, so folgt hieraus, daſs die Bewegung, welche eine Welle im Wasser verursacht, in einer Tiefe noch wahrnehmbar ist, die der 350maligen Höhe der Welle entspricht. Eine 10 Fuſs hohe Meereswelle, würde demnach bis in eine Tiefe von 3500 Fuſs noch Bewegung veranlassen. Es ist hiernach ganz offenbar, daſs die Wellenbewegung selbst mäſsig groſser Wellen bis auf den Grund des Meeres reiche, und dadurch erklärlich, wie groſse Wellen den Grund des Meeres so sehr aufrühren können, als es §. 48 erzählt worden ist.

§. 107.

Das Fortschreiten der Schwingung der Flüssigkeitstheilchen besteht darinne, daſs die horizontal, in der Richtung der fortschreitenden Welle, hinter einander liegenden Theilchen successiv in eine schwingende Bewegung gerathen, und zwar so, daſs sich niemals mehrere derselben, die zu einer Welle gehören, gleichzeitig in entsprechenden Puncten ihrer Schwingungsbahnen befinden, sondern erst successiv in diese entsprechenden Puncte kommen.

Mittelst der Tertienuhr, der wir uns bey unsern Versuchen bedienten, konnten wir die Zeit meſsen, welche verlief, ehe die Flüssigkeitstheilchen in einer gewiſsen Entfernung von dem Orte, wo eine Welle erregt worden war, in Bewegung gerieth. Diese Zeit kommt mit der überein, die die Welle braucht, um vom Orte ihrer Entstehung bis zu derselben Entfernung fortzuschreiten. Im VI Abschnitte, wo von der Geschwindigkeit der Wellen die Rede ist, werden hierüber genaue Nachweisungen gegeben werden, in §. 109 aber sehe man die erläuternde Erklärung zu Fig. 28, der bildlichen Darstellung dieses Gegenstandes nach.

§. 108.

*In die Tiefe der Flüssigkeit hinab bemerkt man aber weder bey der Erregung, noch bey dem Fortgange der Wellen ein allmähliges Fortschreiten derselben, sondern die schwingende Bewegung scheint, wenigstens dem Augenscheine nach, gleichzeitig in der Tiefe und an der Oberfläche, zu geschehen, und die senkrecht, oder fast senkrecht unter einander liegenden Theilchen der Flüssigkeit scheinen dem Anblicke nach gleichzeitig in die sich entsprechenden *) Puncte ihrer Schwingungsbahnen einzutreten.*

*) Einen entsprechenden Punct zweyer Bahnen nennen wir z. B. den Punct, welchen der senkrechte Durchmeſser bey zwey Bahnen oben, oder unten schneidet, oder welchen der horizontale Durchmeſser, bey zwey Bahnen an der einen oder an der andern Seite schneidet, oder endlich jeden Punct, welcher bey zwey Bahnen von einem dieser bestimmten Puncte nach derselben Richtung verhältniſsmäſsig gleichweit absteht.

Betrachtet man eine Flüssigkeit als aus vielen horizontalen, über einander liegenden Schichten bestehend, welche im Zustande der Ruhe eben, im Zustande der Wellenbewegung stellenweise nach aufwärts, oder nach abwärts ausgebogen sind, so würde jenem Satze gemäſs die Bewegung der Schichten bey der Entstehung von Wellen nicht nur an der Oberfläche und in der Tiefe zu gleicher Zeit ihren Anfang nehmen, sondern es würden auch beym Fortgange der Wellen immer entsprechende Stücken der fortschreitenden Bewegungen senkrecht unter einander liegen.

Allein es ist sehr schwierig, die Wahrheit des vorgetragenen Satzes durch andere Beobachtungen, als durch die Betrachtung der im Wasser schwebenden Theilchen zu bestätigen, und diese Methode läſst keine groſse Genauigkeit zu. Wir haben zu diesem Zwecke in unserer Wellenrinne über eine 1 Zoll tiefe Lage Quecksilber eine eben so hohe oder höhere Wasserschicht gegoſsen, und nun die Wellen beobachtet, die zugleich unten im Quecksilber, und oben im Wasser fortschritten, aber so gefunden, daſs die Quecksilberwellen hier viel langsamer als die Wasserwellen fortliefen, und also keineswegs entsprechende Wellenstücken senkrecht unter einander lagen. Allein weil die 2 Flüssigkeiten von einem ganz verschiedenen spesifischen Gewichte sind, so kann diese Erscheinung darauf bezogen werden, und so erlaubt ein solcher Versuch keine Folgerung für eine Flüssigkeit, deren horizontale Schichten ein gleiches specif. Gewicht besitzen.

Einige Zweifel gegen den vorgetragenen Satz werden noch §. 116 entwickelt werden. Man darf ihn daher vor derHand noch nicht für ohne alle Beschränkung wahr halten.

§. 109.

Fig. 28 11111 stellt den Umriſs eines verticalen Queerdurchschnittes von einer ganzen, und 2 halben Wellen vor, welche sich in der Richtung der beygefügten Pfeile so fortbewegen, daſs sie nach Verlauf eines 1sten

Zeitraumes den Ort von 22222, und nach Verlauf eines 2ten Zeitraumes den Ort von 33333 einnehmen.

Die Kreise A *a a α*, B *b b β*, B *c c γ*, D *d d δ*, E *e e ε*, F *f f ζ* stellen 6 hier kreisförmig dargestellte (eigentlich elliptische) Schwingungsbahnen vor, die die in der Welle 11111 bey A B C D E F liegenden Theilchen durchlaufen, während die Welle, in der sie sich befinden, um so viel als ihre ganze Breite austrägt, fortschreitet.

Die Kreisstücken A *a a*, B *b b*, C *c c*, D *d d*, E *e e*, F *f f* u. s. w. stellen die Stücken der Schwingungsbahnen vor, in den sich die auf der Oberfläche 11111 liegenden Theilchen ABCDEF u. s. w. während zweyer Zeiträume bewegen, nämlich während die Wellen von 11111 nach 22222, und von da nach 33333 fortschreiten, so daſs also diese Theilchen A B C D E F etc. in einem ersten Zeitraume $\frac{2}{12}$ ihrer Bahn durchlaufen, und sich daher am Anfange eines 2ten Zeitraumes in *a b c d e f* etc. befinden, wodurch die Wellen von 11111 nach 22222 weiter rücken; während eines 2ten Zeitraums aber wieder um $\frac{2}{12}$ ihrer Bahn fortrücken, und also am Ende desselben in *a b c d e f* etc. eintreffen, wodurch die Wellen von 22222 nach 33333 fortgehen. Man darf nun die Flüssigkeitstheilchen noch 4 mal um gleich groſse Stücken in ihrer Bahn weiter gerückt denken, so daſs sie alle an den Ort der Bahn, von dem wir sie ausgehend dachten, zurückgekehrt sind, um auch durch die Zeichnung einzusehen, daſs die Welle dabey um so viel als ihre Breite beträgt fortschreitet, während die Theilchen einen Umlauf in ihren Schwingungsbahnen vollenden.

In Fig. 29 sieht man jede kreisförmige Bahn eines Theilchens in 6 Theile getheilt. Die Theilchen A B C D E F u. s. w. rücken in einem ersten Zeittheilchen nach *a b c d e f* u. s. w., und zugleich die Wellen von 11111 nach 22222.

In einem 2ten Zeittheilchen rücken die Theilchen nach *a b c d e f* u. s. w., und die Wellen nach 33333.

In einem 3ten Zeittheilchen rücken die Theilchen nach α β γ δ ε ζ u. s. w., und die Welle nach 44444.

In einem 4ten Zeittheile rücken die Theilchen nach 𝔄 𝔅 ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 u. s. w., und die Welle nach 55555.

In einem 5ten Zeitraume bewegen sich die Theilchen nach 𝔞 𝔟 𝔠 𝔡 𝔢 𝔣 u. s. w., und die Welle nach 66666, worauf die Theilchen in einem 6ten Zeitraume an den Ort zurückkehren, von dem sie ausgegangen sind, zugleich aber die Welle um so viel, als ihre Breite beträgt, fortgegangen ist.

Hieraus wird nun deutlich seyn, was es heiſse, daſs die Theilchen bey dem Fortschreiten der Schwingung *successiv* in die entsprechenden Puncte ihrer Schwingungsbahnen kommen, und daſs niemals mehrere in einer Welle befindliche Theilchen gleichzeitig sich in entsprechenden Puncten ihrer Bahnen befinden.

So kann man z. B. die Fig. 28 mit C D E F G H I K L M N O P bezeichnete Linie, die eine ganze Welle darstellt, in 12 Theile theilen, und die Theilchen, die in den 12 Theilungspuncten befindlich sind, mit den genannten Buchstaben bezeichnen. Alle diese Theilchen befinden sich in Schwingung, aber gleichzeitig jedes in einem andern Puncte seiner Schwingungsbahn. Wenn wir den Punct der Schwingungsbahn, in dem sich C befindet, den 12ten Punct der Schwingungsbahn nennen, so liegt D im 11ten, E im 10ten, F im 9ten, G im 8ten, H im 7ten, I im 6ten, K im 5ten, L im 4ten, M im 3ten, N im 2ten O im 1ten, folglich P wieder im 12ten, Q wieder im 11ten und so fort. C und P befinden sich also in entsprechenden Puncten ihrer Schwingungsbahnen, aber P gehört auch nicht mehr zur vorigen Welle. Aus eben dem Grunde liegen Q und D in entsprechenden Puncten ihrer Bahnen; aber die genannten von C bis O in einer und derselben Welle liegenden Theilchen befinden sich niemals gleichzeitig in entsprechenden Puncten ihrer Bahnen, wohl aber kommt jedes der 12 Theilchen, wenn es um $\frac{1}{12}$ in seiner Bahn fortgerückt ist, in die Stelle, welche das

hinter ihm befindliche Theilchen vorher einnahm, das aber nun gleichfalls um $\frac{1}{12}$ weiter in seiner Bahn gegangen ist. Daher kommt es nun, dafs, wenn das Theilchen I um $\frac{2}{12}$ in seiner Bahn nach *i* fortgerückt ist, es an die Stelle seiner Bahn getreten ist, welche der Stelle der Bahn des Theilchens G entspricht, in der sich das um 2 Stellen rückwärts gelegene G vor diesem Fortschreiten befand, und wenn I um $\frac{4}{12}$ fortgeschritten ist, es sich an der Stelle *i* seiner Bahn befindet, welche dem Orte entsprechend ist, welchen E in seiner Bahn einnahm, bevor I sich nach *i* zu bewegen anfing.

Hieraus geht hervor, dafs ein jedes Flüssigkeitstheilchen successiv alle die verschiedenen Stellen in seiner Bahn einnimmt, welche alle hinter ihm gelegene, zu derselben Flüssigkeitsschicht gehörige, und in derselben Welle befindliche Flüssigkeitstheilchen gleichzeitig einnehmen.

Welche Theilchen man an der Oberfläche einer Welle auswählt, um ihre Bahnen, wie in Fig. 28 geschehen ist, bildlich darzustellen, und daran das Fortschreiten der Welle zu zeigen, ist vollkommen willkührlich. Es hätten statt 12 Theilchen in einer ganzen Welle eben so gut 16, 20, oder so viel man wollte, betrachtet werden können.

Eben so sind auch nur die Theilchen, um irgend einer Ordnung zu folgen, so ausgewählt worden, dafs die Mittelpuncte der Kreise, von welchen die dargestellten Bahnenstücken der Theilchen Bogen sind, um eine bestimmte Entfernung von einander abstehen. Aber welche Theilchen man auch auf der Oberfläche der Wellen 11111 wählen mag, um ihre Schwingungsbahnen bildlich darzustellen, so müfsen doch immer die Mittelpuncte der Schwingungsbahnen in die Linie *y z* fallen, welche die verzeichneten Wellen in der halben Höhe theilt.

Die gebogenen Pfeile, welche in 4 Reihen in Fig. 28 unter den Wellenlinien gezeichnet worden sind, stellen Stücken der Schwingungsbahnen der im Innern der Flüssigkeit gelegenen Flüssigkeitstheilchen vor, jedoch der einfachen Darstellung wegen, unter der Voraussetzung, als

blieben sich diese Bahnen an der Oberfläche und in der Tiefe der Gestalt und Gröſse nach gleich, was in der Natur nicht der Fall ist.

Jeder der Pfeile ist ein Bogen, der $\frac{2}{12}$ der ganzen kreisförmigen Bahn, die jedes Theilchen nach und nach durchläuft, ausmacht. So erhält man eine anschauliche Vorstellung von der gleichzeitigen Bewegung mehrerer senkrecht unter einander liegenden Theilchen. Während sich A nach *a* bewegt, bewegen sich die senkrecht unter einander liegenden Theilchen 1, 2, 3 und 4 vom Anfange bis zur Spitze ihrer Pfeile, und ebenso ist es mit den senkrecht unter B, C, D, u. s. w. gelegenen Theilchen.

§. 110.

Die Schwingungsbahnen der unter einander liegenden Theilchen kreuzen sich eben sowohl, als die Schwingungsbahnen der im senkrechten Queerdurchschnitte der Wellen hinter einander liegenden Theilchen. Aber die Theilchen treffen sich deswegen in den Kreuzungspuncten ihrer Bahnen nicht, und stören sich folglich auch nicht, 1) weil alle senkrecht unter einander liegenden Theilchen *gleichzeitig in die sich entsprechenden* Puncte ihrer Bahnen (in paralleler Bewegung) treten; 2) weil 2 in einer horizontalen Flüssigkeitsschicht unmittelbar hinter einander liegende Theilchen, wenn diese Schicht in Wellenbewegung kommt, successiv so in Bewegung gesetzt werden, daſs jedes nächst vordere Theilchen um einen kleinsten Zeittheil später an einen entsprechenden Ort seiner Bahn gelangt, als das zunächst hinter ihm gelegene Theilchen. Dieses successive Anfangen der Bewegung bringt es mit sich, daſs da, wo sich die Bahnen der nebeneinander gelegenen Theilchen *oben* kreuzen, *dasjenige* Theilchen früher den Kreuzungspunct passire, welches seine Bewegung später angefangen hat, und welches dem vordersten Puncte der Welle näher liegt, daſs dagegen *unten*, wo sich die Bahnen 2er horizontal neben einander gelegenen Theilchen auch kreuzen, dasjenige Theilchen den Kreuzungs-

punct früher passire, welches früher sich zu bewegen angefangen hat, und dem hintersten Puncte der Welle näher liegt, mit einem Worte, daſs 2 in einer horizontalen Ebene einer Flüssigkeit neben einander liegende Theilchen, wenn sie durch eine Welle in Bewegung kommen, niemals zugleich durch die Kreuzungspuncte ihrer beyden Bahnen laufen und sich treffen können.

So kreuzen sich z. B. in der Welle 33333 Fig. 28 die Bahnen A *a a α* und B *b b β* bey x, aber, während das eine Theilchen *b* schon in x sich befindet, ist das nächst hintere noch ein Stück von *x* entfernt, und *b* ist also durch *x* schon durch, ehe *a* dahin kommt. Eben so kreuzen sich diese 2 Bahnen unten bey *y*. Aber durch diesen Kreuzungspunct geht, wie man sieht, wenn man die Construction fortsetzt, *a* zeitiger als *b* durch, ebenso wie man das auch bey den 2 Theilchen E und F sieht. Während E bis *e* durch den untern Kreuzungspunct hindurch geht, bewegt sich F bis *f*, und erreicht also den Kreuzungspunct nicht einmal.

§. 111.

Während ein Theilchen der Flüssigkeit einmal seine Bahn durchläuft, schreitet die Welle, in der sich das Theilchen jetzt befindet, um so viel als die Breite derselben beträgt, fort, und daher durchläuft auch ein Theilchen eben so vielmal seine Bahn, als Wellen durch den Raum gehen, wo sich das Theilchen bewegt. Gehen also durch einen solchen Raum 3 Wellen, so bewegt sich ein dort gelegenes Theilchen 3 mal in seiner Bahn herum.

Während die Wellen 11111 Fig. 29 bis nach 66666 fortrücken, durchlaufen die in der Welle gelegenen Theilchen A B C D E F etc. jedes seine ganze Bahn. Zugleich ist aber auch jede der Wellen um ihre ganze Breite fortgeschritten.

§. 112.

Der senkrechte Durchmesser der Bahnen, welche die an der Oberfläche der Flüssigkeiten befindlichen Theilchen

durchlaufen, kommt genau mit der senkrechten Höhe der ganzen Welle überein.

Die Richtigkeit dieses Satzes geht schon daraus hervor, dafs die Flüssigkeitstheilchen bey der Wellenbewegung ihre verhältnifsmäfsige Lage zu einander nicht ändern. Ein Theilchen, welches an der Oberfläche einer Flüssigkeit liegt, bleibt immer an derselben, auch während eine Welle an dem Orte vorbeygeht, wo es sich befindet. Das Theilchen steigt, seine Bahn beschreibend, bis zum höchsten Gipfel der Welle, und senkt sich ebenfalls bis zum tiefsten Puncte des Wellenthales herab. So erreichen die Theilchen, in Fig. 29, welche an den tiefsten Stellen der Wellenthäler liegen, nach Verlauf von 3 Zeiträumen den höchsten Punct der Welle und ihrer Bahn.

Es ist daher für den Erfolg ganz einerley, ob man die ganze Höhe einer Welle in unserer Wellenrinne unmittelbar mit dem Cirkel, oder ob man den senkrechten Durchmesser der Bahn eines Theilchens, das sich in der zu mefsenden Welle befindet, mifst. Beydes führt auf ein und dasselbe Resultat.

§. 113.

Der horizontale Durchmefser der Bahnen, die die Theilchen einer Flüssigkeit durchlaufen, hat dagegen kein bestimmtes Verhältnifs zur Breite der Welle. Bey gleich hohen, aber ungleich breiten Wellen sind die Schwingungsbahnen unter übrigens gleichen Umständen in den breiteren Wellen ihrem senkrechten und horizontalen Durchmefser nach kleiner, in den schmäleren gröfser. Umgekehrt sind die Bahnen bey gleich breiten und ungleich hohen Wellen in den höhern Wellen nach beyden Durchmefsern gröfser, als in den niedrigeren. Man sieht diese Sätze durch folgendes bestätigt.

Eine jede Welle wird im Fortschreiten zwischen den parallelen Wänden unserer Rinne niedriger und breiter, vorzüglich aber die, vor den keine andere Welle hergeht. Dem ungeachtet behält sie dieselbe bewegende Kraft, und

bewegt sich fortwährend mit fast ganz gleicher Geschwindigkeit *) fort, woraus man schliefsen kann, dafs sich zwar ihre Breite auf Kosten der Höhe vergröfsert, dafs sie aber doch ihre Gröfse unverändert behält. Ebenso findet man auch, dafs die Bahnen der durch die Welle in Bewegung gesetzten Flüssigkeitstheilchen desto kleiner erscheinen, je weiter von dem Orte, an dem sie entstand, die Welle gemessen wird.

Man hat ein Mittel, *gleich grofse Wellen* durch gleiche Kräfte zu erregen, und doch der einen nach Belieben eine gröfsere Breite und geringere Höhe, der andern eine gröfsere Höhe und geringere Breite mitzutheilen. Taucht man nämlich die Röhre, in der man Flüssigkeit, um sie fallen zu lassen, in die Höhe saugt, tiefer in die Flüssigkeit ein, in der man die Wellen erregen will, so wird die erregte Welle breit und niedrig; taucht man sie dagegen nicht tief unter die Oberfläche ein, so wird die Welle höher und schmäler. Beyde Wellen sind gleich grofs, wenn die fallenden Wassermassen gleich grofs sind, die sie verursachten, beyde schreiten daher auch gleich geschwind fort. Aber die Bahnen, welche die Flüssigkeitstheilchen in der niedrigeren und zugleich breiteren durchlaufen, sind klein; die, welche sie in der höheren zurücklegen, sind beyden Durchmefsern nach beträchtlich gröfser. Folgende Beobachtungen geben hierüber genauere Nachweisungen. Unsere kleinere *Wellenrinne* wurde 6 Zoll P. M. tief mit Wasser gefüllt; am Ende derselben wurden durch das Niedersinken von einer 2 Zoll hohen, 5,7 Linien im Durchmefser habenden Wassersäule Wellen erregt, so jedoch, dafs wir die Oeffnung der Röhre, in der wir diese Säule in die Höhe hoben und fallen liefsen, entweder nur dicht unter die Oberfläche brachten, oder 1, 2, oder 4 Zoll tief unter dieselbe eintauchten. In einer Entfernung

*) Denn das für einen kleinen Raum unmerkliche Langsamer werden der Welle hängt unter diesen Umständen wohl nur von der Reibung der Welle an den Wänden der Rinne ab.

von 18 Zollen von dem Orte, wo die Wellen erregt wurden, wurden die im Wasser ruhig schwebenden, sichtbaren Theilchen mit einem angeschraubten Mikroskope beobachtet, und theils der senkrechte und horizontale Durchmeſser der zuerst durchlaufenen Bahn mit einem feinen Cirkel gemeſsen, theils durch eine Tertien-Uhr die Zeit bestimmt, welche ein Theilchen brauchte, um bey dem Fortgange der 4 ersten Wellen 4mal seine Bahn zu durchlaufen.

Tabelle III.

über die verschiedene Gröſse der Schwingungsbahnen, und über die verschiedene Zeit, welche die Flüssigkeitstheilchen brauchen, um diese Bahnen zu durchlaufen, wenn Wellen durch das Niedersinken einer gleich groſsen Wassersäule erregt werden, so jedoch, daſs die Röhre, in der die Wassersäule niedersinkt, tiefer oder weniger tief eingetaucht wird.

Tiefe bis zu welcher die untere Oeffnung der Röhre unter die Oberfläche des Wassers eingebracht wurde.	Senkrechter Durchmeſser der Bahn der Flüssigkeitstheilchen, während der ersten erregten Wellenbewegung.	Horizontaler Durchmeſser der Bahn der Flüssigkeitstheilchen, während der ersten so erregten Wellenbewegung.	Zeit, in welcher ein Theilchen 4 mal seine Bahn von Anfang an gerechnet durchlief.
Möglichst geringste Tiefe.	0,73 Linie.	2,00 Linien.	1 Sec. 12 Tertien.
1 Zoll Tiefe	0,60 Linie.	1,60 Linie.	
2 Zoll Tiefe	0,60 Linie.	1,60 Linie.	1 Sec. 40 Tertien.
4 Zoll Tiefe	0,60 Linie.	1,60 Linie.	2 Sec. 3 Tertien.

Aus dieser Tabelle ergiebt sich, daſs die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen im verticalen und horizontalen Durchmeſser gröſser sind, wenn die Röhre, in der die Wassersäule niedersinkt, nicht so tief eingetaucht wird, und wenn also die niedersinkende Wassersäule gleich auf die Oberfläche der Flüssigkeit wirken kann, um eine Welle zu erregen; daſs die Bahnen im umgekehrten Falle

dagegen kleiner sind, wenn die niedersinkende Wassersäule erst auf die tiefern Flüssigkeitsschichten wirken muſs, um eine Welle zu erregen. Daſs ferner im ersteren Falle die Bahnen, ob sie gleich gröſser sind, in kürzerer Zeit, im 2ten Falle, ob sie gleich kleiner sind, in längerer Zeit durchlaufen werden.

In beyden Fällen haben die Wellen eine gleiche Gröſse, denn sie wurden in beyden Fällen durch gleiche bewegende Kräfte erregt, und schreiten auch in beyden Fällen mit einer gleich groſsen Geschwindigkeit fort, und es findet zwischen ihnen nur die Verschiedenheit statt, daſs sie, wenn die Röhre nicht tief eingetaucht wird, höher und schmäler sind, wenn die Röhre tiefer eingetaucht wird, niedriger und breiter sind. Folglich ist der senkrechte und horizontale Durchmeſser der Schwingungsbahnen in breiten und niedrigen Wellen kleiner, in hohen und schmalen Wellen gröſser.

§. 114.

Die Länge des Wegs, welchen ein Flüssigkeitstheilchen in einer gegebenen Zeit in seiner Bahn zurücklegt, (also die Geschwindigkeit des Theilchens selbst), hängt unter übrigens gleichen Umständen ganz allein von der Höhe der Welle ab. Je höher nämlich die Welle ist, desto gröſser ist die Länge dieses Weges in der Bahn.

Wir haben im vorhergehenden gesehen, daſs die Bahnen, in welchen sich Theilchen in 2 gleich groſsen Wellen von ungleicher Gestalt bewegen, in derjenigen Welle *klein* sind, welche niedriger und zugleich breiter ist, in derjenigen Welle gröſser sind, welche höher und schmäler ist. Dem ungeachtet brauchen die Flüssigkeitstheilchen in der niedrigeren und zugleich breiteren Welle *mehr* Zeit um die *kleinere* Bahn zurückzulegen, als um in der höhern und zugleich schmälern Welle die *gröſsere* Bahn zu durchlaufen.

Eine zwischen parallelen Wänden fortschreitende Welle wird im Fortschreiten niedriger und breiter, behält

aber ihre Schnelligkeit fast vollkommen bey, und ist daher als fast gleich grofs bleibend zu betrachten. Aber je weiter sie fortschreitet, desto *kleiner* werden die Bahnen, in den sich die Flüssigkeitstheilchen bewegen, und desto *längere* Zeit bedürfen die Flüssigkeitstheilchen, um ihre kleineren Bahnen zu durchlaufen.

Ebendasselbe findet nach unsern Mefsungen statt, wenn man 2 gleich grofse, aber ungleich gestaltete Wellen durch tieferes, oder weniger tiefes Eintauchen der Röhre erregt, in der man Flüssigkeit in die Höhe hebt und fallen läſst.

Wir wollen unsere Versuche hierüber nicht einzeln aufführen, weil sie nicht ausreichen, um das Gesetz ausfindig zu machen, nach welchem sich die mit der zunehmenden Höhe der Welle geschwinder werdende Bewegung der Theilchen vergröſsert.

§. 115.

Aus den vorausgeschickten Thatsachen folgt von selbst, daſs die Länge der Zeit, in der ein Flüssigkeitstheilchen seine ganze Bahn (sie mag groſs oder klein seyn) durchläuft, von dem Verhältnifse der Höhe und Breite jeder Welle abhängt. Wenn also 2 Wellen *A und B* gleich breit, aber ungleich hoch sind, so durchläuft das in der höheren Welle *A* sich bewegende Theilchen seine Bahn in kürzerer Zeit, als das in der niedrigeren Welle *B* befindliche, und umgekehrt.

Das Gesetz, nach welchem die Schnelligkeit, mit der die Flüssigkeitstheilchen ihre ganzen Bahnen durchlaufen, von dem Verhältnifse der Höhe einer Welle zu ihrer Breite abhängt, ist von uns auf dem Wege der Erfahrung noch nicht näher bestimmt worden.

§. 116.

Die in der Nähe der Oberfläche liegenden Theilchen einer Flüssigkeit durchlaufen ihre Bahn nicht ganz so geschwind, als die senkrecht unter ihnen, von der Oberfläche entfernter liegenden Theilchen.

Die Versuche hierüber wurden folgendermaſsen angestellt.

Wir füllten unsere kleinere Wellenrinne 6 Zoll tief mit Wasser. Der eine von uns lieſs am Ende der Rinne eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien Durchmeſser habende Wassersäule auf ein von dem andern gegebenes Signal niederfallen; der andere beobachtete 18 Zolle von dem Orte, wo die Wellen erregt wurden, entfernt, die Bewegung der Flüssigkeitstheilchen theils an der Oberfläche, 1 Zoll, 2 Zoll und 3 Zoll unter derselben durch ein Mikroskop, und lieſs beym Anfange der Bewegung die Tertienuhr gehen, hielt sie aber augenblicklich wieder an, so bald das beobachtete Theilchen seine Bahn 4mal durchlaufen hatte.

So zeigte also die Tertienuhr an, wie viel Zeit, unter übrigens gleichen Umständen, das Theilchen nöthig hatte, um an der Oberfläche, oder 1 Zoll, 2 Zoll und 3 Zoll unter derselben, 4 mal seine Bahn zu durchlaufen.

Tabelle IV.

über die Zeit, in welcher ein in Wasser schwebendes Theilchen während der Wellenbewegung seine 4 ersten Umläufe vollendete.

	Wenn sich das Theilchen an der Oberfläche befindet.	Wenn sich das Theilchen 1 Zoll unter der Oberfläche befindet.	Wenn sich das Theilchen 2 Zoll unter der Oberfläche befindet.	Wenn sich das Theilchen 3 Zoll unter der Oberfläche befindet.
Beobachtungen.	1 Sec. 35 Tert.	1 Sec. 28 Tert.	1 Sec. 16 Tert.	1 Sec. 12 Tert.
	1 — 35 —	1 — 26 —	1 — 26 —	1 — 11 —
	1 — 32 —	1 — 24 —	1 — 18 —	1 — 17 —
	1 — 40 —	1 — 24 —	1 — 18 —	1 — 16 —
	1 — 36 —	1 — 24 —	1 — 18 —	1 — 10 —
	1 — 44 —	1 — 24 —	1 — 24 —	1 — 6 —
	1 — 42 —	1 — 24 —		1 — 14 —
	1 — 38 —	1 — 20 —		1 — 12 —
	1 — 38 —			
	1 — 40 —			
	1 — 38 —			
Mittel.	1 Sec. 38 Tert.	1 Sec. 24 Tert.	1 Sec. 20 Tert.	1 Sec. 12 Tert.

Wir wünschten diese sehr auffallende Erscheinung auch in unserer grofsen Wellenrinne, während sie 23 Zoll tief mit Wasser gefüllt war, zu bestätigen. Allein hier war es 3 Zoll unter der Oberfläche nicht mehr möglich, 4 Umläufe eines im Wasser schwebenden Theilchens zu beobachten. Denn je tiefer die Flüssigkeit ist, desto schneller bewegen sich die Wellen durch sie hindurch fort. Daher kommt es, dafs die ersten entstandenen Wellen, nachdem sie am andern Ende der Rinne zurückgeworfen worden waren, früher bis zu dem Orte, wo die Bewegung der Theilchen beobachtet wurde, zurückkamen, als daselbst 4 Wellen hinter einander sich entwickeln konnten. Dieses Zusammenkommen von Wellen, die sich in entgegengesetzter Richtung bewegen, stört aber nothwendig die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen.

Aus diesem Verhalten der Flüssigkeitstheilchen in der Tiefe kann man entweder vermuthen, *dafs die Wellen in der Tiefe schneller fortschreiten, als an der Oberfläche.* Denn wären die Wellen in der Tiefe eben so breit, als an der Oberfläche, und ihre Theilchen vollendeten ihren Umlauf in kürzerer Zeit, als an der Oberfläche; so müfsten die Wellen in der Tiefe schneller fortschreiten, als an der Oberfläche, weil, während ein Theilchen in einer Welle einmal in seiner Bahn umläuft, (Siehe §. 111), die Welle um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreitet. Die Wellen in der Tiefe würden folglich immer in kürzerer Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreiten, als an der Oberfläche, d. h. sie würden schneller fortschreiten. Oder man kann durch das Verhalten der Flüssigkeitstheilchen in der Tiefe zu der Annahme veranlafst werden, *dafs die Wellen in der Tiefe schmäler seyen, als an der Oberfläche.* Denn dann würde ihre Geschwindigkeit dieselbe als die der Wellen an der Oberfläche seyn können, ungeachtet in der Tiefe die Theilchen ihre Bahnen schneller durchliefen, als an der Oberfläche. Denn bey dieser Voraussetzung würde zwar eine Welle an der Oberfläche wegen der langsamen Umdrehung der Theilchen in ihr

längere Zeit brauchen, um so viel als ihre Breite beträgt, fortzuschreiten, allein weil sie breiter wäre, so schritte sie in dieser Zeit um ein gröfseres Stück fort, und könnte also im Ganzen um eben so viel fortschreiten, als eine Welle in der Tiefe, die in kürzerer Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fortrückte; aber weil die Breite selbst geringer wäre, als an der Oberfläche, dennoch in einer gegebenen Zeit nicht weiter käme, als eine Welle an der Oberfläche. In beyden Fällen würden die senkrecht unter einander liegenden Flüssigkeitstheilchen bey der Ankunft einer Welle nicht ganz gleichzeitig in Bewegung gesetzt werden, und also der §. 108 vorgetragene Satz eine Modification erfahren.

Denn wenn nur eine niedersinkende Wassersäule z. B. 4 auf einander folgende Wellen erregt hätte, so würden im ersten Falle die Wellen in der Tiefe den auf der Oberfläche immer mehr und mehr voraus eilen, je weiter sie fortschritten, und also könnten die Wellen an der Oberfläche und in der Tiefe nicht senkrecht unter einander liegen. Wir haben, um zu sehen ob so etwas statt finde, die Zeit mit einer Tertienuhr gemefsen, welche die durch dieselbe Ursache erzeugte Welle braucht, um von dem einen Ende unserer grofsen Wellenrinne bis zu dem andern an der Oberfläche oder in der Tiefe von 23 Zoll fortzuschreiten, allein nicht bemerkt, dafs in der Tiefe eine kürzere Zeit nöthig sey als an der Oberfläche.

Wir müfsen also die erstere Vermuthung, dafs die Wellen in der Tiefe schneller als an der Oberfläche fortschritten, verwerfen, und in sofern bleibt uns die 2te Vermuthung, dafs die Wellen in der Tiefe schmäler sind als an der Oberfläche, (weil wir keine befsere kennen) die wahrscheinlichere. Da nun die Umdrehungen der Theilchen der Flüssigkeit in der Tiefe, ebenso wie an der Oberfläche, ununterbrochen vollbracht werden, ohne dafs zwischen den einzelnen Umdrehungen eines und desselben Theilchens ruhige Zwischenräume liegen, so müfsen ununterbrochen nach einander erregte Wellen in der Tiefe

eben so gut ohne Zwischenräume auf einander folgen, als an der Oberfläche. Sind sie nun dabey nicht so breit, als die Wellen an der Oberfläche, so können ebenfalls die Wellen an der Oberfläche und in der Tiefe nicht vollkommen senkrecht unter einander liegen. Denkt man sich nämlich eine Reihe von 4 schmalen Wellen in der Tiefe, und eine Reihe von 4 breiten Wellen über jenen an der Oberfläche fortschreiten, so können diese beyden Reihen so unter einander liegen, dafs der mittelste Theil der untern Reihe unter dem mittelsten Theile der obern Reihe liegt, aber die untere Reihe hinten und vorn nicht so weit reicht, als die obere, oder sie können so unter einander liegen, dafs die obere Reihe hinten oder vorn über die untere Reihe hinaus ragt.

Die Aufklärung dieses Gegenstandes bleibt noch künftigen Versuchen, oder dem Calcul überlassen. Wir machen hier nur noch auf einen Umstand aufmerksam: Nämlich in der Nähe des Bodens unserer tiefen Wellenrinne (in einer Tiefe von 16 — 17 Zollen, wenn sie 23 Zoll tief gefüllt war) wurden die Bahnen der kleinen Theilchen, wie wir §. 104 bemerkt haben, wieder gröfser, statt sie bis dahin an Gröfse abgenommen hatten. Eben so brauchen die Theilchen in dieser Tiefe viel mehr Zeit um ihre Bahnen zu durchlaufen, als die Theilchen, die der Oberfläche näher sind, und es gerathen die Theilchen da unten, wenn eine Welle durchgeht, sogleich in eine regelmäfsige, lang fortgesetzte, sich an Gröfse und Dauer ziemlich gleichbleibende horizontale Hin- und Herbewegung, die den Character einer *stehenden Oscillation* zu haben scheint, und die noch lange fortbesteht, nachdem an der Oberfläche oder in der Mitte die fortschreitenden Schwingungen längst aufgehört haben.

§. 117.

Wenn ein Theilchen einer Flüssigkeit durch irgend eine Kraft, z. B. durch die einer niederfallenden Wassersäule, oder einer fortschreitenden Welle, in eine drehende

Bewegung versetzt worden ist, so vollbringt es nicht blofs diese erste Umdrehung, die durch jene Kraft unmittelbar veranlafst wird, sondern es wiederholt seine Umdrehung, die aber etwas kleiner ist und in kürzerer Zeit durchlaufen wird, als die erste Umdrehung. Diese wiederholte Bewegung hat Aehnlichkeit mit den Schwingungen eines Pendels, der, einmal angestofsen, seine Schwingungen oft wiederholt, die auch dabey immer kleiner werden. Die so wiederholte Bewegung der Flüssigkeitstheilchen unterscheidet sich jedoch durch einen wesentlichen Umstand von der des Pendels, dadurch nämlich, dafs die kleineren wiederholten Schwingungen der Flüssigkeitstheilchen, in immer kürzerer Zeit vollbracht werden, statt die des Pendels (wenigstens des cycloidischen) in immer gleichen Zeiten vollbracht, und deswegen isochronische genannt werden.

In der erwähnten Eigenschaft der Flüssigkeit liegt der Grund, warum eine Welle, die hinter sich ebene Flüssigkeit hat, wenn sie um ihre Breite fortgerückt ist, eine neue Welle hinter sich erregt, und warum daher ein einziger Stofs, z. B. eines in Wasser gefallenen Körpers, 50 und mehr Wellen erregt, von den die nachfolgenden immer schmäler als die vorausgehenden sind, diese dem ungeachtet aber nur um ein wenig geschwinder fortschreiten als die nachfolgenden.

Um nun die Zeit zu mefsen, welche ein Theilchen braucht, um seine Bahn 4 mal zu durchlaufen, oder sie auch nur das 1te oder 2te mal zurückzulegen, stellten wir sowohl in unserer kleineren als in unserer gröfseren Wellenrinne Versuche an.

Am Ende der kleineren 6 Zoll tief mit Wasser gefüllten Wellenrinne liefs der eine von uns eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmefser habende Wassersäule auf ein von dem andern gegebenes Signal niederfallen. 18 Zoll von dem Orte, wo die Wellen hierdurch erregt wurden, beobachtete der andere mit einem Mikroskope die 4 ersten Umläufe, die die Flüssigkeitstheilchen vollbrachten. Er liefs beym Anfange der Bewegung eine Tertienuhr gehen,

und hielt sie in dem Augenblicke wieder an, wo die 4 Umläufe von den in der Flüssigkeit schwebenden Theilchen vollbracht waren. So gab die Tertienuhr die Zeit an, welche nöthig gewesen war, damit ein Theilchen seine ersten 4 Umläufe vollendete. Auf gleiche Weise maſsen wir auch die Zeit, die ein Theilchen braucht, um seinen 1ten oder 2ten Umlauf zu vollenden. Aus 7 — 11 gelungenen Beobachtungen wurde das arithmetische Mittel als Resultat gezogen.

Tabelle V.

über die Zeit, welche ein 1 Linie unter der Oberfläche der Flüssigkeit schwebendes Theilchen brauchte, um während der Wellenbewegung die 4 ersten, oder den ersten, oder den 2ten Umlauf in unserer kleineren Wellenrinne zu vollenden.

	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn 4 mal durchlief.	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 1te mal durchlief.	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 2te mal durchlief.
Beobachtungen.	1 Sec. 35 Tert.	44 Tert.	26 Tert.
	1 — 35 —	37 —	18 —
	1 — 32 —	45 —	18 —
	1 — 40 —	38 —	26 —
	1 — 36 —	40 —	18 —
	1 — 44 —	45 —	22 —
	1 — 42 —	39 —	18 —
	1 — 38 —	38 —	
	1 — 38 —	43 —	
	1 — 40 —	39 —	
	1 — 38 —		
Mittel.	1 Sec. 38 Tert.	40,8 Tert.	20,8 Tert.

Aehnliche Versuche wurden auch von uns in unserer gröſseren *Wellenrinne* bey einer Tiefe der Flüssigkeit von 23 Zoll angestellt, in dem wir eine Wassersäule von 9

Zoll Höhe und 5,7 Linien Durchmefser fallen liefsen, und die Bahnen der in dem Wasser schwebenden kleinen Theilchen in einer Entfernung von 3 Fufsen von dem Orte, wo wir die Wellen erregten, durch ein Mikroskop von $4\frac{1}{2}$ Lin. Brennweite beobachteten, und mittelst einer Tertienuhr die Zeit der Umläufe bestimmten.

Tabelle VI.

über die Zeit, welche ein 1 Linie unter der Oberfläche der Flüssigkeit schwebendes Theilchen brauchte, um, während der Wellenbewegung, die 4 ersten, oder den 1ten, oder den 2ten Umlauf in der gröfseren Wellenrinne zu vollenden.

	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn 4 mal durchlief.	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 1te mal durchlief.	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 2te mal durchlief.
Beobachtungen.	2 Sec. 30 Tert.	1 Sec. 5 Tert.	43 Tert.
	2 — 32 —	1 — 5 —	40 —
	2 — 34 —	1 — 6 —	44 —
	2 — 28 —	1 — 2 —	48 —
	2 — 34 —	1 — 6 —	41 —
	2 — 34 —	1 — 4 —	44 —
	2 — 30 —		
Mittel.	2 Sec. 31,7 Tert.	1 Sec. 4,6 T.	43,3 Tert.

Vergleicht man diese beyden Tabellen unter einander, so bemerkt man, dafs der erste Umlauf so langsam vollbracht wurde, dafs er bey der ersten Reihe von Versuchen in der kleinen Wellenrinne etwas mehr als $\frac{2}{5}$ der Zeit brauchte, die für 4 Umläufe erfordert wurde, so dafs folglich zu allen 3 andern Umläufen noch nicht ganz $\frac{3}{5}$ der ganzen Zeit nöthig war, und dafs der erste Umlauf etwa die doppelte Zeit erforderte als der 2te, die 2 ersten Umläufe aber zusammengenommen etwa $\frac{5}{8}$ der ganzen Zeit einnahmen, welche für alle 4 Umläufe nöthig war; dafs hingegen in der grofsen Wellenrinne der erste Umlauf etwa $\frac{3}{7}$ der ganzen Zeit einnahm, welche zu 4 Umläufen erforderlich war; der erste Umlauf aber nur $\frac{3}{2}$ der Zeit erfor-

derte, welche der 2te, und der 1te und 2te zusammengenommen, $\frac{27}{38}$ oder zwischen $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ der ganzen Zeit wegnahmen, welche für 4 Umläufe nothwendig war.

§. 118.

Der Grund dieser Verschiedenheit der Resultate in der 6 Zoll tief gefüllten kleinen, und der 23 Zoll tief gefüllten grofsen Wellenrinne liegt darinne, dafs Wellen die durch eine seichte Flüssigkeit fortschreiten, bey weiten nicht so schnell breit und zugleich niedrig werden, als Wellen die durch eine tiefe Flüssigkeit fortgehen. In breiten und zugleich niedrigen Wellen sind die Bahnen, welche die Theilchen der Flüssigkeit durchlaufen, klein, und werden äufserst langsam zurückgelegt. Daher brauchen 4 schmale und hohe Wellen in der 6 Zoll tief angefüllten kleinen Wellenrinne weit weniger Zeit, um an einer Stelle der Flüssigkeit vorbey zu gehen, als 4 breite und niedrige Wellen in der 23 Zoll tief angefüllten grofsen Wellenrinne. Diese Verschiedenheit hängt 2tens auch davon ab, dafs die Rückwirkung der Wellen nach hinten, vermöge deren jede vorausgehende Welle eine Erhöhung und Vergröfserung der ihr zunächst nachfolgenden bewirkt, durch einen seichten Stand der Flüssigkeit sehr gehindert wird. Daher bemerkt man bey einer Betrachtung der fortschreitenden Welle selbst, dafs wenn die Wellenrinne nur 1 — 2 Zoll tief mit Flüssigkeit angefüllt ist, die erste Welle, welche nach einem angebrachten Stofse erscheint, immer die höchste und steilste bleibt, und die ihr nachfolgenden, während des Fortschreitens immer viel niedriger und flacher bleiben, als jene erste. Ganz anders ist es aber, wenn die Flüssigkeit 23 Zoll tief steht. Setzt man diese Flüssigkeit durch einen Stofs in Wellenbewegung, so ist zwar anfangs die erste Welle höher und steiler, als die übrigen nachkommenden Wellen; indem sie aber fortschreitet, erhöhet sie die ihr nachkommende 2te, und wird selbst dabey niedriger, so wie auch diese 2te, die ihr nachfolgende 3te Welle erhöhet, und dadurch gleichfalls an Höhe

verliert u. s. w. Daher sieht man, wenn eine Reihe Wellen 3 Fuſs weit von dem Orte ihrer Entstehung in tiefer Flüssigkeit fortgeschritten sind, die erste Welle niedriger als die 2te, die 2te niedriger als die 3te, die 3te aber höher als die 4te, die 4te höher als die 5te etc. Sind aber diese Wellen noch ein Stück weiter fortgegangen, so ist die 4te Welle unter allen die höchste, und sind sie wieder um ein Stück weiter gerückt, so ist die 5te Welle die höchste, während die vorderste Welle so niedrig und breit geworden ist, daſs sie mit den Augen nicht mehr wahrgenommen werden kann.

Man sieht das sehr deutlich, wenn man einen Körper in ein ruhiges tiefes Wasser fallen läſst.

Dieselbe Erscheinung bestätigte sich auch, wenn wir in der groſsen Wellenrinne die Gröſse der Umläufe maſsen, die ein Theilchen zu wiederholten malen zurücklegte, während mehrere durch einen einzigen Stoſs veranlaſste Wellen durch den Ort des Theilchens hindurch giengen. Denn der 3te Umlauf pflegte, wenn die Umläufe in einer Entfernung von 3 Fuſsen von dem Orte der Erregung beobachtet wurden, der gröſste zu seyn, eben so wie an diesem Orte die 3te Welle die höchste unter allen war.

Diese Vergröſserung der Bahn, in der ein Theilchen der Flüssigkeit umläuft, durch den neuen Impuls, den das Theilchen durch jede neue nachfolgende Welle erhält, hat Aehnlichkeit mit der Vergröſserung der Schwungbewegung einer Glocke, der man bey jedem neuen Schwung einen neuen Stoſs mittheilt. Aber bey einer Glocke brauchen die groſsen Schwungbewegungen eben so viel Zeit, als die kleinen; hier brauchen die gröſser gewordenen Umläufe der Theilchen kürzere Zeit, als die vorausgegangenen kleinern Umläufe.

§. 119.

Aus der Zeit, welche ein Flüssigkeitstheilchen braucht, um seine Bahn zu durchlaufen, und aus der mittleren Geschwindigkeit, womit die ganze Welle fortschreitet, kann man die Breite der Welle, zu welcher das Flüssigkeits-

theilchen gehört, selbst berechnen. Denn da man weiſs, daſs eine Welle in derselben Zeit um so viel als ihre Breite beträgt fortrückt, in der ein in derselben Welle befindliches Flüssigkeitstheilchen einmal seine Schwingungsbahn durchläuft, so folgt, daſs die Länge des Wegs, welchen die Welle zurücklegt, während der Zeit, in der sich eines ihrer Theilchen einmal in seiner Bahn herumdreht, genau der Breite der Welle gleichkommt.

Wir haben auf diese Weise die Breite der Wellen berechnet, die wir in der kleinen Wellenrinne beobachtet haben, deren Geschwindigkeit im Fortschreiten, wie wir im 138 §. angeben werden, in 1 Secunde 3 Fuſs 5 Zoll beträgt; die Zeit aber, in welcher ihre Theilchen die Bahn einmal durchliefen, sind in den Tabellen IV. und V., S. 139 und 144 zusammengestellt worden.

Tabelle VII.

über die Breite der Wellen, welche in der kleineren Wellenrinne bey 6 Zoll Tiefe durch eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser messende Wassersäule erregt, und 18 Zoll vom Orte der Erregung entfernt gemessen wurden.

	Breite der 1ten Welle.	Breite der 2ten Welle.	Breite der 4 ersten Wellen.	Höhe der 1ten Welle.
1 Linie unter der Oberfläche	29 Zoll.	15 Zoll.	70 Zoll.	0,75 Linien.
1 Zoll unter der Oberfläche.	——	——	60 Zoll.	——
2 Zoll unter der Oberfläche.	——	——	57 Zoll.	——
3 Zoll unter der Oberfläche.	26 Zoll.	——	51 Zoll.	——

Endlich giebt es noch einen Weg um die Breite der Wellen zu schätzen, deren genaue Bestimmung am schwierigsten ist. Man sehe dieselbe §. 167 nach.

B. *Ueber die Bewegung der einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit bey der Entstehung* der Wellen.

§. 120.

Wir kommen nun zu der Frage nach der Ursache, welche die Flüssigkeitstheilchen nöthigt, wenn eine Welle

eine Flüssigkeit durchzieht, sich in solchen Bahnen zu bewegen, wie wir sie kennen gelernt haben. Hierüber würde sich etwas genügendes sagen lassen, wenn man durch Erfahrung ausmitteln könnte, in welcher Richtung und mit welcher Kraft sich die Flüssigkeitstheilchen in einer verschiedenen senkrechten und horizontalen Entfernung von einem Puncte der Oberfläche einer Flüssigkeit zu bewegen beginnen würden, auf den ein plötzlicher Stofs ausgeübt würde, oder in welcher umgekehrt die Kraft der Schwere plötzlich aufgehoben würde.

Allein man kann den ersten Anfang der so veranlafsten Bewegung nicht mit Augen wahrnehmen, noch weniger hinsichtlich ihrer Geschwindigkeit beurtheilen, sondern man sieht immer sogleich die *ganze* Bewegung, die ein Theilchen macht, und die nicht blofs unmittelbar von dem plötzlichen Stofse abhängt, den man wirken läfst, sondern auch von der entstehenden Wellenbewegung, die die Wirkung dieses Stofses ist, und kann also die anfängliche Bewegung nur ungefär schätzen.

Indessen lehren die von uns hierüber angestellten Versuche doch so viel, dafs

1) eine anscheinend gleichzeitige Verschiebung der Flüssigkeitstheilchen bis in grofse Tiefen der Flüssigkeit hervorgebracht wird,

2) dafs nach einem gewifsen Gesetze jedes Flüssigkeitstheilchen, das sich in einer andern Lage und Entfernung von dem Puncte, wo die Welle erregt wird, befindet, in einer andern Richtung sich zu bewegen anfängt, so dafs gleichzeitig manche Flüssigkeitstheilchen zum Steigen, andere zum Niedersinken gebracht werden, andere sich horizontal bewegen.

3) und dafs die Bewegungen der in die Höhe steigenden, oder niedersinkenden, oder sich horizontal fortbewegenden Theilchen in einem solchen Verhältnifse zu einander stehen, dafs im Innern der Flüssigkeit während der Verschiebung keine Zwischenräume und Lücken entstehen können.

§. 121.

Wir brachten in die Mitte der 6 Zoll tief mit Wasser gefüllten kleineren Wellenrinne eine 21 Zoll 3 Linien lange, 2,9 Linien in lichten Durchmesser messende Röhre unter einem Winkel von 21° 48′ unter die Oberfläche des Wassers ein, *) und befestigten sie so, daſs der Mittelpunct der unteren Oeffnung der Röhre sich 7,8 Linien unter dem Niveau befand. Einer von uns hatte sich geübt, die Röhre durch Saugen mit einen gleichmäſsigen Zuge ganz und mit ziemlich gleicher Geschwindigkeit zu füllen, und das in der Röhre in die Höhe gezogene Wasser augenblicklich fest zu halten, so bald die Röhre davon erfüllt war. Nachdem er nun die Uebung erlangt hatte, diesen Versuch oft hintereinander auf gleiche Weise zu wiederholen, konnte der andere von uns die Bewegung, welche dadurch im Innern des Wassers hervorgebracht wurde, an bestimmten Stellen mit einem Mikroskope oder einer doppelten Loupe von einer Brennweite von 4½ Linie P. M. beobachten und meſsen.

Der andere brachte zu diesem Zwecke die eine Spitze eines sehr kleinen Cirkels dicht an die Glaswand der Rinne, zwischen das Mikroskop und die Glaswand, und stellte sie einem im Wasser schwebenden Theilchen gerade gegenüber, so daſs das Theilchen, durch das Mikroskop gesehen, scheinbar dicht an der Cirkelspitze lag. Sog nun der eine die eingetauchte Röhre voll, so bewegte sich das Theilchen, und man konnte den Cirkel bey wiederholten Versuchen so oft enger und weiter stellen, bis die Entfernung seiner beyden Spitzen dem zu messenden Durchmesser der Bahn

*) Die Röhre wurde deswegen nicht senkrecht eingetaucht, weil man in einer senkrechten Röhre das herausgezogene Wasser nicht vollkommen erhalten kann, sondern ein Theil desselben leicht zurücksinkt. Uebrigens hat uns die Erfahrung gelehrt, daſs es für die die Bewegung der Wassertheilchen ganz einerley ist, ob die Röhre senkrecht oder schief eingetaucht wird, oder daſs wenigstens der hieraus entstehende Unterschied mit den Augen nicht wahrgenommen werden kann.

gleich war, und bey mehrmals wiederholten Versuchen gleich blieb.

§. 122.

Zu diesen Messungen wurden bestimmte Stellen an der Glaswand der Rinne ausgewählt und bezeichnet.

U V Fig. 30 ist die eingetauchte Röhre, Q R das Niveau des 6 Zoll tiefen Wassers, *O P* der obere Rand der Glaswand der *Wellenrinne*, *S T* der Boden dieses Instrumentes. Um die Stelle der Glaswand der Wellenrinne, welche dem Mittelpuncte *V* der untern Oeffnung der eingetauchten Röhre *U V* gegenüber ist, wurde mit einem Halbmesser von 2 Zollen der Kreis *A G N*, und mit einem noch einmal so großen Halbmesser der Kreis A G N beschrieben, so, daſs der unterste Punct des gröſseren Kreises noch 1 Zoll 4,2 Linien von dem Boden der Rinne *S T* entfernt war.

In A B C D E F G H I K L M N, welche immer 15° von einander abstehen, und in *A C E G I L N*, wovon jedes um 30° von dem andern absteht, wurde die Bewegung der im Wasser schwebenden sichtbaren Theilchen gemessen, und zuerst der Abstand der beyden entferntesten Puncte der Bahn, in der sich das beobachtete Theilchen bewegt, und dann die horizontale oder senkrechte Bewegung des Theilchens bestimmt, wodurch sich die Richtung der Bahn im allgemeinen bestimmen lieſs, deren Gestalt nun noch durch das Augenmaaſs ergänzt werden konnte.

Die Fig. 30 abgebildeten geraden und gebogenen Pfeile geben einen Ueberblick von der Gröſse und Gestalt dieser Bahnen, und die geraden punctirten Linien zeigen nur die nach dem Augenmaaſse bestimmten Richtungen dieser Bahnen beym Anfange der Bewegung, keineswegs ihre Gröſse an.

Wir geben zu dieser Figur eine Tabelle, welche die Bestimmungen, die wir durch Messungen gefunden haben, enthält. Sie giebt die Länge und Richtung der längsten Durchmesser der Bahnen der Wassertheilchen an.

Tabelle VIII.

über die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen, die in bestimmter Entfernung von der Mündung einer 7,8 Linien tief unter das Niveau eingetauchten Röhre liegen, wenn diese 21 Zoll 3 Linien lange, 2,9 Linien in Durchmesser haltende Röhre durch Saugen gleichmäſsig und schnell gefüllt wird, zu Fig. 30.

Entfernung des beobachteten Theilchens vom untersten Puncte des Halbkreises in Graden.	Messung der Bahnen der Theilchen an der Peripherie des Halbkreises, dessen Halbmesser 2 Zoll ist.		an der Peripherie des Halbkreises, dessen Halbmesser 4 Zoll ist.	
	Länge der Bahn, die ein schwebendes Theilchen durchläuft, vom Anfangspuncte der Bahn bis zu dem Puncte derselben, der vom Anfangspuncte in gerader Richtung am entferntesten ist, gerechnet.	Winkel, welchen die gerade Linie dieser Entfernung mit einer horizontalen bildet.	Länge der Bahn, die ein schwebendes Theilchen durchläuft, vom Anfangspuncte derselben bis zu dem Puncte der Bahn gerechnet, der von dem Anfangspuncte in gerader Richtung am entferntesten ist.	Winkel, welchen die gerade Linie dieser Entfernung mit einer horizontalen bildet.
0° im Puncte *G* und G	2,55 Lin.	90°	1 Lin.	90°
15° im Puncte F und H			1 Lin.	60°
30° im Puncte *E*, E und *I*, I	2,9 Lin.	69° 50′	1,6 Lin.	27° 57°
45° im Puncte D und K			1,9 Lin.	23° 15°
60° im Puncte *C*, C und *L*, L	2,9 Lin.	18° 50′	2 Lin.	11° 32′
75° im Puncte B und M			2,2 Lin.	0°
90° im Puncte *A*, A und *N*, N	2,9 Lin.	0°	2,2	0°

§. 123.

Betrachtet man nun die Fig. 30 in Gestalt von geraden und gekrümmten Pfeilen bildlich dargestellten Bewegungen der Flüssigkeitstheilchen, oder vergleicht man die Zahlen, durch welche in der mitgetheilten Tabelle der Längendurchmesser der Bahnen, und der Winkel, den der Längendurchmesser der Bahnen mit einer horizontalen Linie macht, ausgedruckt sind, unter einander, so wird man zu folgenden Bemerkungen geführt.

1) *Die Gröſse der Bewegung nimmt von der Oberfläche der Flüssigkeit nach der Tiefe zu sehr beträchtlich ab*, was sehr in die Augen fällt, wenn man *G* und G, oder A B C D E F G unter einander vergleicht, oder die entsprechenden Zahlen der Tabelle zusammen hält.

2) *Die Theilchen G und* G, *welche senkrecht unter der Oeffnung der Röhre liegen, durch welche die Flüssigkeit eingesogen wird, bewegen sich in einer geraden Linie senkrecht nach aufwärts, und in derselben Richtung ein ganz kleines Stückchen nach abwärts zurück.* Die Bahnen in *G* und in G bilden daher einen Winkel von 90° mit der horizontalen Linie.

3) *Die Bahnen sind desto gekrümmter, je mehr die Theilchen der Oberfläche nahe liegen, und je mehr sie zugleich von der verticalen Lage unter der Oeffnung der Röhre abweichen.* Die Bahnen *G* und G, F und H, *E* und E, *I* und I sind daher gerade Linien, und auch bey D und K kann man noch keine Krümmung der Bahn wahrnehmen.

 Hier kann man daher auch die Richtung, in der sich die Theilchen zu bewegen anfangen, sehr wohl bestimmen. Aber schon bey *C* und C, *L* und L krümmen sich dieBahnen sehr merklich, und bey *N* und N am aller meisten.

4) *Die Richtung, in welcher sich alle im Wasser schwebenden Theilchen zu bewegen anfangen, kann bey den Theilchen, die sich in gekrümmten Bahnen bewegen, nur ungefär geschätzt, bey den aber, deren Bahnen gerad-*

linig sind, gemessen werden, und hieraus ergiebt sich, dafs, wenn man sich vom Mittelpuncte der Mündung der eingetauchten Röhre aus nach allen Richtungen Radien gezogen denkt, die Theilchen, welche an verschiedenen Puncten desselben Radius liegen, bey dem ersten Anfange ihrer Bewegung keineswegs sich in der Richtung der Radien bewegen, und ebenso wenig denselben Winkel mit einer durch die Theilchen gezogenen horizontalen Linie bilden. G bewegt sich senkrecht aufwärts nach *b*, F und H schief aufwärts nach *b*, E, D und L, K noch schiefer, C und L horizontal, B und A, M und N mehr und mehr gerade abwärts nach *b*. Dieselbe bewegende Ursache bringt also gleichzeitig in anderen Flüssigkeitstheilchen ein Steigen, in andern ein Sinken, in noch andern eine horizontale Bewegung hervor, und das war auch nothwendig, wenn eine Verschiebung der Flüssigkeitstheilchen bis in die Tiefe der Flüssigkeit möglich seyn sollte, ohne dafs Zwischenräume zwischen den sich bewegenden Theilchen entstünden. Denn damit sich G nach aufwärts bewegen könnte, ohne dafs an der Stelle, wo G lag, ein leerer Zwischenraum entstünde, mufsten die benachbarten Theile an die Stelle von G, und an ihre Stelle wieder benachbarte Theile treten u. s. w. Bey der in Fig. 30 dargestellten Bewegung, ist die Bewegung nach aufwärts die vorherrschende, weil ein bedeutender Theil der Flüssigkeit in die Röhre eingesogen wird. Bey *O, P, Q,* verschwindet dieses, und die Bewegung, welche beym Fortschreiten der Wellen nothwendig ist, ist die vorherrschende.

5) *Die sichtbare Wirkung dieser ganzen Verschiebung ist die, dafs in der Nähe der eingetauchten Röhre an der Oberfläche eine Vertiefung entsteht, welche in der Gestalt von 2 Thälern nach den beyden entgegengesetzten Enden der Wellenrinne fortschreitet.* Jedes dieser Thäler war in einer Entfernung von 18 Zollen vom Orte der Erregung 0,7 Linien tief. Durch die beschleu-

nigte Bewegung, in die die Flüssigkeit geräth, indem sie die Vertiefung an der Oberfläche auszufüllen strebt, bewirkt sie, daſs an der Stelle, wo die Rohre eingetaucht ist, alsbald ein sehr kleiner Wellenberg entsteht, der gleichfalls in 2 Berge getheilt nach den beyden entgegengesetzten Enden der Wellenberg fortgeht, und den 2 Thälern unmittelbar nachfolgt. Hiermit stimmt nun die Gestalt der abgebildeten Bahnen überein. Die Bewegung des Theilchens *A* bis α trägt zur Entstehung des Wellenthales bey, da hingegen der Weg des Theilchens von α bis β die Entstehung eines kleinen Wellenberges an der Oberfläche zur Folge hat. Wäre der entstehende Wellenberg ebenso hoch, als das vorangehende Wellenthal tief, so würde die Bahn in sich selbst zurücklaufen.

Wenn man dadurch eine Welle erregt, daſs man in einer senkrecht eingetauchten Röhre Wasser über das Niveau durch Saugen erhebt, und es, nachdem sich das Wasser in der Rinne vollkommen beruhigt hat, plötzlich niedersinken läſst, so kann man die innere Bewegung und Verschiebung der Wassertheilchen nicht so gut beobachten, als bey der Methode der Wellenerregung, die wir vorhin angeführt haben. Denn die Theilchen der Flüssigkeit bekommen im Fallen eine Wurfbewegung, die sie auch noch im Wasser der Rinne fortsetzen, und so die Bewegungen, die von ungleichem statischen Drucke herrühren, undeutlich machen. Indessen sieht man doch so viel, daſs der ganze Vorgang umgekehrt ist, daſs nämlich die Theilchen, die sich im vorigen Falle in einem von oben concaven Bogen der Röhre näherten, sich von ihr in diesem Falle in einem von oben convexen Bogen entfernen.

§. 124.

Aus dem, was von uns bis jetzt über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen während des Fortganges und der Entstehung der Wellen vorgetragen worden ist,

sieht man, daſs die Ansicht, welche Newton *), Gravesande **), D'Alembert ***), Gehler ****) und andere über den Fortgang der Wellen gefaſst haben, in mehreren wichtigen Puncten von der Wahrheit abweicht.

Nach diesen Physikern soll nämlich die Verbreitung der Wellen dadurch geschehen, daſs sich neue Wellen *neben* den zuerst entstandenen bilden.

Ein in eine ruhige Flüssigkeit gefallener Körper nöthige nämlich bey seinem Einsinken das Wasser, das er bey *d c e* Fig. 31 aus dem Wege treibe, rings um sich aus zu weichen, und sich über das Niveau der Flüssigkeit *a b* zu erheben. Dadurch entstehe ein aus Flüssigkeit bestehender, ringförmiger Wall, von dem in Fig. 31 die eine Hälfte zwischen den Linien *e u d* und *o v h* eingeschlossen dargestellt ist, und dessen senkrechte Durchschnittsflächen man bey *h i d* und *e p o* sieht. Diese ringförmige Welle könne sich nicht über dem Niveau der Flüssigkeit erhalten, sondern sinke *in allen ihren Theilen gleichzeitig* nieder, und nöthige das unter ihr befindliche Wasser seitwärts auszuweichen, und über das Niveau der Flüssigkeit in die Höhe zu steigen. Dieses Wasser weiche daher theils nach dem innern von der ringförmigen Welle umschlossenen Raume *d c e* aus, und verwandle die kesselförmige Vertiefung *d c e* in einen kegelförmigen Wasserberg *d f e*, theils steige es an der äuſsern Seite der niedersinkenden ringförmigen Welle in die Höhe, und bilde einen neuen ringförmigen Wall, dessen eine Hälfte in Fig. 31 durch die Linien *h v o* und *l w r* begrenzt wird, und dessen senkrechte Durchschnittsfläche bey *l m h* und *o s r* angegeben ist. Die niedersinkende ringförmige Welle werde dagegen während ihres Niedersinkens durch die Kraft der Schwere so beschleunigt, daſs sie unter das Niveau *a b* herabfalle, und sich daher in ein ringförmiges

*) Philos. Nat. Princ. Math. Lib. II. Sect. 8. Propos. 44. seqq.

**) Physices El. Math. Lib. III. cap. XI.

***) Encyclopedie Art. Onde.

****) Physicalisches Wörterbuch Art. Welle.

Thal verwandle, dessen senkrechte Durchschnittsflächen *h g d* und *e n o* sind. Durch die Wiederholung dieses Vorgangs entstehe demnach in auf einander folgenden kurzen Zeitabschnitten immer eine neue ringförmige Welle an der äufsern Seite der äufsersten Welle, die im Niedersinken begriffen sey, und durch ihre Vermehrung breiteten sich die Wellen auf einen gröfseren Raum aus.

§. 125.

Man erkennt hieraus, worinn diese Vorstellung von dem wirklichen Vorgange abweicht.

1) Nach unsern Beobachtungen schreitet ein und derselbe Wellenberg gleichmäfsig über dem Niveau der Flüssigkeit erhaben fort, (also ohne abwechselnd unter das Niveau zu sinken), wobey die Flüssigkeit des Wellenbergs sich immer erneuert, und nicht mit der Welle fortgeht. Ebendasselbe gilt von Wellenthälern. Nach dieser Vorstellungsart bleibt jede Welle immer an dem Orte, an dem sie ist.

2) Nach unsern Beobachtungen schreiten die Wellenberge und Wellenthäler hintereinander fort, und erhalten sich dabey in ihrer Form; nach dieser Vorstellungsart verwandelt sich jeder Wellenberg niedersinkend in ein an derselben Stelle befindliches Wellenthal, jedes Wellenthal steigend in einen an derselben Stelle befindlichen Wellenberg, so dafs die Theile der Wellen abwechselnd die Gestalt der Wellenberge und Wellenthäler annehmen.

3) Der Hauptpunct, worinn diese Vorstellungsart von dem wirklichen Vorgange abweicht, und von dem alles Unpassende in derselben abzuleiten ist, liegt darinn, dafs in der Wirklichkeit nicht *alle Theile* eines Wellenberges *gleichzeitig* niederzusinken, nicht *alle* Theile eines Wellenthales *gleichzeitig* zu steigen beginnen; sondern, dafs dieses Sinken und Steigen *successiv* geschieht, so dafs einige Abschnitte eines Wellenberges im Sinken begriffen sind, während andere

im Steigen sind, und umgekehrt bey den Wellenthälern, einige im Steigen gefunden werden, während andere sinken.

Die 2 Hälften eines Wellenberges oder Wellenthales befinden sich der Erfahrung gemäfs immer in einer entgegengesetzten Bewegung. Während die vordere Hälfte eines Wellenbergs im Steigen begriffen ist, befindet sich die hintere Hälfte desselben im Sinken, und mit ihm sinkt auch zugleich die vordere Hälfte des mit ihm verbundenen Wellenthales, statt die hintere Hälfte dieses Thales gleichzeitig im Steigen begriffen ist. Nach der NEWTONSCHEN Ansicht dagegen sind die benachbarten Wellenberge und Wellenthäler in einer entgegengesetzten Bewegung, hingegen alle zu *einem* Wellenberge, oder zu *einem* Wellenthale gehörende Theile in einer Bewegung nach derselben Richtung. Wäre diese Annahme richtig, so müfsten die Grenzlinien zwischen Wellenbergen und Wellenthälern *h v o* und *l w r* während der Wellenbewegung ruhen. Die Wellenbewegung würde nach jener Annahme der Bewegung von schwingenden Scheiben ähnlich seyn, die sich in mehrere nach entgegengesetzten Richtungen schwingende Abtheilungen geschieden haben, zwischen welchen die Knotenlinien liegen, die selbst unbewegt bleiben, so dafs sich nach CHLADNI's berühmter Erfindung der Sand, den man auf die Scheibe streuet, während der Schwingung auf diesen Linien anhäuft.

Allein bey den Wellen bemerkt man nichts der Art. Leichte Körper, welche auf die Linie zwichen einem Wellenberge und einem Wellenthale geworfen werden, schwimmen nicht unbewegt, sondern werden von den unter ihnen weggehenden Wellen bald gehoben, bald unter das Niveau herunter zu steigen genöthigt. Wäre jene Vorstellungsart richtig, so würden sich die Theile einer Flüssigkeit abwechselnd in 2 entgegengesetzte Lagen begeben, wobey sich die Berge in Thäler, und die Thäler wieder in Berge verwandelten. Zwischen diesen 2 Hauptlagen müfste die Oberfläche der Flüssigkeit für einen Moment eine mittlere

Lage erreichen, wobey die ganze Oberfläche eben wäre, was sehr deutlich in die Augen fallen müſste, da die Wellenbewegung nicht so schnell geschicht, daſs eine solche Erscheinung sich dem Auge entziehen könnte.

In der That haben wir auch entdeckt, daſs man Flüssigkeiten in diese Art von Bewegung versetzen könne, wie sie NEWTON bey der Wellenbewegung veraussetzt. Aber das ist keine Wellenbewegung, sondern eine *stehende Schwingung*. In der 2ten Abtheilung findet man diese Art von Schwingung, deren die Flüssigkeiten fähig sind, auseinandergesetzt. Sie verhält sich zur Wellenbewegung, wie die stehende Schwingung der Luft in einer tönenden Orgelpfeife zur fortschreitenden Schwingung der Luft bey der Schallleitung.

§. 126.

Wenn man die Resultate der durch Rechnung von Hrn. GERSTNER sehr scharfsinnig gefundenen Theorie der Wellen mit dem vergleicht, was von uns über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen, und die hierdurch entstehende Wellenbewegung aus Erfahrung mitgetheilt worden ist, so wird man bemerken, daſs die Resultate dieser Theorie der Wahrheit um vieles näher stehen, als das, was man vor GERSTNER über diesen Gegenstand gelehrt hatte. Indessen weichen diese Resultate auch in mehreren Puncten von den ab, die wir durch Versuche gefunden haben. Es sind 3 Sätze in der GERSTNERSCHEN Theorie, welche am meisten Gelegenheit geben, durch Versuche die Richtigkeit derselben zu prüfen.

1) Daſs nach ihr sich die Flüssigkeitstheilchen entweder in wirklichen Kreisen bewegen müſsen, oder in gemeinen oder verkürzten Cycloiden. Nach unsern Versuchen ist diese Bahn, auch wenn das Theilchen auf denselben Punct zurückkehrt, von dem es ausgegangen ist, keine kreisförmige, da der horizontale Durchmesser derselben stets gröſser ist, als der senkrechte; es ist aber zu bemerken, daſs sie sich dem

Kreise desto mehr nähert, je näher sie der Oberfläche sind, daſs daher diese Abweichung der Einwirkung des Bodens zugeschrieben werden könne, der in dieser Theorie unberücksichtigt geblieben ist. Die Abweichung dieses ersten Satzes von der Erfahrung hindert eine genaue Prüfung des zweiten Satzes durch Versuche.

2) Es sollen nämlich nach Gerstner die Durchmesser der Kreisbahnen in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn man die Tiefen der beobachteten Puncte unter der Oberfläche in einer arithmetischen Reihe zunehmen läſst.

3) Nach Gerstner hängt die Kürze der Zeit, in der ein Flüssigkeitstheilchen einmal in seiner Schwingungsbahn umläuft, nicht von der Höhe der Welle ab. Daher hängt nach Gerstner die Geschwindigkeit, mit der die ganze Welle fortrückt, gar nicht von der Höhe der Wellen, sondern nur von ihrer Breite ab, und verhält sich wie die Quadratwurzeln ihrer Breite, statt die Höhe und Breite zugleich nach unsern Versuchen die Geschwindigkeit einer Welle bestimmen.

§. 127.

Mit unsern Erfahrungen über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen, und die hierdurch entstehende Wellenbewegung läſst sich nun manches, was man an den Wellen schon äuſserlich wahrnimmt, zusammenreimen. Körper, die auf der Oberfläche eines ruhigen Wassers schwimmen, werden nicht von einer fortschreitenden Welle fortgetragen, sondern bewegen sich in derselben Bahn, in der sich die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bewegen, und befinden sich, wenn die Welle vorbeygegangen ist, wieder an dem vorigen Orte. Während die Welle aber vorbeygeht, steigt ein solcher Körper an dem Vordertheile der Welle in die Höhe bis zum Gipfel derselben, und am Hintertheile derselben wieder herab, immer auf der Oberfläche derselben sich haltend.

§. 128.

Wenn man die tiefsten Puncte der Wellen als Grenzpuncte derselben ansieht, so kann man den Satz aufstellen, daſs alle Flüssigkeitstheilchen des Vordertheils einer Welle im *Steigen*, alle Flüssigkeitstheilchen des Hintertheiles derselben im *Niedersinken* begriffen sind. So sind an der Welle 11111 Fig. 28 die Puncte K, L, M, N, O, P, indem sie sich nach *K, L, M, N, O, P,* bewegen, *im Steigen*, die Theilchen E, F, G, H, I, dagegen, indem sie sich nach *E, F, G, H, I* bewegen, *im Sinken*. Nur das Theilchen so lange es sich im höchsten Puncte der Welle, oder das Theilchen so lange es sich im tiefsten Puncte derselben befindet, hat gar keine perpendikulare Bewegung, sondern nur eine horizontale. Alle andern steigen entweder oder sinken. Die Theilchen dagegen, welche sich an den Puncten ihrer Bahn befinden, welche von der Linie *YZ* geschnitten werden, haben in diesem Augenblicke gar keine horizontale Bewegung, sondern eine ganz senkrechte. Dieses Sinken und Steigen der Theilchen läſst sich in unserer Wellenrinne auf eine interessante Weise schon durch die Gestalt der Quecksilberwellen erkennen.

Das Quecksilber steht bekanntlich vermöge seiner Cohäsion in Glasbehältern mit convexer Oberfläche, z. B. in beyden Schenkeln der heberförmigen Barometer. Setzt man dagegen das Quecksilber in einem solchen Barometer in Schwankung, so steht es in dem einen Schenkel desselben, so lange es daselbst sinkt, mit *concaver* Oberfläche, in dem andern, so lange es steigt, mit einer *viel convexeren* Oberfläche, als es im Zustande der Ruhe zu stehen pflegt.

In unserer Fig. 12 abgebildeten Wellenrinne sieht man, wenn man ihren engen Zwischenraum zwischen den 2 langen Glaswänden mit Quecksilber füllt, und eine groſse Welle erregt, dasselbe. Am Vordertheile der erregten Welle steht die Oberfläche des Quecksilbers der Queere nach beständig auſserordentlich convex, also so wie in dem

Schenkel des Heberbarometers, in welchem es im Steigen ist; am Hintertheile der erregten Welle, steht die Oberfläche des Quecksilbers der Queere nach beständig concav, also so wie in dem Schenkel des Heberbarometers, in welchem es im Sinken begriffen ist.

§. 129.

Mit unsern Resultaten über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen, steht auch die Erfahrung in einem guten Einklange, daſs eine Welle, die aus einem Flüssigkeitsberge und Flüssigkeitsthale besteht, eben so gut so fortschreiten kann, daſs das Thal der vorderste oder vorangehende Theil der fortschreitenden Welle ist, als so, daſs der Berg vorangeht, und das Thal nachfolgt, wie wir das bey unsern Versuchen wahrgenommen haben.

Man setze, vor dem Thale Fig. 28 M N O P Q R S, welches unterhalb des Niveau Y Z sich befindet, sey die Flüssigkeit eben, und der Berg F G H I K L M folge diesem Thale nach, so bewegen sich in einem nächsten Zeitraume die genannten Puncte, wenn Thal und Berg in der Richtung der Pfeile fortschreiten, nach *S R Q P O N M L K I H G F*, und in dem darauf folgenden nach *s r q p o n m l k i h g f*. Die vordersten Theile der Welle bewegen sich demnach bey dem Voranschreiten des Wellenthales nach abwärts, und der Richtung, in der das Wellenthal fortrückt, entgegen. Die Theilchen der vordern Hälfte des Wellenthales sind dabey im Sinken, die der hintern im Steigen, beyde in einer Rückwärtsbewegung begriffen. Umgekehrt bewegen sich die Puncte des nachfolgenden Wellenbergs so, daſs M, L, K, steigen, I, H, G, F, sinken, also so, daſs die Theilchen des Vordertheils im Steigen, die Theilchen des Hintertheils des Wellenberges im Sinken begriffen sind; das Vordertheil und Hintertheil des Wellenbergs selbst aber eine gemeinschaftliche Bewegung nach vorwärts erhalten hat.

Man kann willkührlich eine Welle erregen, deren vorderster Theil unter dem Niveau der Flüssigkeit vertieft

(ein Thal) ist, oder über diesem Niveau erhaben (ein Berg) ist.

Wenn man nämlich in einer sehr tiefen Wellenrinne, wie sie Fig. 13 abgebildet ist, nachdem man sie mit Flüssigkeit gefüllt hat, dadurch eine Welle erregt, daſs man an dem einen Ende des Instruments eine weite Glasröhre senkrecht in das Wasser der Rinne eintaucht, und durch plötzliches Saugen mit dem Munde an der oberen Oeffnung der eingetauchten Glasröhre die Flüssigkeit in die Glasröhre plötzlich in die Höhe zu steigen nöthigt, ohne daſs die so gehobene Flüssigkeit wieder zurücksinken kann, so entsteht eine Welle, deren vorausgehender Theil ein unter dem Niveau der Flüssigkeit vertieftes Thal ist, das auch gleichmäſsig vertieft bleibend bis zum entgegengesetzten Ende der Rinne fortrückt. Beobachtet man durch die Glaswände der Wellenrinne hindurch, in welcher Richtung das Wasser, wenn die Welle an irgend einem entfernten Puncte der Rinne ankommt, zuerst sich zu bewegen anfängt, so sieht man, daſs die Bewegung der darinn schwebenden Theilchen zuerst nach *abwärts*, und der Richtung, in der die Welle vorwärts geht, *entgegen* geschieht.

Wenn man dagegen in demselben Instrumente, an derselben Stelle eine Welle dadurch erregt, daſs man eine Wassersäule, die man in der eingesetzten Glasröhre in die Höhe gehoben hatte, wenn sich die ganze Flüssigkeit beruhigt hat, plötzlich niedersinken läſst, so entsteht eine Welle, deren vorangehender Theil ein über dem Niveau erhabener Flüssigkeitsberg ist, und dem ein kleineres *Thal* vielmehr *nachfolgt*.

Betrachtet man nun durch die Glaswände an einer entfernten Stelle der Rinne, wenn die Welle ankommt, die Richtung, in der sich die im Innern der Flüssigkeit ruhig schwebenden Theilchen zuerst zu bewegen anfangen, so nimmt man die umgekehrte Erscheinung wahr. Diese Theilchen bewegen sich nämlich zuerst nach *aufwärts*, und *in der Richtung*, in welcher die Welle fortschreitet.

Die Bahn selbst, in der sich die Theilchen im Innern der Flüssigkeit bewegen, ist dieselbe, es mag ein Berg oder ein Thal der vordere Theil einer fortschreitenden Welle seyn, aber der Punct in dieser Bahn, von welchem die Bewegung anfängt, ist in jenen 2 Fällen ein anderer.

§. 130.

Es wird daher auch folgende Erscheinung vollkommen erklärlich seyn.

Wenn man auf einer schwach vertieften länglichen Fläche Quecksilber ausgiefst, so dafs es frey, und ohne an die Ränder eines Gefäfses anzustofsen, da liegt, und man in dieser Quecksilbermasse dadurch Wellen erregt, dafs man in seiner Mitte einen Körper eintaucht, so bemerkt man, dafs in dem Augenblicke, wo die erste Welle bis zum Rande der Quecksilbermasse kommt, dieser Rand weiter hinaus gedrückt wird, und folglich die ganze Quecksilbermasse in dem Momente, wo die Welle an dem Rande derselben anlangt, auf einen gröfseren Raum plötzlich ausgedehnt wird, sich aber hierauf augenblicklich wieder zurückzieht.

Erregt man dagegen in der Mitte der Quecksilbermasse dadurch eine Welle, dafs man einen vorher eingetauchten Körper plötzlich hinwegnimmt, so ist die erste Bewegung, die die so erregte Welle verursacht, wenn sie am Rande der Quecksilbermasse ankommt, die, dafs sich der Rand der Quecksilbermasse zurückzieht, und folglich die ganze Quecksilbermasse im Momente, in welchem die Welle anlangt, sich auf einen kleineren Raum zusammenzieht, sich aber sogleich wieder ausdehnt.

§. 131.

Auch der merkwürdige Einflufs der Nähe des Bodens auf die Verminderung der Geschwindigkeit der Wellen, und auf ihre Gestalt stimmt mit dem zusammen, was wir über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen vorgetragen haben, so wie auch die Erscheinung, dafs

grofse Meereswellen den Grund des Meeres aufrühren können, wie §. 43 erwähnt worden ist. Die Welle ist nicht als eine Bewegung der Oberfläche des Wassers, sondern als das Resultat einer in grofse Tiefen einer Flüssigkeit herabreichenden fortgepflanzten Bewegung der ganzen Wassermasse anzusehen, so dafs nur der kleine Gipfel dieser grofsen bewegten Wassermasse an der Oberfläche des Wassers sichtbar wird, und die sichtbare Welle darstellt. Sieht man daher die ganze bewegte Wassermasse als zur Welle gehörig an, so kann man nach unsern Versuchen vermuthen, dafs die Meereswellen mit grofser Wahrscheinlichkeit bis auf den Grund reichen.

Endlich erklärt sich durch die gegebene Darstellung die von uns zuerst bemerkte höchst auffallende Erscheinung, dafs, wenn eine einzelne Welle durch eine Flüssigkeit fortrückt, sie, wenn sie um so viel, als ihre Breite beträgt, fortgeschritten ist, hinter sich an der Stelle, die sie verlassen hat, eine Welle von derselben Breite und von etwas geringerer Höhe erregt, welche nach derselben Richtung fortschreitet, als die Welle, hinter der sie entstanden ist, und welche, wenn sie auch um so viel als ihre Breite beträgt, fortgerückt ist, ebenfalls eine gleich breite Welle an dem Orte, den sie verlassen hat, aber von noch geringerer Höhe verursacht, und dafs so nach und nach eine grofse Menge Wellen durch die Rückwirkung einer einzigen Welle entstehen könne. Siehe §. 82. Sieht man nämlich die kreisförmigen Bahnen, in den die einzelnen Flüssigkeitstheilchen sich bewegen während eine Welle fortrückt, als eine der Natur der gedrückten Flüssigkeit allein angemessene Bewegung an, und bedenkt, dafs die im Hintertheile einer Welle befindlichen niedersinkenden Flüssigkeitstheilchen nach dem Beharrungsgesetze ihre Bewegung fortsetzen, und in dieser Bewegung durch den Druck, den die vorausgehende Welle rückwärts auf sie ausübt, noch mehr beschleunigt werden, so folgt die ganze erzählte Erscheinung von selbst. Die Flüssigkeitstheilchen Fig. 29 A, B, C, D, bleiben, nachdem

sie ihre Cirkelbahn durchlaufen haben, nicht ruhig, sondern bewegen sich nach dem Beharrungsgesetze, und durch den Druck von E, F, G, H nach rückwärts beschleunigt, nach A, B, C, D, und a, b, c, d, und so weiter.

Es ist aber unsere ganze Erklärung nichts als der Ausdruck unserer Erfahrungen in Worten. Denn die Erfahrung lehrt, dafs ein und dasselbe Flüssigkeitstheilchen, in dessen Nähe eine einzige Welle erregt worden ist, wenn die Flüssigkeit hinlänglich tief ist, nicht blofs ein einziges mal, sondern mehrmals wiederholt im Kreise sich herum bewegt.

Warum aber grofse Wellen, die in sehr seichter Flüssigkeit erregt werden, die Eigenschaft neue Wellen hinter sich zu erregen verlieren, sieht man sehr deutlich ein, wenn man den störenden Einflufs des Bodens auf die Bewegung der Flüssigkeitstheilchen in Kreisbahnen erwägt, die man sichtbar wahrnimmt, indem die Kreisbahnen desto mehr in Bahnen, die einer geraden horizontalen Linie ähnlich sind, verwandelt werden, je näher die bewegten Flüssigkeitstheilchen dem Boden des Gefäfses sind.

Natürlich mufs, wenn die Theilchen sich nicht ungehindert in ihren Bahnen bewegen können, auch die Wiederholung ihrer Bewegung gestört werden, der aufserdem durch die Reibung der Flüssigkeit am Boden noch ein Hindernifs entgegengesetzt wird.

Abschnitt VI.

Ueber die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen fortbewegen.

§. 132.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt von einer grofsen Menge von Umständen ab, die dieselbe theils vergröfsern, theils vermindern.

Es ist an sich klar, dafs man, wenn man irgend etwas genügendes über diese Umstände durch Versuche erforschen will, unter Bedingungen experimentiren müfse,

a) wo man alle Einflufs habenden Umstände kennt, und nach Gefallen abändern und entfernen kann;

b) wo man daher unter den einfachsten Verhältnifsen den Einflufs, den jeder Umstand unabhängig von den übrigen äufsert, schätzen lernen kann.

Hierzu eignen sich daher die Wellen, die unter dem Einflufse des Windes auf dem Meere, oder auf andern Wasserflächen entstehen und vergröfsert werden, gar nicht. Man kennt die Kraft des Windes, die übrigens sehr ungleich wirkt, nicht; die Tiefe der Flüssigkeit ist wegen des unebnen Bodens verschieden; und man hat kein Mittel, genaue Messungen der Länge, Breite und der Bewegung der Wellen anzustellen.

Die Messungen der Geschwindigkeit von Meereswellen, die wir oben §. 46 angeführt haben, können uns demnach bey dieser Untersuchung zu gar nichts nützen, und sie sind für uns nur in so fern interessant, als sie uns den Grad der wirklichen Geschwindigkeit erkennen lassen, den die Wellen unter so mächtigen, wiewohl unbestimmbaren Umständen erlangen.

Wir wollen hier zuerst die Umstände, von den die Geschwindigkeit der Wellen abhängt, aufzählen, und dann, wie wir den Einflufs jedes dieser Umstände kennen zu lernen versucht haben, erzählen.

§. 133.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt von ihrer Höhe und Breite ab, oder, was dasselbe ist, von ihrer Breite, und von der Schnelligkeit, mit welcher die Flüssigkeitstheilchen der Wellen ihre Schwingungsbahnen durchlaufen, denn diese Schnelligkeit ist selbst von der Höhe der Wellen abhängig.

Da nun die Höhe und Breite der Wellen, oder ihre Gröfse desto beträchtlicher ist, je gröfser die Wellen erre-

gende Kraft, so hängt die Geschwindigkeit der Wellen, unter übrigens gleichen Umständen, von der Masse und der Geschwindigkeit des Körpers ab, dessen Stofs Wellen erregt.

Die Geschwindigkeit der Wellen wird, selbst unabhängig von der Reibung vermindert durch den störenden Einflufs, den die Nähe des Bodens auf die Wellenbewegung ausübt. Geringe Tiefe vermindert daher, grofse Tiefe der Flüssigkeit vermehrt, unter übrigens gleichen Umständen, die Geschwindigkeit der Wellen. Die Geschwindigkeit der Wellen wird vermindert durch die Reibung der Flüssigkeit an den Wänden des Gefäfses, in dem sich die Flüssigkeit befindet, die daher desto gröfser ist, je geringer die Menge der Flüssigkeit, und je gröfser die Adhäsion derselben an den Wänden des Gefäfses ist; ferner durch den Widerstand der Luft, der verhältnifsmäfsig desto gröfser ist, je specifisch leichter die Flüssigkeit.

Die Geschwindigkeit der Wellen wird vermindert, wenn sie während ihres Fortschreitens an Länge zunehmen; wird vergröfsert, wenn sie während ihres Fortschreitens an Länge abnehmen, weil ihre Höhe im ersteren Falle ab, im zweyten Falle zunimmt.

§. 134.

Die Wellen, wenn sie sich uneingeschränkt bewegen, dehnen sich nämlich entweder im Fortschreiten auf einen immer gröfseren Raum aus, und nehmen dabey an Länge zu, wie z. B. die Kreiswellen, die auf einem Teiche entstehen, in den man einen Stein geworfen hat; oder sie ziehen sich durch ihr Fortschreiten auf einen kleineren Raum zusammen, und nehmen dabey an Länge ab, wie die Cirkelwellen, die vom Rande einer runden mit Flüssigkeit gefüllten Schüssel ausgehen, wenn man die Schüssel erschüttert, die zuletzt im Mittelpuncte der Schüssel selbst in einen Punct zusammenlaufen.

Nun aber nimmt eine Welle, während sie sich ausbreitet, und an Länge zunimmt, an Höhe, wie wir später

beweisen wollen, bedeutend ab, und deswegen vermindert sich die Geschwindigkeit, mit der die Flüssigkeitstheilchen ihre Bahnen durchlaufen. Wegen des langsamern Umlaufs der Flüssigkeitstheilchen in ihren Bahnen schreiten die Wellen selbst langsamer fort, ohne durch die zunehmende Länge an Geschwindigkeit zu gewinnen. Schon aus diesem Grunde behalten Wellen, die sich frey ausbreiten, nicht dieselbe Geschwindigkeit. Die Abnahme der Geschwindigkeit der Wellen, welche von Vergröſserung ihrer Länge herrührt, muſsten wir daher bey unsern Versuchen, weil wir kein Mittel sie zu schätzen hatten, ganz zu verhindern, und dadurch den Wellen eine constante Geschwindigkeit zu verschaffen suchen.

Zu diesem Zwecke muſs man Wellen unter Umständen, wo sich ihre Länge nicht vergröſsern und verkleinern kann, erregen.

§. 135.

Daher haben wir uns bey der Messung der Geschwindigkeit der Wellen am häufigsten des Fig. 12 abgebildeten Instrumentes bedient, dessen Beschreibung man §. 91 nachsehe.

Der schmale, zwischen den Glasscheiben eingeschlossene, 6,7 Linien im Lichten breite, 5 Fuſs 4 Zoll 3 Linien im Lichten lange, und 8 Zoll hohe Raum, wurde mit Wasser, Branntwein, Quecksilber etc. gefüllt, wobey die gegenüberstehenden Glasscheiben, um ihre Bewegung zu verhindern, durch eine Menge starker hölzerner Gabeln oder Klammern verbunden und zusammengehalten wurden.

Um nun in der die Wellenrinne erfüllenden Flüssigkeit durch eine bekannte Kraft Wellen zu erregen, brachten wir dicht an dem Holze, das das eine Ende der Wellenrinne schlieſst, senkrecht eine Glasröhre ein, die entweder selbst einen Durchmesser hatte, der dem lichten Querdurchmesser der Rinne gleichkam, oder dadurch, daſs sie in eine Holzleiste gefaſst wurde, den Raum der Wellenrinne gerade ausfüllte. Diese Glasröhre wurde

nun so befestigt, dafs ihre untere Oeffnung 1 Linie unter dem Niveau der Flüssigkeit in der Rinne befindlich war; denn es ist sehr nöthig hierin eine bestimmte Regel fest zu halten, weil das tiefere oder weniger tiefe Eintauchen dieser Röhre in die die Rinne erfüllende Flüssigkeit allerdings einen Einflufs auf die Gestalt und Gröfse der erregten Welle hat

Durch Saugen an der oberen Oeffnung der Glasröhre wurde nun ein Theil der in der Rinne befindlichen Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Puncte, der durch eine an der Glasröhre angebrachte Eintheilung erkannt werden konnte, in der Röhre in die Höhe gehoben, und wenn die Flüssigkeit der Rinne vollkommen ruhig war, durch plötzliche Oeffnung des Mundes mit dem wir die Flüssigkeit hoch in der Röhre erhalten hatten auf ein gegebenes Zeichen fallen gelassen. Um die Zeit genau zu mefsen, die die Welle brauchte, um sich bis zu dem entgegengesetzten Ende der Rinne fortzubewegen, bedienten wir uns einer sehr schönen, uns vom Hrn. Prof. Schweigger gefälligst geliehenen Tertienuhr. Diese Uhr ist so eingerichtet; dafs sie durch einen leisen Druck augenblicklich in Gang kommt, und ihr Ablaufen augenblicklich endigt, wenn der einwirkende Druck aufhört.

Der eine von uns konnte auf diese Weise die Oeffnung des Mundes, in demselben Zeitmomente hervorbringen, in welchem der andere die Tertienuhr durch einen Druck in Bewegung setzte. In demselben Zeitmomente aber, in welchem die durch die Glaswände der Rinne sichtbare Welle *mit ihrem Gipfel* *) das entgegengesetzte Ende der Wellenrinne erreichte, wurde der Fortgang der Uhr sogleich wieder gehemmt, und so zeigte nun die Uhr die Zeit an, welche die Welle zu ihrer Bewegung durch die Rinne bedurft hatte. Da nun aus vielen gelungenen Ver-

*) Der Fufs der Welle kommt, weil die Wellen sehr schnell sehr breit werden, viel früher am andern Ende der Rinne an, als ihr Gipfel, wie man sich durch die Beobachtung der Schwingung der Flüssigkeitstheilchen mit einem Mikroskope überzeugen kann.

suchen das Mittel ausgezogen wurde, so liefs diese Methode eine grofse Feinheit und Sicherheit der Beobachtungen zu.

§. 136.

Die Geschwindigkeit der Wellen, die durch das Niedersinken einer gleich grofsen und gleich hohen Flüssigkeitssäule erregt werden, vermindert sich mit der Verminderung der Tiefe der Flüssigkeit, welche in der Rinne enthalten ist, und in der die Wellen erregt werden und fortschreiten.

Wird die Tiefe der Flüssigkeit, in der die Wellen erregt werden, so vermindert, dafs sie nach und nach 6, 5, 4, 3, 2, 1 *Zoll tief wird, so wird keineswegs auch die Geschwindigkeit der durch eine bestimmte Kraft erregten Wellen in denselben Verhältnifsen dieser Zahlen vermindert, sondern (soweit unsere Versuche gehen) in weit geringeren Verhältnifsen.*

Diese Verminderung der Geschwindigkeit der Wellen durch die Verminderung der Tiefe der Flüssigkeit, durch die die Wellen fortschreiten, hängt eines Theils davon ab, dafs die gröfsere Nähe des Bodens des mit Flüssigkeit gefüllten Gefäfses die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen abändert (S. §. 105), weil der Boden nicht gestattet, dafs sich die in seiner Nähe befindlichen Flüssigkeitstheilchen in elliptischen Bahnen bewegen können, theils davon, dafs die Reibung und andere Umstände hierbey einen Einflufs äufsern. Im Grofsen bestätigt sich der Einflufs der Tiefe auf die Geschwindigkeit und Gestalt der Wellen auch auf dem Meere. (§. 42).

§. 137.

Folgende Tabelle liefert für die in §. 136 vorgetragenen zwey Sätze beweisende Versuche, welche mit Wasser angestellt wurden. Diese 2 Sätze sind jedoch von uns auch durch Versuche mit Branntwein, mit einer gesättigten Auflösung von Kochsalz und mit Quecksilber bewährt gefunden worden, worüber bey anderer Gelegenheit Tabellen mitgetheilt werden sollen.

Tabelle IX.

zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wasserwellen, welche durch das Niedersinken einer 8 Zoll hohen, und 3,7 Linien im Durchmesser habenden runden Wassersäule in der kleineren Wellenrinne bey einer Tiefe der Flüssigkeit von 6, 4, 3, 2, 1 Zollen erregt wurden. *)

	Geschwindigkeit bey 1 Zoll Tiefe.	Geschwindigkeit bey 2 Zoll Tiefe.	Geschwindigkeit bey 3 Zoll Tiefe.	Geschwindigkeit bey 4 Zoll Tiefe.	Geschwindigkeit bey 6 Zoll Tiefe.
Zeit, in der die Welle den 5 Fuſs 4 Zoll 3 Linien langen Raum der Rinne einmal durchläuft.	3 Sec. 14 Tert 3 — 12 — 3 — 10 — 3 — 8 — 3 — 8 — 3 — 8 —	2 Sec. 26 Tert. 2 — 22 — 2 — 16 — 2 — 15 — 2 — 13 — 2 — 12 —	2 Sec. 10 Tert. 2 — 6 — 2 — 2 — 2 — 2 — 2 — 2 — 1 — 54 —	2 Sec. 2 Tert 2 — 2 — 1 — 56 — 1 — 54 — 1 — 52 — 1 — 50 —	2 Sec. 1 Tert. 1 — 54 — 1 — 53 — 1 — 50 — 1 — 46 — 1 — 44 —
Mittel aus den angestellten Versuchen.	3 Sec. 10 Tert.	2 Sec. 17 Tert,	2 Sec. 3 Tert.	1 Sec. 56 Tert.	1 Sec. 51 Tert.
Raum, welchen die Welle in 1 Secunde durchläuft.	20 Zoll 4 Lin.	28 Zoll 2 Lin.	31 Zoll 5 Lin.	33 Zoll 3 Lin.	34 Zoll 9 Lin.

*) Die Höhle eines 1 Zoll langen Stückes *dieser* Röhre faſste an Quecksilber 3 Drachm. XIX Gr. Nürnberger Medicinalgewicht, woraus zum Behufe späterer Tabellen jeder das Gewicht einer 1 Zoll hohen Wasser-, Branntwein-, Kochsalzwassersäule leicht berechnen kann.

Aehnliche Resultate erhielten wir bey einer 2ten Reihe von Versuchen mit Wasser, die §. 138 ausführlich mitgetheilt ist, und von welcher wir die Resultate hierher setzen. Diese Versuche wurden aber so angestellt, dafs die Röhre, in welcher wir Wasser niederfallen liefsen, so weit war, dafs sie gerade in die Rinne einpafste, nämlich 5,7 Linien im Lichten, und dafs sie 12 Zoll hoch gefüllt wurde, so dafs also die Wassermasse, welche die Wellen erregte, gröfser war, als bey den früheren Versuchen.

Tabelle X.

über die Abnahme der Geschwindigkeit der Wellen bey abnehmender Tiefe des Wassers in der kleinen Wellenrinne.

Tiefe des Wassers in der kleinen Wellenrinne.	Geschwindigkeit der Welle in 1 Secunde.
1 Zoll.	22 Zoll - Linien.
2 —	28 — 2 —
3 —	30 — 4 —
4 —	37 — 5 —
6 —	41 — - —
8 —	50 — - —

In unserer gröfseren, Fig. 13 abgebildeten, §. 91 beschriebenen Wellenrinne, deren Queerdurchmesser genau noch einmal so grofs war als der der kleinen Wellenrinne, hatten die Wellen, die durch eine niederfallende Wassersäule von 5,7 Linien Durchmesser und 9 Zoll Höhe bey einer Tiefe des Wassers von 23 Zollen erregt wurden, eine Geschwindigkeit von 63 Zoll 7 Linien.

§. 138.

In Flüssigkeiten von einem gröfseren specifischen Gewichte scheinen gleich grofse Wellen, wegen des unmittelbaren Einflufses des specifischen Gewichtes, bey übrigens gleichen Umständen, weder schneller noch langsamer fortzuschreiten, und das specifische Gewicht der Flüssigkeiten scheint daher keinen Einflufs weder zur Beschleunigung noch zur Verlangsamung der Wellen zu äufsern.

Um diesen Satz zu beweisen, ist es nöthig, ein Mittel zu finden, wodurch man in Flüssigkeiten von verschiedenen specifischen Gewichten *gleich große Wellen* erregen kann. Diesen Zweck erfüllt einigermaßen die von uns befolgte Methode, die Wellen durch niedersinkende Flüssigkeitssäulen von bestimmter Höhe und von einem bestimmten Durchmesser zu erregen, vorausgesetzt, daß z. B. eine 8 Zoll hohe Quecksilbersäule in Quecksilber eine eben so große Welle erregt, als eine 8 Zoll hohe und gleich dicke Wasser- oder Branntweinsäule in Wasser oder Branntwein, bey derselben Tiefe der Flüssigkeiten in der Wellenrinne.

Allein diese Methode erfüllt ihren Zweck nur dann, wann in hinlänglich tiefer Flüssigkeit experimentirt wird. Wenn unsere Wellenrinne nur 1 bis 4 Zoll mit Flüssigkeit angefüllt ist, so zeigen Quecksilber-, Kochsalzwasser-, Wasser- und Branntweinwellen allerdings Verschiedenheiten in ihrer Geschwindigkeit, die hauptsächlich von einem Einflusse des Bodens auf die Flüssigkeiten abzuhängen scheinen. Schade, daß man Wasser- und Quecksilberwellen unter einander nicht bey einer Tiefe von 6 bis 8 Zollen vergleichen kann, weil das Quecksilber sich bey einer solchen Druckhöhe nicht in der Wellenrinne zurückhalten läßt. Indessen beweisen gesättigtes Kochsalzwasser, Wasser und Branntwein unsern Satz schon hinreichend, wie folgende Tabelle ausweist.

Tabelle XI.

über die Geschwindigkeit der Wellen in Kochsalzwasser, Wasser und Branntwein, wenn die Wellen durch eine 12 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser habende niederfallende Flüssigkeitssäule erregt werden.

	Wellen in Kochsalzwasser.	Wellen in Wasser.	Wellen in Branntwein.
Zeit, in der die Welle den 5 Fuſs 4 Zoll 3 Linien langen Raum der kleineren Wellenrinne durchlief *bey 6 Zoll Tiefe.*	1 Sec. 35 Tert.	1 Sec. 34 Tert.	1 Sec. 7 Tert.
	1 — 31 —	1 — 38 —	1 — 41 —
	1 — 30 —	1 — 36 —	1 — 32 —
	1 — 30 —	1 — 36 —	1 — 30 —
	1 — 34 —	1 — 34 —	1 — 38 —
	1 — 36 —	1 — 30 —	1 — 32 —
	1 — 36 —		1 — 36 —
	1 — 36 —		1 — 32 —
	1 — 33 —		
	1 — 35 —		
	1 — 32 —		
Mittel	1 Sec. 35 Tert.	1 Sec. 34 Tert.	1 Sec. 34 Tert.
Zeit, in der die Welle den 5 Fuſs 4 Zoll 3 Linien langen Raum der kleinen Wellenrinne durchlief *bey 8 Zoll Tiefe.*	1 Sec. 21 Tert.	1 Sec. 16 Tert.	1 Sec. 22 Tert.
	1 — 19 —	1 — 20 —	1 — 14 —
	1 — 22 —	1 — 12 —	1 — 18 —
	1 — 16 —	1 — 16 —	1 — 18 —
	1 — 17 —	1 — 20 —	1 — 14 —
	1 — 22 —	1 — 20 —	1 — 16 —
	1 — 18 —	1 — 15 —	1 — 22 —
	1 — 22 —		1 — 18 —
	1 — 14 —		1 — 18 —
Mittel	1 Sec. 19 Tert.	1 Sec. 17 Tert.	1 Sec. 17 Tert.
Geschwindigkeit der Welle in 1 Secunde *bey 6 Zoll Tiefe.*	3 Fuſs 5 Zoll.	3 Fuſs 5 Zoll.	3 Fuſs 5 Zoll.
Geschwindigkeit der Welle in 1 Secunde *bey 8 Zoll Tiefe.*	4 Fuſs 9 Lin.	4 Fuſs 2 Zoll.	4 Fuſs 2 Zoll.

Der Grund, warum die Nähe des Bodens die Wellen bey verschiedenen Flüssigkeiten in ungleichem Grade verlangsamt, liegt wie es scheint, vorzüglich in 2 Umständen.

Erstlich hat wohl die verschiedene Elasticität der Flüssigkeiten einen hier zu berücksichtigenden Einfluſs. Pfaff, Perkins und Oerstedt haben neuerlich durch entscheidende Versuche die Elasticität des Wassers bestätigt.

Aber bedenkt man, wie weit ein dünner Quecksilberstrom, der auf Holz auffällt, zurückspringt, verglichen mit einem Wasserstrome, so wird man geneigt die Elasticität in beyden Flüssigkeiten als sehr ungleich anzunehmen. Ist nun die Flüssigkeit, in der man Wellen erregt, nicht sehr tief, so fällt die niedersinkende Flüssigkeitssäule, durch die man die Welle erregt, auf den Boden auf, und springt von demselben mit einer Kraft, die nach Verhältniſs der Elasticität der Flüssigkeit verschieden ist, wieder zurück. Dieses Zurückspringen muſs auf die Erregung der Wellen einen Einfluſs haben, der sich vor der Hand noch nicht bestimmen läſst, und so kann die Gröſse der Wellen, die durch gleichgroſse Flüssigkeitstheilchen in verschiedenen Flüssigkeiten erregt werden, ungleich seyn.

Zweytens aber, gesetzt die Kraft, die die Wellen in verschiedenen Flüssigkeiten erregte, wäre gleich, so kann die Geschwindigkeit der dadurch erregten Wellen dennoch verschieden seyn, weil dem Fortgange der Wellen ein Hinderniſs durch das Haften der Flüssigkeiten an dem Boden und an den Wänden des Gefäſses, in das die Flüssigkeiten gebracht werden, entgegensteht; dieses Hinderniſs aber bey verschiedenen Flüssigkeiten, wegen gröſserer oder geringerer Adhäsion an der Materie des Gefäſses, verschieden seyn wird. So haftet Quecksilber weniger an Holz als Wasser, und die Verlangsamung die die Wasserwellen hierdurch erleiden, muſs daher desto gröſser seyn, je enger daſs Gefäſs, und je weniger tief die Flüssigkeit in ihm ist. Auch die Luft setzt wohl Wellen in specifisch schwereren Flüssigkeiten ein geringeres Hinderniſs im Fortschreiten entgegen als in specifisch leichteren.

Hieraus läſst sich vielleicht erklären, *warum in unserer kleineren Wellenrinne, wenn sie* 1 *oder* 2 *Zoll tief mit Flüssigkeit gefüllt und zugleich die niedersinkende Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt, klein ist, Quecksilberwellen langsamer sind als Wasserwellen, warum dagegen, wenn die niedersinkende Flüssigkeitssäule*

grofs, die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne aber gering ist (1 *Zoll*), *Quecksilberwellen geschwinder sind als Wasserwellen*, wie folgende Tabelle ausweist.

Tabelle XII.

zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wasser- und Quecksilberwellen, die durch das Niedersinken einer Flüssigkeitssäule von 5,7 Linien Durchmesser in der kleineren Wellenrinne erregt werden. *)

	Höhe der die Wellen erregenden Flüssigkeitssäule.	Geschwindigkeit der Welle in *Wasser*. Während 1 Secunde	Geschwindigkeit der Welle in *Quecksilber*. Während 1 Secunde
Wenn die Flüssigkeit in der Wellenrinne 1 Zoll tief steht.	2 Zoll.	19 Zoll 9,3 Lin.	19 Zoll 0,1 Lin.
	4 —	20 — 7,5 —	20 — 7,7 —
	6 —	21 — 0,9 —	22 — 3,9 —
	8 —	21 — 0,9 —	23 — 5,3 —
Wenn die Flüssigkeit in der Wellenrinne 2 Zoll tief steht.	2 —	27 — 11,3 —	22 — 7,1 —
	4 —	28 — 9,4 —	24 — 6,8 —
	6 —	28 — 6,8 —	24 — 5,1 —
	8 —	28 — 1,8 —	25 — 8,5 —

Hieraus läfst sich ferner vielleicht auch erklären, warum die Wellen in einer gesättigten Auflösung von Kochsalz, die durch eine 8 *Zoll hohe Flüssigkeitssäule erregt werden, langsamer sind, als Wasserwellen, wenn die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne nur* 1 *bis* 3 *Zoll beträgt, dagegen gleichgeschwind sind als Wasserwellen, wenn die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne* 4 *bis* 6 *Zoll ist.*

*) Jede der in dieser Tabelle enthaltenen Angaben ist das Mittel aus einer Anzahl Versuche, deren Uebereinstimmung in der Haupt-Tabelle §. 141 nachgesehen werden kann.

Tabelle XIII.

zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen in Wasser und in gesättigtem Kochsalzwasser, die durch das Niedersinken einer 8 Zoll hohen, 3,7 Linien im Durchmesser habenden Flüssigkeitssäule bey verschiedenen Tiefen der Flüssigkeiten erregt wurden. *)

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne		1 Zoll.	2 Zoll.	3 Zoll.	4 Zoll.	6 Zoll.
Raum, den die Welle in Wasser in 1 Sec. durchlief.		20 Z. 4 L.	28 Z. 2 L.	31 Z. 5 L.	33 Z. 3 L.	34 Z. 9 L.
Raum, den die Welle in Kochsalzwasser in 1 Sec. durchlief.		18 Z. 9 L.	26 Z. 7 L.	30 Z. 5 L.	33 Z. 7 L.	34 Z. 10 L.
Abnahme der Geschwindigkeit der Welle, wenn die Tiefe der Flüssigkeit um 1 Zoll abgenommen hat.	Wasser		7 Z. 10 L.	3 Z. 3 L.	1 Z. 10 L.	1 Z. 6 L.
	Kochsalzwasser.		7 Z. 10 L.	3 Z. 2 L.	3 Z. 2 L.	1 Z. 3 L.

*) Diese Tabelle kann mit der vorigen nicht zusammengestellt werden, in der die Flüssigkeitssäule, die die Wellen erregte, einen gröfseren Durchmesser hatte. Die Angaben sind das Mittel aus vielen Beobachtungen, die hinsichtlich des Wassers in der Tabelle IX. §. 137 nachzusehen, hinsichtlich des Kochsalzwassers sogleich hier beygefügt sind.

Beobachtungen über die Geschwindigkeit der Wellen in gesättigtem Kochsalzwasser, die obiger Tabelle zum Grunde liegen.

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne.	1 Zoll.	2 Zoll.	3 Zoll.	4 Zoll.	6 Zoll.
Zeit, in der die Welle den 5 Fuſs 4 Zoll 3 Lin. langen Raum der kleineren Rinne durchlief.	3 Sec. 28 Tert.	2 Sec. 32 Tert.	2 Sec. 14 Tert.	2 Sec. 2 Tert.	1 Sec. 57 Tert.
	3 — 28 —	2 — 31 —	2 — 14 —	1 — 58 —	1 — 56 —
	3 — 28 —	2 — 28 —	2 — 14 —	1 — 56 —	1 — 54 —
	3 — 26 —	2 — 24 —	2 — 12 —	1 — 54 —	1 — 52 —
	3 — 26 —	2 — 20 —	2 — 8 —	1 — 54 —	1 — 50 —
	3 — 24 —	2 — 18 —	2 — 4 —	1 — 54 —	1 — 48 —
	3 — 22 —		2 — 2 —	1 — 52 —	1 — 45 —
			1 — 58 —	1 — 48 —	
			1 — 58 —		
Mittel	3 Sec. 26 Tert.	2 Sec. 25 Tert.	2 Sec. 7 Tert.	1 Sec. 55 Tert.	1 Sec. 51 Tert.

Obgleich bey einer Tiefe von 2 Par. Zoll der Flüssigkeiten in der Rinne die Wellen des specifisch schwereren Quecksilbers langsamer, als die des specifisch leichteren Wassers sind, so sind doch auch die Wellen des specifisch leichteren Branntweins bey dieser Tiefe langsamer, als die des specifisch schwereren Wassers und Kochsalzwassers; letztere werden aber bey 6 und 8 Zoll Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne an Geschwindigkeit so gleich, daſs kein merkbarer bleibender Unterschied wahrgenommen werden kann.

Tabelle XIV.

zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wasser- und Branntweinwellen, die durch das Niedersinken einer 12 Zoll hohen, 5,7 Linien im Durchmesser habenden Flüssigkeitssäule erregt wurden. *)

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne.	Geschwindigkeit der Wasserwelle in 1 Secunde.	Geschwindigkeit der Branntweinwelle in 1 Secunde.
1 Zoll	22 Zoll 0 Lin.	21 Zoll 2 Lin.
2 —	28 — 2 —	26 — 9 —
3 —	30 — 4 —	29 — 3 —
4 —	37 — 5 —	30 — 4 —
6 —	41 — 0 —	41 — 0 —
8 —	50 — 0 —	50 — 0 —

§. 139.

Wenn Quecksilber, Wasser und Branntwein in der Wellenrinne 1 bis 2 Zoll tief stehn, so sind die Wellen, die durch eine gleich grofse niederfallende Flüssigkeitssäule erregt werden, im Quecksilber höher und schmäler, im Wasser niedriger und breiter, im Branntwein noch niedriger und noch breiter; woran die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen, die im Quecksilber am gröfsten, im Branntwein am geringsten ist, Antheil zu haben scheint.

*) Die Beobachtungen, woraus diese Angaben das Mittel sind, siehe in der Haupttabelle §. 141.

Tabelle XV.

über die Höhe der Wellen, die im Wasser und Quecksilber durch das Niederfallen einer 5,7 Linien im Durchmesser habenden Flüssigkeitssäule erregt, und in einer Entfernung von 24 Zollen vom Orte der Erregung gemessen werden.

Bey 1 Zoll tiefer Flüssigkeit in der kleineren Wellenrinne.

Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt.	2 Zoll.	4 Zoll.	6 Zoll.	8 Zoll.
Höhe der Wasserwelle.	0,7 Lin.	2,3 Lin.	3,9 Lin.	5,6 Lin.
Höhe der Quecksilberwelle.	2,1 Lin.	5,4 Lin.	6,0 Lin.	7,3 Lin.
Geschwindigkeit der Wasserwelle.	19 Z. 9 L.	20 Z. 7 L.	21 Z. 1 L.	21 Z. 1 L.
Geschwindigkeit der Quecksilberwelle.	19 Z. 0 L.	20 Z. 8 L.	22 Z. 4 L.	23 Z. 3 L.

Bey 2 Zoll tiefer Flüssigkeit in der kleineren Wellenrinne.

Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt.	2 Zoll.	4 Zoll.	6 Zoll.	8 Zoll.
Höhe der Wasserwelle.	0,6 Lin.	1,2 Lin.	2,0 Lin.	3,0 Lin.
Höhe der Quecksilberwelle.	0,8 Lin.	2,2 Lin.	3,9 Lin.	5,1 Lin.
Geschwindigkeit der Wasserwelle.	27 Z. 11 L.	28 Z. 9 L.	28 Z. 7 L.	28 Z. 2 L.
Geschwindigkeit der Quecksilberwelle.	22 Z. 7 L.	24 Z. 7 L.	24 Z. 3 L.	25 Z. 8 L.

§. 140.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt keineswegs allein von der Breite derselben ab, wie Newton, Gravesande, D'Alembert *und neuerlich* Gerstner *behauptet haben, sondern von ihrer Gröfse, d. h. von ihrer Höhe und Breite zugleich. Nur die Länge der Welle hat unmittelbar keinen Einfluſs auf die Geschwindigkeit.*

Wir werden später sehen, dafs wenn Wellen, von einem Puncte ausgehend, sich in immer gröfsere Cirkel ausbreiten, sie dabey zwar an Breite zu-, an Höhe dagegen abnehmen. Hinge nun die Geschwindigkeit derselben blofs von ihrer Breite ab, so müfsten sie desto geschwinder fortschreiten, je weiter sie sich schon ausgebreitet hätten, sie müfsten demnach bey ihrer Ausbreitung geschwinder werden.

Die Erfahrung lehrt aber das Gegentheil. Läfst man einen Stein in ruhiges Wasser fallen, und die von ihm erregten Wellen sich in grofse Cirkel ausbreiten, und läfst hierauf zwischen die gröfsesten Cirkelwellen an einem andern Orte einen 2ten Stein von gleicher Gröfse, und von einer gleichen Höhe herabfallen; so haben die Wellen, die von diesem 2ten Steine entstehen, anfangs eine viel gröfsere Geschwindigkeit, als die schon weit fortgeschrittenen Wellen, die durch den ersten Stein erregt wurden. Die letzteren Wellen überholen daher die früher erregten.

Wenn man durch ein und dieselbe Glasröhre dadurch, dafs man eine gleich hohe Wassersäule in ihr in die Höhe hebt und niedersinken läfst, Wellen erregt, so bemerkt man, dafs wenn die untere Oeffnung der Glasröhre tiefer unter das Niveau der Flüssigkeit eingetaucht wird, die erregten Wellen niedriger, aber zugleich breiter werden, und umgekehrt, während die Geschwindigkeit der unter diesen Umständen erregten Wellen dieselbe bleibt. Folgende Tabelle wird diesen Satz bestätigen.

Tabelle XVI.

über die Veränderung der Geschwindigkeit und Höhe der Branntweinwellen, welche bey 4 Zoll Tiefe durch das Niedersinken einer Branntweinsäule von 9 Zoll Höhe und 4,3 Linien Durchmeſser erregt wurden, wenn die untere Oeffnung der Röhre, durch welche die Wassersäule gehoben wurde, mit dem Niveau nur in Berührung war, oder sich 1, 2 bis 3 Zoll unter demselben eingetaucht befand. *)

Entfernung der untern Oeffnung der eingetauchten Glasröhre unter dem Niveau.	Berührung.	1 Zoll.	2 Zoll.	3 Zoll.
Zeit, in der die Welle den 5 Fuſs 4 Zoll 3 Linien langen Raum der Rinne einmal durchläuft.	1 Sec. 57 Tert. 1 — 54 — 1 — 53 — 1 — 51 — 1 — 48 — 1 — 47 — 1 — 44 — 1 — 44 —	2 Sec. 0 Tert. 2 — 6 — 1 — 57 — 1 — 56 — 1 — 54 — 1 — 54 — 1 — 52 — 1 — 50 — 1 — 43 —	2 Sec. 2 Tert. 2 — 1 — 2 — 0 — 1 — 52 — 1 — 48 — 1 — 48 — 1 — 45 —	2 Sec. 0 Tert. 1 — 58 — 1 — 51 — 1 — 50 — 1 — 50 — 1 — 49 — 1 — 46 —
Mittel	1 Sec. 50 Tert.	1 Sec. 54 Tert.	1 Sec. 5[illegible] Tert.	1 Sec. 52 Tert.
Raum, welchen die Welle in 1 Secunde durchläuft.	35 Zoll 1 Lin.	33 Zoll 10 Lin.	34 Zoll 2 Lin.	34 Zoll 5 Lin.
Höhe der Welle in einer Entfernung von 24 Par. Zoll.	1,6 Lin.	1,3 Lin.	1,3 Lin.	1,1 Lin.

§. 141.

Die Geschwindigkeit der Wellen, die durch den Stoſs bewegter Körper erregt werden, hängt, wenn wir die

*) Jeder Zoll dieser Röhre faſste ℥vjj ʒj gr. v Nürnb. Med. Gew. Quecksilber, wornach jeder das Gewicht anderer Flüssigkeiten in derselben Röhre berechnen kann.

Wellen erregenden Ursachen berücksichtigen, von der Masse und Geschwindigkeit der stofsenden Körper ab, denn diese beyden Umstände verursachen die Gröfse der Wellen.

Die Wahrheit dieses Satzes bestätigt sich im allgemeinen schon durch Wahrnehmungen, die man im Kleinen macht. Wenn man z. B. einen Quecksilbertropfen auf eine Fläche Quecksilber fallen läfst, so werden die dadurch erregten Wellen desto gröfser, je höher der Tropfen herunterfällt, und können eben so grofs werden, als die durch einen viel gröfseren, aber weniger hoch herunterfallenden Tropfen erregten Wellen. Eben so sieht man, dafs man mit einem kleineren Steine, denn man mit grofser Gewalt in Wasser wirft, eine eben so grofse Welle erregen kann, als mit einem in gewifsem Grade gröfseren Steine, der blofs durch seine eigne Schwere getrieben in das Wasser fällt.

Dasselbe bestätigen auch unsere in der kleineren Wellenrinne angestellten Versuche, welche lehren, dafs die Geschwindigkeit einer Welle unter übrigens gleichen Umständen desto gröfser sey, je gröfser die Masse der niederfallenden Flüssigkeit, die durch ihr Niederfallen die Welle erregt. Indessen bringt auch hier die Nähe des Bodens, die Adhäsion der Flüssigkeit an der Röhre, in der sie niederfällt, das Hindernifs, was Flüssigkeiten beym Niederfallen durch die Luft erfahren, und das bey specifisch leichteren Flüssigkeiten gröfser, bey specifisch schwereren geringer ist, kleinere Abänderungen hervor. Folgende Haupttabelle welche den gröfsten Theil unserer Versuche, die wir in der kleineren Wellenrinne mit verschiedenen Flüssigkeiten angestellt haben, indem wir Flüssigkeit durch eine 5,7 Linien dicke Glasröhre in die Höhe zogen und fallen liefsen, giebt hierzu die Belege. Jeder Zoll dieser Röhre fafste ℥j ʒjj ℈j gr. XVIII. Nürnberger M. G. Quecksilber, wornach man die Gewichte anderer Flüssigkeiten leicht berechnen kann.

war,

Wenn di
Flüssigkei
8 Z. tief i
d.Rinnewar

Jede dies

Uebersicht

	Wenn die H der Wellene genden Sä 2 Zoll ist	Wenn die Höhe der Wellenerregenden Säule 18 Zoll ist.
Wenn das Quecksilber ein Zoll tief in der Rinne war.	3 Sec. 20 T 3 — 28 3 — 16 3 — 22 3 — 22	
Mittel		
Lauf während 1 Sec.		
Wenn der Branntwein zwei Zoll tief in der Rinne war.		2 Sec. 20 Tert. 2 — 16 — 2 — 22 —
Mittel		2 Sec. 19 Tert.
Lauf während 1 Sec.		27 Zoll 9 Lin.
Wenn der Branntwein drei Zoll tief in der Rinne war.		2 Sec. 10 Tert. 2 — 10 — 2 — 10 — 2 — 10 — 2 — 9 — 2 — 11 —
Mittel		2 Sec. 10 Te
Lauf während 1 Sec.		29 Zoll 8 Li
Wenn der Branntwein vier Zoll tief in der Rinne war.		1 Sec. 58 T 2 — 6 2 — 3 1 — 55
Mittel		2 Sec.
Lauf während 1 Sec.		31 Zol

kann.

Tabelle XVII.

über die Veränderung der Geschwindigkeit der Wellen, 1) auf Quecksilber; 2) Wasser; 3) Branntwein von 28 Grad, bey 1, 2, 3 und 4 Zoll Tiefe, welche durch das Niedersinken einer Säule derselben Flüssigkeit von 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18 Zoll Höhe und 5,7 Linien Durchmesser erregt wurden, wenn die untere Oeffnung der Röhre, durch welche die Säule gehoben wurde, nur 1 Linie unter dem Niveau eingetaucht war.

	Höhe der Wellenerregenden Säule.	Geschwindigkeit der Wellen. auf Quecksilber	auf Wasser.	auf Branntwein.
Wenn die Flüssigkeit 1 Zoll tief in der Rinne war.	2 Zoll.	19 Zoll.	19 Zoll 9 Lin.	
	3 —	20 —	20 — 2 —	
	4 —	20 — 8 Lin.	20 — 7 —	
	6 —	22 — 4 —	21 — 1 —	
	8 —	23 — 3 —	21 — 1 —	
	12 —		22 — 0 —	21 Zoll 2 Lin.
	18 —		23 — 8 —	
Wenn die Flüssigkeit 2 Zoll tief in der Rinne war.	2 Zoll.	22 Zoll 7 Lin.	27 Zoll 11 Lin.	
	3 —	23 — 10 —	28 — 2 —	23 Zoll 1 Lin.
	4 —	24 — 7 —	28 — 9 —	
	6 —	24 — 3 —	28 — 7 —	24 — 10 —
	8 —	25 — 8 —	28 — 2 —	
	12 —		28 — 2 —	26 — 9 —
	18 —		28 — 7 —	27 — 9 —
Wenn die Flüssigkeit 3 Zoll tief in der Rinne war.	3 Zoll.		31 Z. 10 Lin.	26 Zoll 7 Lin.
	6 —		32 — 2 —	28 — 1 —
	12 —		30 — 4 —	29 — 3 —
	18 —			29 — 8 —
Wenn die Flüssigkeit 4 Zoll tief in der Rinne war.	3 Zoll.		36 Z. 0 Lin.	
	6 —		37 — 5 —	
	12 —		37 — 5	30 Z. 4 Lin.
	18 —			31 — 10 —
Wenn die Flüssigkeit 6 Zoll tief in der Rinne war.		Auf gesättigt Kochsalzwasser.	auf Wasser,	auf Branntwein.
	12 Zoll.	41 Zoll.	41 Zoll	41 Zoll.
Wenn die Flüssigkeit 8 Z. tief in d. Rinne war.	10 Zoll.		50 Zoll.	
	12 Zoll.	48 Z. 9 L.	50 Zoll.	50 Zoll.

Jede dieser Zahlen ist das Mittel aus folgenden Versuchen:

Aus der beygefügten Tabellen scheinen folgende Sätze mit Wahrscheinlichkeit abgeleitet werden zu können:

1) Je gröſser die Wellen erregende Flüssigkeitssäule ist, desto schneller ist die Welle, jedoch steht die Zunahme an Schnelligkeit nicht in einem einfachen Verhältniſse zur Vergröſserung der Flüssigkeitssäule, durch welche man die Welle erregt, sondern diese Zunahme ist gröſser bey geringer, geringer bey groſser Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne. Wir haben uns durch besondere, hier nicht mit aufgeführte Versuche überzeugt, daſs wenn die Flüssigkeit in der Rinne 8 Zoll hoch steht, es keinen merklichen Unterschied in der Geschwindigkeit der Welle macht, wenn sie durch das Niederfallen einer 12 oder 10 Zoll hohen Flüssigkeits- säule erregt wird.

2) Von dem Einfluſse des Bodens auf die Flüssigkeit hängt es vorzüglich ab, daſs die Geschwindigkeit, die die Wellen erhalten, bey dem specifisch schwereren Quecksilber beträchtlicher ist, als bey dem specifisch leichteren Wasser, wenn die Wellen durch gröſsere Flüssigkeitssäulen erregt werden, und die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne 2 Zoll beträgt, wie folgende 2 entsprechende Reihen beweisen

	Raum, den die Welle in 1 Secunde zurücklegt.				
Quecksilber	19 Zoll.	20 Zoll.	20 Z. 7,7 L.	22 Z. 3,9 L.	23 Z. 3,3 L.
Wasser	19 Z. 9,3 L.	20 Z. 2,3 L.	20 Z. 7,5 L.	21 Z. 0,9 L.	21 Z. 0,9 L.
Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt.	2 Zoll.	3 Zoll.	4 Zoll.	6 Zoll.	8 Zoll.

3) Die Zunahme der Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie durch das Niederfallen höherer Flüssigkeitssäulen erregt werden, ist bey Wasser weit beträchtlicher, wenn es 1 Z., als wenn es 2 Z. tief in der Rinne steht; bey Quecksilber dagegen bey 2 Zoll Tiefe fast eben so beträchtlich, als bey 1 Z. Auch das rührt wohl vom Einfluſse des Bodens her.

Wasser.

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne.	Raum, welchen die Welle in 1 Secunde durchläuft.						
1 Zoll.	19 Zoll 9 L.	20 Zoll 2 L.	20 Z. 7,5 L.	21 Zoll 1 L.	21 Zoll 1 L.	21 Zoll 0 L.	23 Zoll 8 L.
2 Zoll.	27 Zoll 11 L.	28 Zoll 2 L.	28 Z. 9 L.	28 Zoll 7 L.	28 Zoll 2 L.	28 Zoll 2 L.	28 Zoll 7 L.
Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt.	2 Zoll.	3 Zoll.	4 Zoll.	6 Zoll.	8 Zoll.	12 Zoll.	18 Zoll.

Quecksilber.

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne.	Raum, welchen die Welle in 1 Secunde durchläuft.				
1 Zoll.	19 Zoll.	20 Zoll.	20 Zoll 7,7 Lin.	22 Zoll 3,9 Lin.	23 Zoll 3,3 Lin.
2 Zoll.	22 Zoll 7 Lin.	23 Zoll 10 Lin.	24 Zoll 7 Lin.	24 Zoll 3 Lin.	25 Zoll 8,5 Lin.
Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt.	2 Zoll.	3 Zoll.	4 Zoll.	6 Zoll.	8 Zoll.

4) Man könnte glauben, dafs wenn die Gröfse der erregten Wellen von der Masse und Geschwindigkeit der fallenden Körper abhängt, welche die Wellen erregen, eine gleich grofse Menge Flüssigkeit eine gröfsere Welle erregen müfste, wenn sie in einer engern Röhre gehoben wird, weil da die Flüssigkeit eine höhere Säule bildet, und deswegen im Fallen länger beschleunigt wird. Allein die Erfahrung hat uns gelehrt, dafs die gröfsere Reibung des Wassers in einer engern Röhre die Geschwindigkeit um so viel vermindert, als die Beschleunigung im Fallen sie vermehrt, kurz, dafs der Erfolg fast ganz derselbe ist, wenn nur dieselbe Masse fällt, die Röhre mag eng oder weit seyn.

§. 142.

Es ist interessant, die Geschwindigkeit, welche die Wellen in unserer kleinen Wellenrinne hatten, mit der zu vergleichen, welche sie in der noch einmal so breiten, und viel tieferen grofsen Wellenrinne zeigten.

Tabelle XVIII.

zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie durch 9 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser haltende Wassersäulen erregt werden.

	Die kleine Wellenrinne wurde durchlaufen bey 6 Zoll Tiefe des Wasserstandes, und 6,7 Lin. Breite in	Die grofse Wellenrinne wurde durchlaufen bey 23 Zoll Tiefe des Wasserstandes, und 13,4 Lin. Breite in
Versuche	1 Sec. 28 Tert.	1 Sec. 8 Tert.
	1 — 22 —	1 — 12 —
	1 — 24 —	1 — 16 —
	1 — 25 —	1 — 14 —
	1 — 22 —	1 — 14 —
	1 — 28 —	1 — 12 —
	1 — 25 —	1 — 5 —
	1 — 29 —	
	1 — 22 —	
	1 — 20 —	
	1 — 26 —	
	1 — 21 —	
	1 — 23 —	
Mittel	1 Sec. 24 Tert.	1 Sec. 11 Tert.
Lauf in 1 Sec.	3 Fufs 9 Z. 11 L.	5 Fufs 3 Z. 7 L.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt überhaupt von 2 Umständen ab:

1) Von der Breite derselben,

2) von der Zeit, in welcher die einzelnen Flüssigkeitstheilchen, welche die Welle ausmachen, einmal ihre Bahn durchlaufen; denn in derselben Zeit, rückt die Welle genau um so viel, als ihre Breite beträgt, fort. S. §. 114 und 115.

Diese Zeit, in welcher ein Theilchen seine Schwingungsbahn durchläuft, wird selbst durch die Höhe der Welle verkleinert, durch die Breite vergröſsert, und hängt daher von beyden zugleich ab.

Es kann daher eine sehr breite Welle langsam fortrücken, wenn die einzelnen Flüssigkeitstheilchen viel Zeit brauchen, um ihre Bahn einmal zu durchlaufen, oder, mit andern Worten, wenn die Welle viel Zeit braucht, um so viel fortzurücken, als ihre ansehnliche Breite beträgt. Es kann umgekehrt eine nicht sehr breite Welle schnell fortrücken, wenn die einzelnen Flüssigkeitstheilchen derselben ihre Bahn in sehr kurzer Zeit einmal durchlaufen, oder mit andern Worten, wenn die Welle in sehr kurzer Zeit um so viel, als ihre nicht sehr ansehnliche Breite beträgt, weiter rückt. Doch sind diese beyden Gröſsen, die der Breite der Welle, und der Geschwindigkeit, in welcher die einzelnen Flüssigkeitstheilchen ihre Bahnen durchlaufen, nur innerhalb gewisser Grenzen unabhängig von einander, d. h. eine Welle, deren Theilchen ihre Bahnen in einer bestimmten Zeit durchlaufen, kann zwar breiter oder schmäler seyn, kann jedoch nur bis zu einem gewissen Puncte breit oder schmal seyn.

Es ist schon oben §. 113 gezeigt worden, daſs sich auch alle diese Sätze umkehren lassen, z. B. nimmt eine Welle an Breite zu, und bleibt dennoch gleich geschwind, so werden von den kleinen Flüssigkeitstheilchen ihre Bahnen in desto längerer Zeit durchlaufen, je breiter die Welle wird, woraus man schlieſsen kann, daſs die Kräfte, welche die einzelnen Flüssigkeitstheilchen in ihren Bahnen beschleunigen, in dem Verhältnisse kleiner werden, in welchem diese

Kräfte dazu verwendet werden, die Welle breiter zu machen. Es ist schon früher auseinander gesetzt worden, daſs diese Kraft, von der die Theilchen in ihren Bahnen beschleunigt werden, die Höhe der Flüssigkeitssäulen ist, aus den eine Welle zusammengesetzt ist. S. §. 114.

§. 144.

Wenn eine Welle zwischen parallelen Wänden fortschreitet, und daher weder an Länge zu- noch abnimmt, so vermindert sich dabey ihre Höhe, aber es vergröſsert sich zugleich ihre Breite. Weil nun die Geschwindigkeit der Welle von beyden, von der Höhe und Breite zugleich abhängt, so bleibt sie fast unverändert, und die Welle wird daher nur um so viel langsamer, als die Reibung der Flüssigkeit an den Wänden des Gefäſses, und der Widerstand der Luft ihre Geschwindigkeit vermindert.

Tabelle XIX.

über die Verlangsamung der Wellen, wenn sie zwischen parallelen Wänden fortschreiten, bey 1 *Zoll Tiefe, und wenn die Wellen durch das Niederfallen einer* 6 *Zoll hohen,* 5,7 *Linien dicken Wassersäule erregt werden.*

Zahl der Durchgänge der Welle durch die 5 Fuſs 4 Zoll 3 Linien lange Wellenrinne.	Versuche über die Zeit, welche die Welle brauchte um die Durchgänge zu vollenden.		Mittel.	Die Welle verlangsamt sich, während sie 2 Durchgänge mehr macht, um
1 Durchgang	3 Secunden	8 Tert.	3 Sec. 3 Tert.	
	2 ——	55 —		
	3 ——	10 —		
	3 ——	10 —		
	2 ——	54 —		
3 Durchgänge	9 ——	26 —	9 Sec. 25 Tert.	15 Tert.
	9 ——	28 —		
	9 ——	25 —		
	9 ——	22 —		
5 Durchgänge	15 ——	54 —	15 Sec. 47 Tert	7 Tert.
	15 ——	48 —		
	15 ——	45 —		
	15 ——	40 —		
	15 ——	51 —		

Daſs die Wellen während ihres Fortgangs überhaupt an Höhe ab-, an Breite zunehmen, ist eine Bemerkung, die

wir, so viel uns bekannt ist, zuerst gemacht haben. Von der Richtigkeit dieser Thatsache kann sich schon jeder mit bloſsen Augen überzeugen, wenn er einen schweren Körper in ein ruhiges Wasser wirſt. Interessant ist es aber, daſs die Abnahme der Wellen an Höhe, während sie zwischen parallelen Wänden fortschreiten, immer geringer wird, je weiter die Welle schon vom Orte ihrer Entstehung fortgeschritten ist, umgekehrt aber desto beträchtlicher ist, je näher noch die Welle dem Orte ihre Entstehung. Unsere Versuche scheinen dafür zu stimmen, *daſs die Welle um eine constante Gröſse an Höhe abnimmt, während sie sich um das Doppelte vom Orte ihrer Entstehung entfernt*, oder daſs, während die Entfernungen der Welle vom Orte ihrer Entstehung so zunehmen, daſs jede (bey der man die Höhe der Welle bestimmt) das Doppelte der vorhergehenden ist, die Höhe nur um eine constante Gröſse abnimmt. Wir haben, um dieses zu zeigen, die Abnahme der Höhe der Wellen nach jener Hypothese berechnet, und sie mit den von uns durch Versuche gefundenen Zahlen verglichen.

Tabelle XX.

über die Abnahme der Wellen an Höhe bey ihrem Fortgange, während das Wasser in der kleinen Wellenrinne 1 Zoll tief, und die niedersinkende Wassersäule, die die Welle erregte, 6 Zoll hoch, 5,7 Linien dick war.

Entfernung der Welle vom Orte der Erregung.	Höhe der Welle in Linien.	Höhe der Welle nach der Hypothese.	Differenz der Berechnung von der Beobachtung.
6 Zoll.	7,9 Lin.	7,7 Lin.	+ 0,2 Lin.
12 —	6,4 —	5,9 —	+ 0,5 —
24 —	3,9 —	4,1 —	— 0,2 —
48 —	2,1 —	2,3 —	— 0,2 —
96 —	1,0 —	0,5 —	+ 0,5 —

Tabelle XXI.

über ähnliche Versuche, wenn die Wellen durch eine niederfallende Wassersäule von 4 Zoll Höhe erregt wurden.

Entfernung der Welle vom Orte der Erregung.	Höhe der Welle in Linien.	Höhe der Welle nach der Hypothese.	Differenz der Berechnung von der Beobachtung.
6 Zoll.	5,1 Lin.	5,17 Linien.	— 0,07
12 —	3,9 —	3,8 —	+ 0,1
24 —	2,3 —	2,4 —	— 0,1
48 —	1,0 —	1 —	— 0

Tabelle XXII.

über ähnliche Versuche, wenn die Wellen durch eine niederfallende Wassersäule von 12 Zoll Höhe erregt wurden.

Entfernung der Welle vom Orte der Erregung.	Höhe der Welle in Linien.	Höhe der Welle nach der Hypothese.	Differenz der Berechnung von der Beobachtung.
6 Zoll.	12,3 Lin.	12,15 Linien.	+ 0,15
12 —	9,4 —	9,3 —	+ 0,1
24 —	6,3 —	6,4 —	— 0,1
48 —	3,8 —	3,6 —	+ 0,2

Wenn eine Welle, während ihres Fortschreitens an Länge zunimmt, so vermindert sich zugleich ihre Geschwindigkeit und Höhe; wenn eine Welle während ihres Fortschreitens an Länge abnimmt, so vergröſsert sich ihre Geschwindigkeit und Höhe.

Dieser Satz ist das Resultat von einer Reihe von Versuchen, welche über die Geschwindigkeit der Wellen in einem Gefäſse angestellt wurden, dessen ebener hölzerner Boden einen Octanten bildete, dessen Seitenwände aus 2 senkrecht auf dem Boden stehenden 2 Fuſs 8 Zoll langen, 6 Zoll hohen Glastafeln bestanden, und durch ein ebenso

hohes hölzernes Ringstück, das auf dem Bogenrande des Bodens senkrecht befestigt war, zusammengehalten wurden. Man sehe Fig. 32.

Dieses Gefäfs wurde 3 Zoll tief mit Wasser gefüllt, in den Winkel desselben eine 5,7 Linien dicke Glasröhre so eingetaucht, dafs ihre untere Oeffnung, sich unmittelbar unter der Oberfläche des Wassers befand. In der Glasröhre wurde das Wasser 3 Zoll hoch durch Saugen gehoben, und nachdem die Flüssigkeit des Gefäfses vollkommen ruhig geworden, durch seine eigne Schwere sinken gelassen, zugleich aber die Zeit gemessen, welche die so erregte Welle brauchte, um vom Winkel bis zum Bogen, und wieder zurück vom Bogen des Gefäfses zum Winkel fortzuschreiten. Halbirt man nun die Zeit, welche die Welle nöthig hatte, um die Länge des Gefäfses einmal vorwärts und zurück zu durchlaufen, so erhält man die Zeit, welche sie braucht, um vom Winkel des Gefäfses bis zum Bogen desselben fortzurücken. Wir hatten nun ein gerades, den Glaswänden an Höhe und Länge gleiches Bret so einrichten lassen, dafs wir den Octanten durch Einsetzen des Bretes in die Mitte des Gefäfses in 2 halbe Octanten verwandeln konnten, oder dafs wir auch im Viertel eines Octanten die Geschwindigkeit der Wellen messen konnten, und so bemerkten wir, dafs eine auf dieselbe Weise erregte Welle ein Gefäfs, das einen Viertel-Octanten darstellt, schneller durchläuft, als ein Gefäfs das einen halben Octanten bildet; dieses aber wieder schneller, als ein Gefäfs, welches einen ganzen Octanten darstellt, folglich, dafs eine Welle ein solches Gefäfs überhaupt desto schneller durchläuft, je kleiner der Winkel, den beyde Seitenwände bilden, ist, und je weniger also die Welle bey ihrem Fortschreiten an Länge zunehmen kann.

Folgende Tabelle enthält hierüber das Nähere.

Tabelle XXIII.

über die zunehmende Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie durch einen ganzen, einen halben und einen viertel Octanten fortschreitet.

	In einem Gefäfse das 1 Octanten bildet.	In einem Gefäfse das ½ Octanten bildet.	In einem Gefäfse das ¼ Octanten bildet.
	3 Sec. 4 Tert.	2 Sec. 45 Tert.	2 Sec. 34 Tert.
Zeit, in welcher eine Welle vom Winkel des Gefäfses bis zum Bogen, und vom Bogen wieder zurück bis zum Winkel fortschreitet.	3 — 2 —	2 — 37 —	2 — 33 —
	3 — 2 —	2 — 38 —	2 — 32 —
	2 — 59 —	2 — 38 —	2 — 30 —
	2 — 58 —	2 — 40 —	2 — 33 —
	2 — 56 —	2 — 37 —	
	3 — 2 —	2 — 36 —	
	2 — 56 —		
	3 — 4 —		
	2 — 58 —		
Mittel	3 Sec. - Tert.	2 Sec. 39 Tert.	2 Sec. 32 Tert.
Die Hälfte dieses Mittels, welche die Zeit anzeigt, in der die Welle vom Winkel des Gefäfses bis zum Bogen desselben lief.	1 Sec. 30 Tert.	2 Sec. 19,5 Tert.	1 Sec. 16 Tert.

Da bey diesen Versuchen die Zunahme der Wellen an Länge verschieden ist, und sich so verhält wie die Grade der Bögen des Gefäfses, in dem die Welle ihren Verlauf macht, und wir die Anzahl dieser Grade durch Einsetzung des Bretes in den verschiedenen Versuchen nach und nach haben geometrisch abnehmen lassen, so ist es gedenkbar, dafs die Geschwindigkeit der Wellen in einer gleichen Reihe nur mit verändertem Exponenten zunehme, oder die Zeit, in welcher die Rinne durchlaufen wird, abnehme.

Eine solche Reihe, welche der durch Versuche gefundenen am nächsten käme, würde folgende seyn.

Reihe wie sie die Versuche gegeben haben	90 Tert.	79,5 Tert.	76 Tert.
Abnehmende Reihe nach einem geometrischen Gesetze.	87,7 Tert.	80,5 Tert.	74,1 Tert.

Legt man diese Reihe zum Grunde, so würde in einem Kreisgefäfse die Zeit, in welcher eine durch gleiche Kraft erregte Welle vom Mittelpuncte desselben bis zu dessen Peripherie läuft, 1 Secunde 53,3 Tertien betragen, wenn

es mit dem beschriebenen Gefäfse einen gleichen Halbmesser hat. Keiner von den, die sich mit den Wellen vor uns beschäftigt haben, hat, so viel uns bekannt ist, die Bemerkung gemacht, dafs die Wellen, in dem sie im Fortschreiten an Länge zunehmen, verhältnifsmäfsig dabey langsamer werden.

§. 145.

Die langsamsten Wellen, die man erregen kann, sind die im Quecksilber, das sich in einer Rinne befindet, deren Boden eine *schiefe Ebene* ist. Zwey Breter *AB* und *CD* Fig. 33 sind mit einander unter einem Winkel von 90° verbunden, und bilden eine 4 Fufs lange Rinne, die an beyden Enden durch die 2 dreyeckigen Bretstücken *E* und *F* geschlossen wird. Durch 2 Schrauben *G*, *G* kann die horizontal gestellte Rinne in eine Lage gebracht werden, wo der Boden *CD* mehr oder weniger gegen den Horizont geneigt, die Wand *AB* mehr oder weniger senkrecht ist. In die Rinne wird Quecksilber in bestimmter Menge gegossen, an ihrem einen Ende auf ähnliche Weise als in der Wellenrinne eine Glasröhre eingesetzt, mittelst derselben eine Quecksilbersäule in die Höhe gehoben, und durch deren plötzliches Sinken eine Welle erregt.

Diese Welle schreitet von dem einen Ende der Rinne nach dem entgegengesetzten fort, von da zurückgeworfen wieder zu dem ersteren Ende zurück, und wiederholt so ihren Weg mehrmals. Die Wellen schreiten hierbey desto langsamer fort, je spitzer der Winkel ist, den der Boden der Rinne *CD* mit dem Horizonte macht. Ist dieser Winkel 7° 30′, so ist die Langsamkeit der grofsen Wellen so aufserordentlich, dafs man die Entstehung, den Fortgang und die Gestalt der Wellen ganz bequem beobachten kann. Die Oberfläche des Quecksilbers, wo sie die schiefe Ebene *CD* berührt, ist nämlich ungleich, indem das Quecksilber da, wo das Wellenthal sich befindet, einen geringeren Theil des Bretes *CD* bedeckt, als wo der Wellenberg ist. Diese Aus- und Einbeugungen des Randes des Quecksilbers rücken nun auf dem Brete *CD*

N 2

fort, und stellen die Wellen sehr deutlich dar. Jeder *Ausbeugung* der Grenze der Quecksilberoberfläche an der schiefen Ebene *C D* entspricht ein quer über dem Quecksilber vom Brete *CD* nach dem Brete *A B* herübergehender Wellenberg. Jeder *Einbeugung* der Grenze der Quecksilberoberfläche an der schiefen Ebene entspricht ein von *CD* queer nach *A B* herübergehendes Wellenthal. Es entstehen daher, wenn Wellen auf diese Weise erregt werden, quere Wellen, welche, weil sie auf der einen Seite durch die schiefe Ebene begrenzt werden, daselbst eine grofse Ausbeugung bilden. Theils aus diesem Grunde, theils weil sie so äufserst langsam fortrücken, können sie sehr bequem beobachtet werden.

Man sollte erwarten, dafs der Theil dieser queren Wellen, welcher die schiefe Ebene *C D* berührt, viel langsamer fortschreiten müfse, als der Theil, welcher sich in der Mitte des Quecksilbers, oder an der Wand *A B* befindet, weil nämlich die Seichtigkeit des Quecksilbers gegen die schiefe Ebene *CD* hin so sehr zunimmt, die Geschwindigkeit der Wellen aber durch Seichtigkeit sehr vermindert wird, und weil auch die Reibung des Quecksilbers an der schiefen Ebene *CD* die Schnelligkeit der Wellen verringern könnte. Allein die Erfahrung lehrt das Gegentheil. *Alle Abschnitte dieser queren Wellen schreiten gleich schnell fort.*

Zu dieser wichtigen Thatsache kommt eine 2te sehr bemerkenswerthe: *Ganz kleine Wellen, welche so niedrig sind, dafs sie an der Grenze der Oberfläche des Quecksilbers an der schiefen Ebene C D keine sehr merklichen Aus- und Einbeugungen veranlassen, haben eine viel gröfsere Geschwindigkeit, als gröfsere Wellen,* was allen unsern übrigen Beobachtungen zu widersprechen scheint. Denn wir haben §. 141 gesehen, dafs die Wellen mit desto gröfserer Geschwindigkeit fortschreiten, je gröfser sie sind. Der Widerspruch, in dem diese beyden Wahrnehmungen mit unsern übrigen Beobachtungen zu stehen scheinen, löst sich aber, wenn man bedenkt, dafs die Flüssigkeitstheilchen

in Flüssigkeiten, die einen horizontalen Boden bedecken, während der Wellenbewegung sich in Schwingungsbahnen bewegen, die auf der Erde und auf dem Boden senkrechte sind, dafs dagegen die Quecksilbertheilchen, welche die schiefe Ebene *CD* berühren, bey grofsen Wellen in Schwingungsbahnen sich bewegen, die der schiefen Ebene *CD* parallel, und folglich nicht senkrecht auf der Erde sind. Alle übrigen Quecksilbertheilchen, die zu der queren Welle gehören, werden aber desto mehr in schief liegenden Schwingungsbahnen sich bewegen, je näher sie der schiefen Ebene *D* liegen, desto weniger dagegen, je näher sie dem senkrechten Brete *AB* sind. Darinne, dafs die Flüssigkeitstheilchen in Schwingungsbahnen bewegt werden, die auf der Oberfläche der Erde schreg sind, scheint nun eben der Grund der aufserordentlichen Langsamkeit dieser Wellen zu suchen zu seyn. Die Druckkraft der Welle bewirkt zum Theil ein Ausweichen des Quecksilbers an der schiefen Ebene hinauf, und wie ein von einer schiefen Ebene unterstützter Körper langsamer fällt, als ein frey fallender, so bewegen sich auch die Quecksilbertheilchen langsamer, je mehr ihre Bahnen schreg liegen. So wie nun ein von einer schiefen Ebene unterstützter Körper desto geschwinder fällt, je mehr die schiefe Ebene senkrecht wird, ebenso nimmt die Geschwindigkeit der Wellen in dem gegebenen Falle zu, je mehr die schiefe Ebene *CD* senkrecht wird. Da wir nun aber nicht viele Rinnen, deren Boden mehr oder weniger schief lag, hatten machen lassen, so mufsten wir uns begnügen den Boden *CD* durch die Schrauben *G*, *G* mehr oder weniger schief zu stellen, wobey aber natürlich auch die Wand *AB* ihre senkrechte Lage desto mehr verlieren, und eine schrege erhalten mufste, eine je steilere Lage dem Boden *CD* gegeben wurde, so dafs beyde Wände bey einem Winkel von 45° gleich geneigt waren. Die auf diese Weise über die Geschwindigkeit der Wellen von uns angestellten Versuche sind in folgender Tabelle enthalten:

Tabelle XXIV.

über die Geschwindigkeit der Wellen auf der schiefen Ebene bey einer Neigung der schiefen Ebene CD von 45°, 30°, 15°, 7° 30′, *erregt durch eine* 5,7 *Linie im Durchmesser haltende,* 1 *Zoll hohe Quecksilbersäule.*

Neigung der Ebene *CD*	Versuche.	Mittel.	Weg in 1 Sec.
45°	4 Sec. 15 Tert.		
	4 — 24 —		
	4 — 18 —		
	4 — 24 —		
	4 — 24 —	4 Sec. 21 Tert.	11 Zoll.
30°	4 — 44 —		
	4 — 44 —		
	4 — 40 —		
	4 — 40 —	4 Sec. 42 Tert.	10 Zoll 2 Lin.
15°	5 — 34 —		
	5 — 36 —		
	5 — 26 —		
	5 — 30 —	5 Sec. 31 Tert.	8 Zoll 8 Lin.
7° 30′	6 — 46 —		
	6 — 34 —		
	6 — 46 —		
	6 — 34 —		
	6 — 48 —	6 Sec. 42 Tert.	7 Zoll 2 Lin,

Während also die Neigung des Bretes von 30° bis 15° abnahm, nahm die Geschwindigkeit der Wellen während einer Secunde um 1 Zoll 6 Linien ab, um gleich viel während die Neigung des Bretes von 15° bis 7° 30′ abnahm. Verhältnifsmäfsig eben so grofs war die Abnahme der Geschwindigkeit als die Neigung des Bretes von 45° bis auf 30° vermindert wurde. *Es vermindert sich daher die Geschwindigkeit in arithmetischer Progression, während der Winkel in geometrischer kleiner wird.*

Was die Gestalt der Wellen auf der schiefen Ebene anlangt, so ist hier, wenn grofse Wellen erregt werden, das Vordertheil immer viel steiler als das Hintertheil. Zugleich ist es aber treppenförmig abgestuft, so dafs die Stufen desto enger werden, je weiter von dem Gipfel entfernt die Stufen sich befinden.

§. 146.

Ob die Unvollkommenheit des Flüssigseyns der Flüssigkeiten, ihre Klebrigkeit, die Beymengung fester Stoffe etc. die Wellen unmittelbar langsamer mache, und in welchem Grade, ist schwer auszumitteln. Diese Umstände vermehren auch die Adhäsion der Flüssigkeiten an den Wänden des Gefäſses, in den sie eingeschlossen sind. Rübsenöl, mit dem wir hierüber Versuche machen wollten, war zu wenig flüssig, und seine Wellen konnten deswegen nicht weit genug mit den Augen verfolgt werden, um deren Geschwindigkeit mit der Tertienuhr zu messen. Wir überlassen anderen hierüber Versuche zu machen, und schlagen zu diesem Zwecke Zuckerwasser vor.

Abschnitt VII.

Ueber die Veränderung der Gestalt der Wellen bey ihrer ungehinderten und gehinderten Bewegung.

§. 147.

Die Wellen verändern, wenn sie sich während ihres Fortschreitens ganz allein überlassen sind, ihre Gestalt hinsichtlich ihrer Höhe, ihrer Breite und Länge. Hierbey vergröſsert sich im gewöhnlichen Falle die Breite und Länge der Wellen auf Kosten ihrer Höhe; zuweilen indessen kann sich auch die Höhe der Wellen durch die gleichzeitige Verminderung ihrer Länge vergröſsern. Eine Welle also, welche an Länge während ihrer Bewegung zunimmt (wie eine Cirkelwelle, die durch einen in ruhiges Wasser gefallenen Körper erregt worden ist, und immer in einen desto gröſseren Kreis ausgedehnt wird, je länger sie fortschreitet), und zugleich breiter wird, nimmt dabey unseren Versuchen nach auſserordentlich an Höhe ab, so daſs sie, wenn sie nicht durch mehrere ihr vorausgehende Wellen unterstützt wird, sehr bald so flach, d. h. so breit

und niedrig wird, dafs sie dem Auge vollkommen verschwindet.

Umgekehrt aber wird eine Welle, die, während sie sich bewegt, an Länge immer mehr abnimmt, zugleich beträchtlich höher, z. B. eine Welle, die dadurch erregt wird, dafs man ein mit Flüssigkeit gefülltes rundes Gefäfs erschüttert, indem man dadurch bewirkt, dafs von dem kreisförmigen Rande eine kreisförmige Welle ausgeht, welche von allen Puncten des Randes nach dem Mittelpuncte des Gefäfses zu fortschreitet, und bey dieser Bewegung in einen immer kleineren Kreis sich verwandelt, bis sie zuletzt im Mittelpuncte des Gefäfses selbst in einem einzigen Puncte sich vereinigt.

Die Höhe, Breite und Länge der Welle stehen folglich in einer sehr auffallenden und nothwendigen Wechselwirkung. Man kann sich von dieser Wechselwirkung durch Erfahrung nur dadurch eine Kenntnifs verschaffen, dafs man die Welle hindert, sich während ihres Fortschreitens der Länge nach zu vergröfsern oder zu verkleinern, so dafs man also, wenn man ihre Länge unveränderlich gemacht hat, nun die Veränderung der Höhe und Breite der Welle kennen zu lernen sucht, die bey der Bewegung derselben unabhängig von dem Einflufse, den sonst die zunehmende oder abnehmende Länge auf die Welle äufsert, statt findet.

Das Mittel hierzu ist das schon oft erwähnte, Fig. 12 abgebildete Instrument, welchem wir den Namen Wellenrinne gegeben haben. (S. S. 105.)

Durch die 2 senkrechten Wände dieses Instrumentes wird nämlich eine Welle, die man an dem einen Ende der Rinne durch das Niedersinken einer grofsen Flüssigkeitssäule erregt, verhindert, sich weiter ihrer Länge nach auszubreiten, und zugleich durch die Seitenwände der Wellenrinne so vollkommen unterstützt, dafs diese Hemmung dem Fortgange der Welle keinen beträchtlichen Eintrag thut. Die Welle mufs demnach durch die Rinne fortschreiten, und dabey immer dieselbe Länge behalten.

Man kann dabey den senkrechten Durchschnitt der Welle durch die durchsichtigen Glaswände der Rinne sehen, was sonst auf keine Weise erreicht werden kann.

Um indessen noch genauere Kenntniſs von der Veränderung der Höhe der Welle während ihres Fortschreitens als durch das Augenmaaſs zu erhalten, bedienten wir uns mattgeschliffener langer und rechtwinklich geschnittener Glasstreifen. Da nämlich das Wasser an diesen Glasstreifen haftet, ohne merklich an ihnen durch Capillarität in die Höhe zu steigen, so kann man sie senkrecht bis auf den Boden der Rinne eintauchen und herausziehen, und dann an der Grenze ihrer trocknen und naſsen Flächen sehen, wie hoch die Flüssigkeit in der Rinne über dem Boden stehe. Bezeichnet man nun diese Grenze durch einen Strich, und stellt einen solchen Glasstreifen vorsichtig so in die Rinne senkrecht hinein, daſs die beyden Flächen desselben den beyden Glaswänden der Rinne parallel und von beyden gleich weit entfernt sind; so verursacht derselbe kein merkliches Hinderniſs für den Fortgang einer erregten Welle. Zieht man nun den Glasstreifen, nachdem die Welle an ihm vorübergegangen ist, vorsichtig und senkrecht heraus, so bemerkt man, daſs er noch *über* jenem Striche, der die Höhe des Niveau der Flüssigkeit anzeigte, befeuchtet ist, und so zeigt die scharfe Grenze zwischen der feuchten und trocknen Fläche an, wie weit die vorbeygehende Welle an dem Glasstreifen heraufgereicht habe, und der Zwischenraum zwischen der Linie des Niveau und dieser Grenze bezeichnet die Höhe der erregten Welle über dem Niveau der Flüssigkeit in der Rinne.

Man muſs aber, wenn man in einer engen Rinne Versuche macht, sehr darauf Rücksicht nehmen, daſs das Wasser an den Glaswänden höher als in der Mitte der Rinne steht, und daher entweder den Glasstreifen nur in der Mitte der Rinne senkrecht hereinstellen und herausziehen, oder ihn jedesmal so hereinstellen, daſs seine eine Fläche dicht an der Glaswand der Rinne anliegt, und die

2te Fläche, an der man die Höhe der Welle mifst, von der Glaswand der Rinne abgewendet ist. Die letztere Methode, die uns die sicherste schien, ist von uns angewendet worden.

Sehr Schade ist es aber, dafs wir kein Mittel haben finden können, auch die Breite der Welle während ihres Fortgangs auf eine ebenso genaue Weise zu messen, die wir daher nur mittelbar zu bestimmen im Stande gewesen sind. S. §. 119 Tabelle 7 und §. 167 Tabelle 28.

Das Resultat unserer Untersuchungen über die Veränderung der Höhe und Breite der Welle, wenn sie fortschreitet, ohne dabey an Länge zu- oder abzunehmen, ist folgendes:

Eine unter diesen Umständen fortschreitende Welle nimmt im Fortschreiten an Breite zu, und an Höhe ab, und behält dabey ihre Geschwindigkeit fast unverändert.

Da die Geschwindigkeit der Welle sich hierbey nur sehr wenig vermindert, so kann man schliefsen, dafs die Abnahme der Welle an Höhe nur ihrem kleinsten Theile nach eine Wirkung der Reibung der Welle an den Glaswänden und an der Luft sey.

Die unter diesen Umständen statt findende Abnahme der Höhe der Welle hat nämlich ihren vorzüglichsten Grund

1) in der zunehmenden Breite der Welle selbst,
2) in der Erregung einer neuen Welle hinter der Welle, durch ihren eignen, nach rückwärts fortwirkenden Druck.

Die bewegende Kraft des Wellenbergs (denn von diesem wollen wir hier zuerst reden) liegt nämlich in der Hälfte desselben, welche im Sinken begriffen ist, und dabey durch die Schwerkraft beschleunigt wird, d. h. in der hintern Hälfte desselben. Diese ist es, welche die Theilchen an der vordern Hälfte zu steigen nöthigt, und im Steigen beschleunigt. Werden nun an der vordern Hälfte immer mehr Flüssigkeitstheilchen gehoben als hinten sinken, d. h. nimmt die Welle an Breite zu, so können diese vielen Theilchen nicht mit der Geschwindigkeit ge-

hoben und im Steigen beschleunigt werden, als wenn ihre Menge die der hinteren sinkenden Theilchen nicht überträfe. Sie werden folglich nicht so hoch, und mit keiner so groſsen Geschwindigkeit steigen, und folglich muſs die Welle, die an Breite zunimmt, an Höhe und an geschwinder Bewegung ihrer einzelnen Theilchen verlieren.

Aus unsern Versuchen geht hervor, daſs die Abnahme der Welle an Höhe während ihres Fortgangs für einen gleich groſsen Raum keineswegs dieselbe bleibt, sondern daſs sie anfangs viel beträchtlicher ist, und nach und nach, wenn die Welle weiter fortgeschritten ist, immer geringer wird. Für die von uns angestellten Versuche, scheint die Hypothese sich zu bewähren, daſs die Welle, während sie Räume durchläuft, die in einer geometrischen Reihe wachsen, immer nur um eine constante Gröſse an Höhe abnimmt, d. h. daſs, wenn die Welle nach ihrer Entstehung, während sie um 2 Fuſs fortrückte, um 1 Linie an Höhe abnahm, sie nun, wenn sie um 4 Fuſs fortgerückt ist, wieder um eine Linie niedriger geworden ist, und wenn sie dann um 8 Fuſs fortgeschritten ist, nochmals um 1 Linie an Höhe vermindert worden ist, u. s. w. Man sehe hierüber §. 144 die 20te bis 22te Tabelle nach, in welchen unsere Versuche zusammengestellt und mit den Zahlen, die jener Hypothese gemäſs angenommen worden sind, verglichen worden sind.

Da nur die Höhe und Breite eines Wellenbergs, nicht seine Länge etwas zur Vermehrung der Geschwindigkeit, mit der er fortschreitet, unmittelbar beytragen kann, so muſs, wenn ein Wellenberg so fortschreitet, daſs er dabey an Länge zunimmt, seine Geschwindigkeit im Gegentheile beträchtlich vermindert werden; denn die zu bewegende Masse wird in jedem Augenblicke gröſser, und die bewegende Kraft bleibt dieselbe. In beyden Fällen, sowohl wenn ein Wellenberg an Länge, als auch wenn er an Breite zunimmt, werden nämlich mehr Theilchen am Vordertheile desselben zum Steigen gebracht, als am Hintertheile sinken, und deswegen muſs der Wellenberg während

seines Fortschreitens in beyden Fällen immer niedriger werden. Allein wenn ein Wellenberg in eben dem Verhältniſse niedriger wird, als er an Breite zunimmt, so behält er seine vorige Geschwindigkeit bey, weil sie durch die Zunahme des Wellenbergs an Breite eben so vermehrt, als durch die Abnahme desselben an Höhe vermindert wird. Nimmt dagegen ein Wellenberg an Höhe eben so sehr ab, als er an Länge zunimmt, so verliert er durch die Abnahme an Höhe etwas von seiner Geschwindigkeit, ohne durch die Zunahme an Länge etwas an Geschwindigkeit zu gewinnen.

Unsere Erfahrungen hierüber, welche wir oben, Seite 192. 193 mitgetheilt haben, setzen diese Behauptung auſser allen Zweifel. Eine Welle durchlief die Länge eines Gefäſses, das die Gestalt eines Octanten (dessen Halbmesser 2 Fuſs 8 Zoll betrug) hatte, in 1 Sec. 30 Tertien, eine eben so groſse Welle durchlief den halbirten Octanten in 1 Sec. 19,5 Tert., eine 3te eben so groſse Welle durchlief den Viertel-Octanten in 1 Sec. 16 Tert.

§. 148.

Hieraus erhellt, daſs sich die Bewegung der Wellen tropſbarer Flüssigkeiten durch mehrere wesentliche Puncte von der Bewegung der Wellen elastischer Flüssigkeiten, der Schallwellen und Lichtwellen, unterscheidet, mit der sie sonst groſse Aehnlichkeit hat. Bey den Schallwellen der Luft und den Lichtwellen kann man nämlich weder von einer Höhe noch von einer Breite sprechen, eben so wenig, als man von der Höhe und Breite der Wand sprechen kann, die eine Seifenblase bildet, denn die Schall- und Lichtwellen sind, wenn man sie sich im Ganzen vorstellt, als hohle Kugelformen zu betrachten, die sich mit ungeheurer Geschwindigkeit ausdehnen. Wenn nun die Dicke das bey den Schall- und Lichtwellen vereinigt ist, was bey den Wellen der tropſbaren Flüssigkeiten Höhe und Breite sind; so ist es schon der Analogie nach wahrscheinlich, daſs sie während ihres Fortgangs nicht dicker werden können. Denn das Breiter werden der Wasserwellen geschieht auf Kosten

ihrer Höhe. Es ist vielmehr von allen Mathematikern und Physikern anerkannt, und theoretisch und durch Erfahrung bewiesen, daſs die Schall- und Lichtwellen bey ihrer Bewegung nicht an Dicke zu- oder abnehmen, auſser wenn sie in Medien von verschiedener Dichtigkeit übergehen.

Ebenso gewiſs ist es, daſs die Geschwindigkeit der Schall- und Lichtwellen gar nicht von der Gröſse der Wellen selbst, sondern nur von dem elastischen Medio abhängt, durch welches hindurch sich die Wellen fortpflanzen, statt die Geschwindigkeit der Wellen der tropfbaren Flüssigkeiten umgekehrt gröſstentheils von der Höhe und Breite der Welle abhängt, und von der Dichtigkeit der Flüssigkeit, in der die Welle sich bewegt, fast unabhängig ist. (S. §. 137.)

Daher rührt es denn auch, daſs die Wellen elastischer Flüssigkeiten so lange sie durch dasselbe Medium fortschreiten, dieselbe Geschwindigkeit behalten, statt die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten während des Fortschreitens meistens langsamer, und in einigen seltenen Fällen geschwinder werden, fast nie aber dieselbe Geschwindigkeit behalten.

Daher rührt es endlich, daſs die Wellen elastischer Flüssigkeiten in allen ihren Abschnitten sich immer gleich schnell fortbewegen, statt die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten, die zuweilen in ihren verschiedenen Abschnitten ungleich hoch und breit sind, in diesen verschiedenen Abschnitten einer und derselben Welle eine ungleiche Geschwindigkeit haben.

Alle diese Verschiedenheiten sind davon abzuleiten, daſs die Schall- und Lichtwellen nach 3 Dimensionen, die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten nur nach 2 Dimensionen fortschreiten, und daſs den tropfbaren Flüssigkeiten die groſse Compressibilität mangelt, die man bey den elastischen Flüssigkeiten beobachtet.

§. 149.

Ueber das Fortschreiten der Wellen, mit vorzüglicher

*Rücksicht auf die Veränderungen, welche die Wellenlinie der Länge *) dabey erfährt.*

Alle Wellen, welche man in der Mitte der Oberfläche einer Flüssigkeit erregt, und welche demnach in keiner Richtung am Fortschreiten gehindert werden, erhalten, ihrer Länge nach betrachtet, sine solche Gestalt, dafs ihre Wellenlinie der Länge eine in sich selbst zurücklaufende, einen Raum einschliefsende Linie darstellt, und dafs demnach die ganze Welle einem Walle ähnlich ist, der einen Theil der Oberfläche der Flüssigkeit ringsum einschliefst, und *so* nach allen Richtungen der horizontalen Ebene der Flüssigkeit fortschreitet, dafs sich dabey nicht nur seine Länge, sondern auch zugleich der von ihm umschlossene Raum vergrößert oder verkleinert.

Man mag sich eines Hülfsmittels zur Erregung von Wellen bedienen, welches man immer wolle, so kann man doch auf einer freyen Oberfläche nur Wellen erregen, deren Abschnitte nach allen Richtungen dieser horizontalen Ebene fortgehen, d. h. man kann nie Wellen erregen, die die Gestalt eines Walles hätten, der nicht in sich selbst zurückliefse. Man tauche eine Holz- oder Metallplatte in die Mitte der Oberfläche eines mit Quecksilber gefüllten Gefäfses, und es geht eine Welle aus, die die ganze Platte ringsum einschliefst, und deren verschiedene Abtheilungen sich nach allen Richtungen der horizontalen Ebene der Flüssigkeit ausdehnen. An scharfen Kanten, oder wenn der eingetauchte Körper sehr wenig Flüssigkeit aus dem Wege treibt, werden diese Wellen gleich so niedrig und flach, dafs sie dem Auge leicht entgehen. Diese Bemerkung, dafs jede auf einer freyen Oberfläche fortschreitende Welle immer nur eine geschlossene, nie eine nach irgend einer Seite offene Figur bilden könne, ist um so wichtiger, da dieses Gesetz auch durch die mannichfaltigste Zurückwerfung der einmal entstandenen Wellen nicht abgeändert wird, woher

*) Wellenlinie der Länge ist die Linie, welche die nebeneinander liegenden Puncte der Oberfläche einer Welle verbindet, welche in einer und derselben horizontalen Ebene sich befinden.

es denn kommt, daſs die mehrmals zurückgeworfenen Wellen sehr mannichfaltig verschlungene Figuren darstellen.

§. 150.

In Beziehung auf den Raum, den die Wellen einschliessen, eben so wohl als in Beziehung auf die Länge der Wellen selbst, können, wie schon bey anderer Gelegenheit bemerkt worden ist, die Wellen auf eine doppelte Weise fortschreiten, entweder *a*) so, daſs der von ihnen eingeschlossene Raum der Oberfläche der Flüssigkeit durch ihr Fortschreiten *vergröſsert* wird, und sie selbst zugleich an Länge zunehmen, oder, wiewohl in selteneren Fällen, *b*) so, daſs der von ihnen eingeschlossene Raum der Oberfläche der Flüssigkeit durch ihr Fortschreiten *verkleinert* wird, und sie selbst dabey an Länge abnehmen.

Beyspiele der ersten Art giebt das Hereinfallen eines Körpers in ruhiges Wasser. Ein Beyspiel der 2ten Art geben die Wellen, die, wenn man ein mit Flüssigkeit gefülltes rundes Gefäſs erschüttert, vom Rande nach dem Mittelpuncte des Gefäſses zulaufen.

§. 151.

Die Frage, wohin und wie weit alle Puncte einer Wellenform nach Verlauf einer gewissen Zeit fortschreitet, und in welcher Verbindung sie sich alsdann befinden müssen, oder, mit andern Worten, wie sich die ganze, einen Raum einschlieſsende Figur einer jeden Welle nach Verlauf einer gewissen Zeit durch Erweiterung oder Verengerung in eine andere Figur verwandeln werde, soll hier nur in so weit beantwortet werden, als es uns möglich ist, auf dem Wege des Versuchs diese Veränderung der Wellen zu bestimmen.

Für die Wellen, welche eine vollkommene kreisförmige Gestalt haben, deren Wellenlinie der Breite *) sich an

*) Die Wellenlinie der Breite ist eine an der Oberfläche einer Welle so gezogene Linie, daſs sie sich mit allen Wellenlinien der Länge unter rechten Winkeln schneidet, (d. h. mit allen Linien, deren jede, die in einer horizontalen Ebene an der Oberfläche der Welle nebeneinander liegenden Puncte unter einander verbindet. Seite 206 in der Note.

allen Stellen der Welle gleich sind, findet bey der Fortbewegung durch eine überall gleichtiefe Flüssigkeit keine andere Veränderung ihrer Wellenlinie der Länge statt, als eine, welche alle Puncte einer jeden Wellenlinie der Länge in gleichem Grade in ihrer Stellung verändert, so daſs alle Wellenlinien der Länge, so weit auch die Welle fortschreitet, stets Kreise bleiben.

Will man daher in diesem Fall die gegenseitige Lage der Puncte, die eine Wellenlinie der Länge bilden, für einen gewissen Zeitpunct ihres Fortschreitens bestimmen, so kann man sich folgender aus der Erfahrung abgezogenen Regel bedienen.

Wenn sich eine kreisförmige Welle, deren Wellenlinien der Breite in allen Abschnitten der Welle gleich sind, durch eine völlig ruhige, gleichtiefe und gleichartige Flüssigkeit ungehindert fortbewegt; so schreiten alle zu einer jeden Wellenlinie der Länge gehörenden Puncte in einem jeden Zeitraume in der Richtung ihrer Normalen gleichweit und in gegenseitigem Zusammenhange fort.

Die Normale eines jeden zu einer Wellenlinie der Länge gehörenden Punctes ist aber bey einer kreisförmigen Welle immer ein Radius und dessen Verlängerung.

Man sieht daher sehr leicht ein, daſs, wenn sich alle Puncte einer Wellenlinie der Länge entweder in der Richtung der auf sie geführten Radien dem Mittelpuncte der Kreiswelle in gleichem Grade nähern, oder in der Richtung der verlängerten Radien von jenem Mittelpuncte in gleichem Grade entfernen, in jedem Falle die kreisförmige Gestalt der Kreiswelle vollkommen erhalten werden müsse.

Aber die ganze Welle verändert dem ungeachtet bey ihrem Fortschreiten ihre Höhe und Breite, und rückt auch selbst nicht in gleichen Zeiten gleichweit fort.

Man bemerkt, wenn man davon absieht, daſs die ganze kreisförmige Welle nicht in gleichen Zeiten gleichweit fortschreitet, sondern nur ihre Kreisgestalt berücksichtigt, daſs ganz dieselben Constructionen für die Kreiswellen tropfbarer Flüssigkeiten, als für die Licht- und Schallwellen gelten.

§. 152.

Allein nur zur Bestimmung der Bewegung der kreisförmigen Wellen ist jene Regel vollkommen richtig; denn nur bey diesen dehnen sich alle Abschnitte der Welle in gleichem Grade aus, oder ziehen sich in gleichem Grade zusammen, und nehmen demnach in gleichem Grade an Geschwindigkeit zu oder ab.

§. 153.

Fig. 34 *a b c* sey die Durchschnittsfläche eines Körpers, welcher in Quecksilber senkrecht eingetaucht worden ist. Es kommen hier mit dem Quecksilber die beyden langen geraden Seitenflächen, und die beyden Enden, welche durch 2 Kreisbögen, deren Mittelpuncte in *b* und *c* liegen, gleichzeitig in Berührung. Sogleich geht von dem Körper eine Welle, die genau die Gestalt des Randes des Körpers hat, aus. Schritte nun jeder Punct der Linie *x p d e f g h* in der Richtung seiner Normale gleichweit fort, so würde die Welle nach Verlauf eines Zeittheiles in *w q r s t u v* ankommen, und die Gestalt der hier verzeichneten Linie haben, so daſs *q w q* und *u v u* Kreisbögen aus *c* und *b*, *q u* aber Parallelen von *p g* wären. Da sich nun aber, wenn die Welle so fortschritte, die kleinen Theile der Welle *p x* und *g h* in die groſsen Theile *w q* und *u v* ausdehnen müſsten, während die Theile *d e* und *e f* sich, ohne sich auszudehnen, in *r s* und *s t* verwandelten, so würden die Theile *p x* und *g h* während ihres ganzen Weges sehr an Höhe abnehmen, die Theile *d e* und *e f* aber ihre vorige Höhe fast ganz behalten. Denn die Wellenstücken *p x* und *g h* nähmen, während sie nach *w q* und *u v* giengen sehr an Länge zu, *d e* und *e f* aber behielten während sie nach *r s* und *s t* giengen, ihre vorige Länge bey. Die Zunahme an Länge vermindert aber die Höhe, und dadurch die Geschwindigkeit der Wellenstücken. S. S. 192. Folglich würde hiermit auch die Geschwindigkeit von *p x* und *g h* sehr abnehmen, statt die Geschwindigkeit von *d e* und *e f* fast unvermindert bliebe. Da nun aber ungleich hohe Abschnitte einer und derselben Welle neben einander nicht bestehen können, sondern sich

in Gleichgewicht zu setzen suchen, so müfsen auch die diesen erniedrigten Abschnitten *p x* und *g h* benachbarten höheren Theile der Welle an Höhe und Geschwindigkeit verlieren, und zwar desto weniger, je weiter sie von *p x* und *g h* entfernt sind.

§. 154.

Das Gesetz in welchem Grade die Höhe und Geschwindigkeit der niedrigsten Abschnitte abnehmen, und wieviel sie dagegen durch Seitenmittheilung wieder an Geschwindigkeit und Höhe ersetzt erhalten, ist vor der Hand noch nicht aufgefunden; aber die Erfahrung lehrt, dafs die Welle, statt nach dem Verlaufe eines gewissen Zeitraums die Lage *w q r s t u v* anzunehmen, vielmehr ungefär die Gestalt *i l m n o* erhalte, so dafs sich die geraden Wellenstücken *p g* während ihres Fortschreitens gekrümmt haben, weil alle Puncte derselben in dem Grade mehr an Höhe und Geschwindigkeit verloren haben, je näher sie *p q* und *g u* gewesen sind.

Verfolgt man diese Untersuchung weiter, so kommt man auf den durch die Erfahrung vollkommen bestätigten Satz, *dafs, welche von dem Kreise abweichende Gestalt eine Welle bey ihrem Entstehen haben mag, sie doch, wenn sie ungehindert fortschreitet, der Kreisgestalt immer ähnlicher wird, je weiter sie sich fortbewegt.*

§. 155.

Indessen ist der Fehler, den man begeht, wenn man auf die theilweise Verminderung der Höhe und Geschwindigkeit der einzelnen Wellenstücke nicht Rücksicht nimmt, wenn man die Wellen nicht sehr weit verfolgt, nicht so grofs, dafs die Resultate sehr von den, die man durch Versuche über die Bewegung der Wellen erhält, abwichen.

Wir werden vielmehr in der Folge unsere Constructionen mittheilen, die wir ohne eine Berichtigung in jener Hinsicht zu machen, ausgeführt haben, und durch die grofse Uebereinstimmung derselben mit der Erfahrung den Beweis lie-

fern, daſs jene Berichtigung nur bey sehr feinen Untersuchungen nothwendig wird.

§. 156.

Wir stellten folgende Versuche in einem vierseitigen hölzernen Gefäſse mit ebenem Boden und senkrechten, 16 Zoll langen Seitenwänden an, nachdem wir in dasselbe so viel Quecksilber, daſs der Boden vollkommen bedeckt wurde, und dasselbe reichlich 2 Linien hoch stand, gethan hatten.

Taucht man in das Quecksilber einen gleichseitigen Cubus Fig. 35 *a b c d* ein, so erhebt sich das aus dem Wege gedrängte Quecksilber an den Seiten des Cubus, und bildet eine wie *a b c d* gestaltete Welle. Die Puncte der 4 mit den Seiten des Cubus parallelen Wellenstücken schreiten in der Richtung ihrer Normalen von *a d* nach *e f*, von *a b* nach *g h*, von *b c* nach *i k*, von *d c* nach *m l* fort, sind aber sogleich anfangs durch Bogenstücken verbunden, welche desto gröſser werden, je weiter die Welle fortschreitet, und deren Mittelpuncte an den Ecken des Cubus *a b c d* zu liegen scheinen; denn wie sich ein Tropfen in eine vollkommene Kreiswelle ausbreitet, so dehnt sich der von den Ecken des Cubus ausgehende Theil der Welle in einen Quadranten aus. Blieben alle diese Wellenstücken bey diesem Fortschreiten gleich hoch, so würden die 4 geraden Wellenstücken *e f*, *g h*, *i k*, *l m* immer ganz gerade bleiben, die 4 Quadranten *f g*, *h i*, *k l*, *m f*, immer vollkommen Quadranten seyn. Allein aus den so eben entwickelten Ursachen krümmen sich *e f*, *g h*, *i k*, *l m*, etwas, und die Quadranten weichen von der Kreisform etwas weniger ab, weil die Theile dieser Welle ungleich schnell fortschreiten, die Mitte der geraden Wellenstücken *e f*, *g h*, *i k*, *l m*, nämlich am schnellsten, die Mitte der Quadranten am langsamsten fortgeht.

§. 157.

Erschüttert man das groſse gleichseitige viereckige Gefäſs selbst, in welchem wir unsere Versuche anzustellen pflegten

z. B. durch einen Schlag auf den Tisch, auf dem es steht, Fig. 36, so gehen von allen Puncten des innern an das Quecksilber grenzenden Randes *a b c d* 4 geradlinige mit den Seiten des Gefäſses parallele, und ihnen an Länge entsprechende Wellenstücken *e f*, *g h*, *i k* und *l m* in einer auf die 4 Seiten des Gefäſses perpendicularen Richtung nach innen aus. Die an dem Rande des Gefäſses liegenden Enden dieser 4 Wellenstücken erscheinen durch 4 viel schwächere Kreisbögen *g i*, *l h*, *m f* und *k e* verbunden, deren Mittelpuncte in den 4 Ecken des Gefäſses zu liegen scheinen, von welchen sie ausgegangen sind. Je weiter die 4 Wellenstücken vorwärts gehen, desto gröſser werden auch die 4 Bogenstücken, welche mit ihnen unter unendlich spitzen Winkeln zusammenstoſsen. So erhielt z. B. die Welle in einem 2ten Zeitraume die Gestalt Fig 37 *e f m l h g i k*. Das §. 151 angegebene Gesetz bedarf bey diesem Versuche weit weniger einer Berichtigung, als in dem vorher behandelten Falle, weil nämlich die geraden Stücken, da sie durch unendlich spitze Winkel mit den Bogenstücken verbunden sind, und die Verbindungsstelle durch den Rand des Gefäſses unterstützt wird, den viel schneller an Höhe abnehmenden Bogenstücken wenig Flüssigkeit abtreten können, daher selbst sehr hoch und gerade bleiben, während die Bogenstücken auſserordentlich schnell an Höhe abnehmen, und dem Auge sehr schnell verschwinden, aber ihre kreisförmige Gestalt behalten. Da aber die Bogenstücken, vorzüglich in der Mitte derselben, etwas langsamer fortschreiten, als die geraden Wellenstücken, so lösen sie sich immer mehr und mehr von jenen los, bleiben aber durch den Rand immer mit ihnen in Verbindung.

Ueber die Durchkreuzung der Wellen.

§. 158.

Die auffallende Erscheinung, daſs die verschiedensten Wellen sich in den mannichfaltigsten Richtungen durchkreuzen können, ohne daſs eine die andere in der Fortsetzung ihres Weges stört, hat von je her die Aufmerksam-

keit der Physiker auf sich gezogen. Man hat daher den Versuch, wo man dadurch, dafs man 2 Körper in einiger Entfernung von einander in Wasser fallen läfst, 2 Systeme von Cirkelwellen erregt, die durch einander gehen, ohne sich zu hindern, als ein Versinnlichungsmittel angewendet, um anschaulich zu machen, wie auch die Schallwellen diese Eigenschaft besitzen. Eine genaue Erörterung dieser Erscheinung ist daher in jeder Beziehung wichtig.

Hier sind 2 Fälle zu unterscheiden. Es können nämlich entweder *a*) mehrere oder alle Abschnitte einer und derselben Welle, oder *b*) mehrere oder alle Abschnitte 2er verschiedener Wellen sich durchkreuzen, oder durch einander durchgehen. Der erstere Fall findet statt, wenn man z. B. ein mit Quecksilber gefülltes rundes Gefäfs durch einen Schlag auf den Tisch, auf dem es steht, erschüttert. Es gehen vom kreisförmigen Rande des Gefäfses Kreiswellen aus, die gegen den Mittelpunct desselben laufen, und daselbst in einem Puncte zusammentreffen, von wo sich die Wellen aber von neuem in gegen den Rand des Gefäfses fortschreitende Kreiswellen verwandeln.

In unserer Fig. 12 abgebildeten Wellenrinne kann man den 2ten Fall herbey führen, wo sich 2 Wellen, die von entgegengesetzten Seiten herkommen, gleichzeitig in allen ihren Theilen durchkreuzen, wenn man an beyden Enden der Rinne gleichzeitig 2 gleich grofse Wellen erregt, die sich dann in der Mitte der Rinne begegnen, wobey man durch die durchsichtigen Glaswände der Rinne zugleich die Aenderung der Gestalt und der innern Bewegung wahrnehmen kann. Dieses Instrument macht es uns möglich, über folgende 3 Fragen einige Auskunft zu geben:

1) Wie verändert sich die Gestalt 2er Wellen, während sie in einander fallen;
2) wie verändern sich, während der Durchkreuzung zweyer Wellen die Bahnen, in welchen die einzelnen Flüssigkeitstheilchen schwingen.
3) Aendert sich nach der Durchkreuzung der Wellen ihre Geschwindigkeit, oder findet bey der Durchkreuzung selbst ein Zeitverlust statt?

§. 159.

Wie verändert sich die Gestalt zweyer Wellen, während sie sich durchkreuzen, und wie verhält sich namentlich die Höhe der Wellen, während ihrer Vereinigung zu der Höhe der beyden einzelnen Wellen vor ihrer Durchkreuzung.

In Fig. 38 stelle *a b* einen Theil des Bodens unserer kleinen Wellenrinne dar, *c d* sey das Niveau des 2 Zoll tief stehenden Quecksilbers. Wenn nun an beyden Enden der Rinne durch das Niedersinken einer gleichgrofsen Quecksilbersäule zwey Wellen erregt wurden, und es wurde in die Mitte der Wellenrinne, den Seitenwänden derselben parallel, eine mit Mehlstaub bestäubte Schiefertafel eingesetzt, auf der das Niveau der Flüssigkeit *c d* durch einen geraden Strich bezeichnet war, so wischten die an der Tafel vorübergehenden Quecksilberwellen, bis zu der Höhe von 5 Linien über dem Striche des Niveaus, d. h. so weit als ihr Gipfel an der Schiefertafel heraufreichte, den Mehlstaub weg, so dafs der Strich, wo der Mehlstaub abgewischt war, nach oben von der geraden Linie *e f* begrenzt wurde. Ueber dieser geraden Linie der durch die einzelnen Wellen abgewischten Tafel war nun aber noch die Stelle *g h i* bemerklich, wo die beyden vorausgehenden Wellenberge durch einander durchgegangen waren, und es hatte sich also die vereinigte Welle über die Spitze der einzelnen Wellen ein Stück erhoben. Es fand sich nämlich an dem Orte *g h i* auch der Mehlstaub mit scharfer in die Höhe gebogener Grenze abgewischt. Wir haben hier diese Figur mit denselben Linien und in derselben Gröfse gegeben, wie sie sich selbst abgebildet hat.

Denselben Versuch, jedoch so, dafs das Quecksilber in der Rinne nur 1 Zoll tief stand, und auch eine weniger hohe Quecksilbersäule die Welle durch ihr Niedersinken erregte, stellt Fig. 39 dar.

Wenn aber sehr hohe Quecksilbersäulen, die nicht ganz gleich grofs sind, die Wellen bey einer so geringen Tiefe von 1 Zoll erregen, so entstehen bey der Durchkreuzung dieser Wellen äufserst steile Berge von unregelmäfsiger

Gestalt, deren 2 Abhänge nicht gleiche Neigungen haben., Fig. 40, Fig. 41, Fig. 42 und Fig. 43, sind 4 solche Wellen die sich selbst auf die beschriebene Weise bey ihrer Durchkreuzung abgebildet haben.

§. 160.

Um das Verhältnifs der Höhe der einzelnen Wellen zur Höhe der Wellen in ihrer Vereinigung zu finden, mufs man sich 2er Röhren bedienen, die gleiche Durchmesser haben, und die Versuche sehr oft wiederholen, und aus ihnen das Mittel ziehen, so wie es in folgender Tabelle geschehen ist.

Tabelle XXV.

über die Höhen zweyer Wellen, welche in der 2 Zoll P. M. mit Wasser angefüllten Wellenrinne an beyden Enden durch 2 niedersinkende Wassersäulen von 6 Zoll Höhe, 5,7 Linien Dicke erregt wurden, vor und während ihrer Durchkreuzung.

Höhe des einen Wellenbergs 18 Zoll vor dem Durchkreuzungspuncte durch einen eingesetzten, mattgeschliffenen Glasstreifen gemessen.	Höhe beyder einzelnen Wellenberge ganz in der Nähe der Kreuzungsstelle an der eingesetzten mattgeschliffenen Glastafel gemessen.	Höhe der vereinigten Wellenberge an derselben mattgeschliffenen Glastafel gemessen.
	3 Linien.	5,1 Linien.
	2,9 Linien.	4,3 Linien.
3 Linien.	2,9 Linien.	5,0 Linien.
	2,6 Linien.	4,8 Linien.
3,1 Linien.	2,4 Linien.	4,9 Linien.
3,1 Linien.	2,3 Linien.	4,3 Linien.
2,9 Linien.	2,8 Linien.	4,4 Linien.
	3,1 Linien.	4,7 Linien.
3,2 Linien.	2,7 Linien.	4,8 Linien.
	2,9 Linien.	4,8 Linien.
2,7 Linien.	2,1 Linien.	5,0 Linien.
	2,1 Linien.	4,8 Linien.
Mittel 3,0 Linien.	Mittel 2,65 Linien.	Mittel 4,74 Linien.

Aus dieser Tabelle folgt, dafs die Höhe der einzelnen 2 Wellen sich zur Höhe derselben in ihrer Vereinigung unge-

lär wie 26 zu 47 verhalte, oder dafs, wenn die Höhe jeder einfachen Welle 1,00 gesetzt wird, die Höhe der vereinigten Wellen 1,79 ist, und dafs folglich beyde Wellen in ihrer Vereinigung nicht ganz noch einmal so hoch sind, als jede Welle einzeln war.

So wie 2 sich durchkreuzende Wellenberge im Augenblicke ihres Ineinanderfallens einen einzigen viel steilern und höhern Berg darstellen, eben so vereinigen sich 2 sich durchkreuzende Wellenthäler im Augenblicke ihres Ineinanderfallens zu einem einzigen viel tieferen und jäheren Thale. Wir theilen hierüber an diesem Orte keine Erfahrungen mit, weil sich dieselbe Erscheinung noch deutlicher bey der Zurückwerfung der Wellen beobachten läfst.

§. 161.

Aufserdem läfst sich mit Augen wahrnehmen, dafs der grofse steile Berg, in welchen sich die beyden in entgegengesetzter Richtung sich begegnenden Wellenberge verwandeln, augenblicklich wieder in 2 Wellenberge theilt, die nach den beyden Enden der Wellenrinne fortschreiten, indem sie sich immer mehr von einander entfernen. Diese Theilung geschieht dadurch, dafs der grofse, steile Wellenberg von dem obersten Puncte seines Gipfels an successiv niedersinkt, auf jeder Seite seinen Fufs zum Steigen bringt. Indem der Gipfel im Niedersinken beschleunigt wird, erreicht er eine Geschwindigkeit, die ihn nicht blofs bis zum Niveau, sondern tief unter das Niveau heruntertreibt. Wenigstens bemerkt man, dafs sogleich an der Stelle, an welcher der hohe steile Berg war, ein Thal entsteht, das sich auch in 2 Thäler theilt, die den 2 Bergen nach den beyden entgegengesetzten Richtungen nachlaufen. Kurz man bemerkt, dafs 2 Wellenberge, und hinter ihnen 2 Wellenthäler von dem Puncte der Durchkreuzung nach den Enden der Rinne sich bewegen, und kommt auf den ersten Anblick in Zweifel, ob die 2 Wellenberge und 2 Wellenthäler an einander wie 2 elastische Kugeln, die sich in entgegengesetzter Richtung begegnen, abgeprallt seyen, und nun nach derselben Richtung zurückkehren, von der

sie hergekommen sind, oder ob die 2 Wellenberge und 2 Wellenthäler durch einander, ohne sich zu stören, durchgegangen sind, und dann ihre vorige Richtung verfolgt haben. Die Flüssigkeit selbst, aus welcher die Wellen bey ihrer Begegnung bestehen, geht nicht durch einander durch, so wie überhaupt die Flüssigkeit, aus der eine Welle besteht, niemals sich in der Richtung bewegt, in der die Welle fortgeht, zu deren Bildung sie beytrug. Nur die *Formen* der Wellen gehen durch einander durch. Es ist daher ganz gleichgültig ob man diesen Vorgang als ein Abprallen der Wellen von einander, oder als ein Durcheinandergehen der Wellenformen ansieht.

So viel ist gewifs, dafs die Wellenberge und Wellenthäler nach dem Aufeinanderstofsen der Wellen in der Lage zu einander sind, als ob die Wellen durch einander gegangen wären, ohne sich zu stören, und ohne die vorige Richtung abzuändern. Denn waren die Wellen, ehe sie sich trafen, so beschaffen, dafs der Wellenberg voraus gieng, und das Wellenthal nachfolgte, so hat auch die Welle, die nach dem Aufeinanderstofsen der Wellen in derselben Richtung fortgeht, diese Gestalt. Waren dagegen die Wellen, bevor sie sich trafen, sobeschaffen, dafs das Thal den vorausgehenden Theil derselben bildete, und der Berg nachfolgte, so haben auch die Wellen, welche nach dem Aufeinanderstofsen in derselben Richtung fortschreiten, dieselbe Einrichtung. War der eine der zusammentreffenden Wellenberge höher, so verhalten sich die 2 Wellenberge, in die sich der aus beyden vereinigte trennt, so, als ob der höhere und der tiefere Wellenberg seinen Weg ungestört fortgesetzt hätte, und durch den andern hindurchgegangen wäre. Gerade so, wie wenn 2 gleichgrofse elastische Kugeln in entgegengesetzter Richtung mit ungleicherGeschwindigkeit zusammenstofsen, beyde ihre Kräfte umtauschen, so dafs in derselben Richtung, in welcher sich vor dem Zusammenstofsen eine von beyden geschwinder bewegte, auch nach dem Zusammenstofsen die geschwindere Bewegung statt findet, und man daher, wenn man von dem Stoff der Kugeln absieht, auch ge-

sagt werden könnte, dafs die Kugeln ihrer Geschwindigkeit nach durch einander durchgiengen. Ob nun hierbey ein Abprallen der Wellen von einander, oder ein Durcheinandergehen derselben ohne sich zu stören statt finde, darüber mufs uns die Beobachtung der Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen im Innern an der Stelle, wo 2 Wellen auf einander treffen, Aufklärung verschaffen.

§. 162.

Wie verändert sich während der vollkommenen Durchkreuzung 2er Wellen die Gestalt der Bahnen, in den sich die einzelnen Theilchen der Flüssigkeit bewegen, die die beyden sich durchkreuzenden Wellen bildet.

Unsere kleinere Wellenrinne wurde 2 Zoll P. M. tief mit Wasser angefüllt. An beyden Enden derselben wurde dicht an den Bretern, welche die Rinne an ihren Enden schliefsen, eine 5,7 Linien im lichten Durchmesser messende Röhre mit ihrer Mündung dicht unter das Niveau senkrecht eingetaucht, das Wasser hierauf 6 Zoll hoch in die Höhe gehoben, und wenn die Flüssigkeit in der Rinne vollkommen zu Ruhe gekommen war, gleichzeitig in beyden Röhren fallen gelassen. Die so erregten Wellen trafen in der Mitte der Rinne in entgegengesetzter Richtung auf einander. Hierauf wurde mit einem einfachen Mikroskope die Bewegung der kleinen, im Wasser schwebenden Theilchen, die gleiches specifisches Gewicht als das Wasser hatten, beobachtet. Es ergab sich, dafs, wenn man an der Stelle beobachtete, über der senkrecht der Gipfel der grofsen steilen Welle lag, die durch die Vereinigung der 2 sich kreuzenden Wellen entstand, die Theilchen sich senkrecht aufwärts, und in derselben geraden Linie wieder abwärts bewegten. (Man sehe Fig. 44 *a.*) Beobachtete man dagegen, indem man sich Zoll für Zoll von dieser Stelle entfernte, an den Orten, über welchen senkrecht, während der Vereinigung der 2 sich durchkreuzenden Wellen, die Seitentheile und der Fufs der grofsen, steilen, vereinigten Welle lagen, so sahe man bey *b c d e f g*, dafs die Theilchen gleichfalls eine einer geraden Linie sich nähernde Bahn

nach aufwärts, und wieder zurück nach abwärts durchliefen, dafs aber die Lage dieser geradlinigen Bahnen desto mehr von der senkrechten abwich, und also eine desto schiefere war (indem das untere Ende dieser Bahnen dem Fufse, das obere dem Gipfel der vereinigten Welle näher lag), je entfernter vom Gipfel und je näher am Fufse der vereinigten Welle die Beobachtung angestellt wurde.

An keiner dieser Stellen durchliefen also die kleinen Flüssigkeitstheilchen ihre gewöhnlichen kreisförmigen oder elliptischen Bahnen. Diese Bahnen, welche in beyden Wellen eine entgegengesetzte Richtung gehabt hatten, beschränkten sich vielmehr gegenseitig hinsichtlich ihrer horizontalen Richtung, und zwar so, das da, wo wie bey *a* sich gleich hohe Abschnitte beyder Wellen bey der Durchkreuzung trafen, oder mit andern Worten, wo der Einflufs der beyden in entgegengesetzter Richtung heranrückenden Wellen auf die Flüssigkeitstheilchen gleich grofs war, die horizontale Bewegung völlig aufgehoben wurde, und nur eine senkrechte Bewegung übrig blieb, dagegen aber, wo wie bey *g f*, *d e* und *b c* sich ungleich hohe Wellenstücken trafen, nur ein Theil der horizontalen Bewegung nach der Richtung, in der das höhere Wellenstück fortschreiten wollte, mit der senkrechten Bewegung verbunden blieb.

Wenn aber die beyden sich treffenden Wellen die horizontale Bewegung ihrer einzelnen Flüssigkeitstheilchen gegenseitig beschränken, so verstärken sie umgekehrt die senkrechte Bewegung derselben, die sichtbar viel gröfser wird, als sie an den Flüssigkeitstheilchen der einzelnen Wellen wahrgenommen wird. Die Wellen werden dadurch äufserst schmal und hoch, oder steil. Die Flüssigkeitstheilchen beyder Wellen gehen daher weder in entgegengesetzter Richtung durch einander durch (wobey sie ihre horizontale Bewegung beybehalten würden), noch prallen sie von einander ab, (wobey die Flüssigkeitstheilchen eine horizontale Bewegung in entgegengesetzter Richtung erhalten müfsten), sondern die horizontale Bewegung der Flüssigkeitstheilchen beyder Wellen erzeugt ein Ausweichen der

Flüssigkeit in der einzigen Richtung, in der noch ein Ausweichen möglich ist, in der senkrechten, und verstärkt dadurch die senkrechte Bewegung der Flüssigkeitstheilchen ungemein. Wenn die vereinigten Wellenberge zu der Höhe, und die vereinigten Wellenthäler zu der Tiefe gestiegen sind, die sie erreichen können, tritt in den Bergen nach einer augenblicklichen Ruhe ein Sinken in den Thälern ein Steigen ein.

Wir würden die Winkel, welche die senkrecht gewordenen Bahnen der einzelnen Flüssigkeitstheilchen mit dem Niveau der Flüssigkeit machen, an verschiedenen Stellen gemessen haben, wenn es sich bewirken liefse, dafs sich die beyden erregten Wellen immer genau an einer bestimmten Stelle träfen, was sich aber nicht in dem Grade erreichen liefs, als es zu solchen Messungen nothwendig gewesen wäre.

§. 163.

Hier mufs nun noch auf eine Erscheinung aufmerksam gemacht werden, die davon abzuhängen scheint, dafs durch die angewendete Methode niemals blofs 2 Wellen, sondern 4 bis 5 Wellen erregt werden, die sich alle nach und nach in jener Gegend der Wellenrinne durchkreuzen. Man sieht nämlich, dafs jedes Flüssigkeitstheilchen sich nicht blofs einmal nach aufwärts, und wieder zurück nach abwärts bewegt, sondern dafs es diese Bahn, die aber immer kleiner wird, wiederholt 3 bis 4 mal zurücklegt. Die Theilchen, die unter dem Gipfel der grofsen vereinigten Welle liegen, behalten auch bey allen diesen wiederholten Bewegungen die senkrechte Richtung bey, und durchlaufen die kleiner werdenden Bahnen in immer kürzerer Zeit. Die Flüssigkeitstheilchen dagegen, die unter den Seitentheilen, oder unter dem Fufse der grofsen vereinigten Welle sich befinden, wiederholen ihren Lauf in solchen Bahnen, die in dem Grade mehr geneigt werden, je kleiner sie sind.

§. 164.

Aendert sich nach der Durchkreuzung der Wellen ihre Geschwindigkeit, und findet während der Durchkreuzung selbst ein Zeitverlust statt?

Unsere Versuche lehren, dafs wenn die Wellen unter den so eben angegebenen Umständen erregt wurden, allerdings ein kleiner Zeitverlust in Folge der Durchkreuzung statt fand.

Wir mafsen die Zeit, in welcher eine Welle, die durch eine 6 Zoll hohe, 5,7 Linien dicke cylindrische niedersinkende Wassersäule erregt wird, unsere kleinere Wellenrinne bey 2 Zoll Tiefe des darinne befindlichen Wassers durchläuft, und verglichen damit die Zeit, welche eine genau ebenso erregte Welle braucht, wenn sie sich unterwegs mit einer gleichgrofsen Welle durchkreuzt hat.

§. 165.

Folgende Tabelle enthält hierüber die Resultate unserer Versuche.

Tabelle XXVI.

über den Zeitverlust, wenn sich 2 durch das Niedersinken einer 6 Zoll hohen, 5,7 Linien dicken Säule in 2 Zoll tiefer Flüssigkeit an den beyden Enden unsrer kleinen Wellenrinne erregte Wellen in der Mitte derselben durchkreuzen.

	Eine einzelne, sich nicht mit einer zweiten durchkreuzende Welle durchlief den 5 Fufs 4 Zoll 3 Linien langen Raum der Wellenrinne in einer Zeit von	Eine gleich grofse Welle durchlief denselben Raum, wenn sie sich unterwegs mit einer gleichgrofsen W. durchkreuzte, in einer Zeit von
Beobachtungen.	2 Sec. 20 Tert.	2 Sec. 24 Tert.
	2 — 18 —	2 — 18 —
	2 — 22 —	2 — 22 —
	2 — 16 —	2 — 28 —
	2 — 14 —	2 — 28 —
	2 — 14 —	2 — 26 —
	2 — 16 —	2 — 24 —
	2 — 14 —	2 — 24 —
	2 — 17 —	2 — 22 —
	2 — 18 —	
Mittel	2 Sec. 17 Tert.	2 Sec. 24 Tert,

Die Wellen, die sich unterwegs mit einer gleichgrofsen Welle durchkreuzten, brauchten folglich 7 Tertien

mehr Zeit, um die ganze Länge der Wellenrinne zu durchlaufen, als die gleichgrofsen Wellen, welche, ohne sich mit anderen zu kreuzen, diesen Weg zurücklegten.

Glaubte man, dafs dieser Zeitverlust nicht von einem Aufenthalte der Welle während ihrer Durchkreuzung herrühre, sondern von einer Veränderung der Welle selbst, welche nun nach ihrer Durchkreuzung mit einer geringeren Geschwindigkeit vorwärts schritte; so würde man annehmen müfsen, dafs eine solche Welle, welche sich durchkreuzt habe, in 1 Secunde nur einen Raum von 25 Zoll 6,5 Linien zurücklege, während eine gleichgrofse Welle, die sich nicht durchkreuzt habe, in derselben Zeit 28 Zoll 1,7 Linien vorwärts schreite. Allein diese ganze Ansicht ist unerwiesen und unwahrscheinlich.

Man sieht vielmehr bey genauer Ueberlegung ein, dafs während der Durchkreuzung selbst ein Zeitverlust statt finden müfse, und dafs vielleicht die ganze Verlangsamung der Welle von diesem augenblicklichen Zeitverluste hergeleitet werden könne, ohne dafs die Geschwindigkeit der Wellen, mit der sie nach ihrer Durchkreuzung fortschreiten, geringer werde.

Wenn man nämlich bedenkt, dafs irgend ein Theil jeder Welle, während sich ihre Flüssigkeitstheilchen in kreisförmigen oder elliptischen Bahnen bewegen, und die Welle ungestört fortrückt, immer in einer beschleunigten Bewegung bleibt, dafs dagegen die Theilchen während der Durchkreuzung der Welle in einer mehr oder weniger senkrechten Richtung sich auf und ab zu bewegen genöthigt sind, und dafs es hier, während alle Flüssigkeitstheilchen eines Wellenberges in die Höhe steigen, und theils ihre horizontale Bewegung verlieren, theils in ihrer senkrechten Bewegung von der Schwere retardirt werden, einen Zeitpunct geben müsse, wo die horizontale und senkrechte Bewegung der ganzen Welle *o* ist, und dafs sie folglich von diesem Zeitmomente an von der Ruhe ab durch Sinken von neuem in eine beschleunigte Bewegung gerathen müssen; so scheint hieraus zu folgen, dafs bey einer Durch-

kreuzung zweyer gleichgrofsen Wellen so viel Zeit verloren gehe, als der Verlust der beschleunigten Bewegung während der Vereinigung der Wellen herbeyführt, dafs aber die Flüssigkeit der Welle nach ihrer Durchkreuzung ihre vorige beschleunigte Bewegung, und folglich auch ihre vorige Geschwindigkeit mit Abzug dessen, was die Reibung an den Wänden der Rinne davon hinwegnimmt, wieder erhalte.

Der Zeitverlust von 7 Tertien würde aber auch keineswegs von einer einmaligen Durchkreuzung, sondern von der mehrmals wiederholten Durchkreuzung abzuleiten seyn, die die Welle bey ihrem Durchgange durch die Wellenrinne erfährt. Denn es werden durch die angewendete Methode mehrere Wellen hinter einander erregt, nicht eine einzige, und mit allen diesen Wellen kreuzt sich die erste vorangehende Welle, ehe sie das entgegengesetzte Ende der Wellenrinne erreicht. Der Zeitverlust, der bey einer einzigen Durchkreuzuug 2er gleichgrofsen Wellen statt fände, würde daher durch Versuche nicht wohl ausgemittelt werden können.

Hiermit sind aber noch nicht alle bey der Durchkreuzung statt findende Erscheinungen erörtert. Es gehen nämlich während der Durchkreuzung auch der Wellenberg und ein Wellenthal durch einander durch, wobey die merkwürdige Erscheinung der Interferenz entsteht. Wir verweisen hinsichtlich der Auseinandersetzung des ganzen Vorgangs des Durcheinandergehens der Wellen auf die folgenden §§. die über die Zurückwerfung der Wellen handeln, welche auf ähnlichen Ursachen als die Durchkreuzung beruht.

§. 166.

Ueber die Zurückwerfung der Wellen.

Der einfachste Fall der Zurückwerfung der Wellen, der sich daher vorzüglich eignet, die die Zurückwerfung begleitenden Erscheinungen zu erforschen, ist der, den wir in unserer Wellenrinne herbeyführen, wenn wir an dem

einen Ende der Wellenrinne eine Welle durch das Niedersinken einer Flüssigkeitssäule von bestimmter Gröſse erregen, welche eine nicht gröſsere Länge hat, als der Queerdurchmesser der Wellenrinne beträgt, und deren Länge sich auch während des Fortganges der Welle nicht verändert. Diese Welle stöſst, wenn sie an dem andern Ende der Rinne ankommt, vertical auf die Ebene des senkrechten Bretes, daſs die Wellenrinne daselbst schlieſst.

Die ankommende Welle besteht aus 2 Theilen, aus einem vorausgehenden Wellenberge, und einem nachfolgenden Wellenthale. Sie wird nun so zurückgeworfen, daſs sie in der entgegengesetzten Richtung nach dem Ende der Wellenrinne zurückkehrt, von dem sie ausgegangen war.

Diese Zurückwerfung unterscheidet sich aber von der Zurückwerfung einer elastischen Kugel, die von einer Ebene zurückprallt, dadurch auffallend, daſs die beyden Theile der Welle, der Wellenberg und das Wellenthal, in ihrer Lage umgekehrt werden, statt die beyden Hälften einer abprallenden elastischen Kugel in der Lage bleiben, in der sie waren, ehe die Kugel anprallte.

Wenn die Welle *a b c* Fig. 45 in der Richtung des Pfeiles 1 nach der brechenden Ebene *f g* auf dem Niveau *d e* fortschreitet, so liegt ihr Wellenberg *a b* der brechenden Ebene *d g* näher, als ihr Wellenthal *b c*. Ist die Welle aber zurückgeworfen, so hat sie die Gestalt *a′ b′ c′* angenommen, und schreitet in der Richtung des Pfeiles 2 fort. Aber das Wellenthal und der Wellenberg haben ihre Lage verkehrt, denn der Wellenberg *a′ b′* liegt nun von der brechenden Ebene entfernter, als das Wellenthal *c′ d′*.

Prallt dagegen die bey *b* Fig. 46 mit einem schwarzen Flecke bezeichnete Kugel *a b* in der Richtung des Pfeiles *e* ohne sich zu drehen an der Ebene *c d* an, und zwar so, daſs der Fleck *b* von dieser Ebene entfernter liegt, als der Punct *a*, so kehrt sie auch in der Richtung *f* davon zurück, aber der Fleck *b′* liegt noch immer entfernter von der Ebene *c b*, und die Hälften der Kugel haben sich beym Abprallen nicht verkehrt.

Folglich geht der Wellenberg und das Wellenthal, die zusammen eine Welle ausmachen, während der Zurückwerfung der Welle, durch einander durch.

Wir wollen hier zuerst eine Darstellung geben, wie sie hervorgeht, wenn man den Fortgang der Welle construirt, und auf das Zusammenfallen der Wellenberge und Wellenthäler Rücksich nimmt. Fig. 47 *g f* sey die Oberfläche der Flüssigkeit, *i k* die zurückwerfende Ebene z. B. am einen Ende unserer Wellenrinne, *a b c d e* eine in der Richtung des Pfeils gegen die zurückwerfende Ebene senkrecht anlaufende Welle, deren Wellenberg *c d e* vorausgeht, deren Wellenthal *a b c* nachfolgt. No. 1 bis No. 5 machen die Verwandlungen der Gestalt anschaulich, welche der Wellenberg und das Wellenthal bey der Zurückwerfung während 5 gleicher Zeiträume erfahren, wenn jeder Zeitraum so grofs ist, dafs der Wellenberg oder das Wellenthal darinne um so viel als seine halbe Breite beträgt, fortschreiten. Im 2ten Zeitraume (2) ist der Wellenberg *c d e* an die zurückwerfende Ebene angeprallt. Die vordere und hintere Hälfte dieses Wellenbergs sind dadurch zusammengefallen, und der Wellenberg dadurch halb so breit, aber fast noch einmal so hoch geworden, das Wellenthal ist um seine halbe Breite, ohne seine Gestalt zu verändern, fortgeschritten. Im 3ten Zeitraume (3) rückt der Wellenberg wieder um seine halbe Breite in der umgekehrten Richtung nach *g* zu fort, und erhält dadurch die geringere Höhe und gröfsere Breite, die er im 1ten Zeitraume hatte, wieder; da nun aber unterdessen auch das Wellenthal bis *f* fortgegangen ist, so fallen der Wellenberg *c d e* und das Wellenthal *a b c* in umgekehrter Richtung fortschreitend an einem Orte zusammen, so dafs sie sich gegenseitig durch Interferenz auf einen Augenblick vernichten, und die Oberfläche der Flüssigkeit für einen Moment eben wird, weil der durch das Wellenthal durchgehende Wellenberg das Wellenthal gerade ausfüllt. Aus diesem Grunde sind hier der Wellenberg und das Wellenthal nur punctirt dargestellt worden. Im 4ten Zeitraume (4) ist der Wellenberg *c d e* in der Richtung

nach *g*, das Wellenthal *a b c* in der Richtung nach *f* zu fortgeschritten, und Wellenberg und Wellenthal hat sich daher wieder getrennt. Das Wellenthal ist aber zugleich an *i k* angeprallt, und die vordere Hälfte mit der hintern Hälfte in eins zusammengefallen; und daher das Thal halb so breit und fast noch einmal so tief geworden. Im 5ten Zeitraume ist die Abprallung vollendet worden. Das Thal hat seine ursprüngliche Gestalt wieder, und läuft dem Berge in der Richtung nach *g* nach.

Ganz so ist auch der Hergang, wenn das Wellenthal der vorausgehende Theil einer Welle ist, und man braucht die gegebenen Figuren nur verkehrt anzusehen, um sie zur Erläuterung dieses Hergangs zu benutzen.

Die gegebene Darstellung bestätigt sich auf das vollkommenste durch die Anschauung und durch besonders für diesen Zweck angestellte Versuche. Man bemerkt schon mit bloſsen Augen, daſs ein Wellenberg, indem er an der zurückwerfenden Ebene zurückprallt, viel höher und viel schmäler wird, als er zuvor war, daſs umgekehrt ein Wellenthal unter den nämlichen Umständen viel schmäler und tiefer wird. Besondere Messungen mit dem Federcirkel, oder auch mit einem senkrecht in die Wellenrinne am Ende eingesetzten mattgeschliffenen Glasstreifen erhoben diese Thatsache über allen Zweifel. Wir erregten gleich hohe Wellen durch das Niedersinken gleich hoher und dicker Wassersäulen an dem einen Ende unserer Wellenrinne, und maſsen am anderen in einiger Entfernung von der zurückwerfenden Ebene die Höhe der erregten Wellenberge, und die Tiefe der Wellenthäler kurz vor ihrer Anprallung, indem wir die eine Spitze des Cirkels an eine Linie der Glaswand der Wellenrinne, welche dem Niveau der Flüssigkeit entsprach, ansetzen, den andern Schenkel, bey gleichförmig wiederholten Versuchen aber so lange weiter oder enger stellten, bis die Entfernung der Cirkelspitzen von einander der Höhe des Wellenbergs über dem Niveau, oder die Tiefe des Wellenthals unter dem Niveau genau entsprach. Ebenso verfuhren wir bey der Messung der Höhe des Wellen-

bergs oder der Tiefe des Wellenthales während der Anprallung in der Nähe der zurückwerfenden Ebene. Folgendes sind die Resultate die wir hierdurch erhielten:

Tabelle XXVII.

über den Unterschied der Höhe eines Wellenbergs vor und während seiner Zurückwerfung, so wie auch über den Unterschied der Tiefe eines Wellenthales vor und während seiner Zurückwerfung.

Höhe des Wellenbergs, der dadurch erregt wurde, dafs eine 8 Zoll hohe 5,7 Linien dicke Wassersäule an dem einen Ende der kleinen Wellenrinne bey 2 Zoll Tiefe niedersank, während die Röhre 1 Lin. tief eingetaucht war.		Tiefe des Wellenthales das durch in die Höhe heben einer eben so hohen Wassersänle in einer Glasröhre von gleichem Durchmesser erregt wurde, während die Röhre 1 Zoll tief eingetaucht war.	
vor der Zurückwerfung.	Während der Zurückwerfung.	Vor der Zurückwerfung.	Während der Zurückwerfung.
2,83 Lin.	4,7 Lin.	1,43 Lin.	2,5 Lin.

Man sieht aus diesen Versuchen, dafs ein Wellenberg während seines Anprallens fast noch einmal so hoch werde, als er vor dem Anprallen war, und dafs dasselbe von der Tiefe des Wellenthals gelte, die in dem Augenblicke, wo das Wellenthal an der zurückwerfendenEbene anprallt, fast noch einmal so grofs wird, als sie vorher war, während das Thal sich noch in einer Entfernung von 12 Zollen von der zurückwerfenden Ebene befand. Man vergleiche hiermit die Versuche, welche über die Erhöhung der Wellenberge während ihres Durcheinandergehens von uns §. 160 Tabelle XXV mitgetheilt worden sind, und man wird sich überzeugen, dafs es derselbe Vorgang unter etwas veränderten Umständen ist. Dort verhielt sich die Höhe des Wellenbergs vor der Zurückwerfung zu der während der Zurückwerfung wie 2,65 : 4,74. Die Resultate liegen einander sehr nahe, die Methoden der Beobachtung sind aber verschieden, denn in §. 160 wurde die Höhe der Welle mit einem eingesetzten mattgeschliffenen Glasstreifen, hier mit dem Cirkel gemessen.

Es kam uns sehr darauf an eine Methode zu finden, durch welche man den Zustand der Welle in dem Augen-

blicke, wo Berg und Thal während der Abprallung durch einander durchgehen, noch sichtbarer zu machen, als er mit bloſsen Augen und ohne besondere Hülfsmittel ist.

§. 167.

Wir erregten zu diesem Zwecke eine Welle, deren Thal vorangieng und deren Berg nachfolgte, indem wir in derselben Glasröhre, mit der die letzten Versuche gemacht waren, an dem einen Ende der Rinne Wasser plötzlich in die Höhe zogen und fest hielten.

An dem andern Ende der Rinne hatten wir eine mattgeschliffene rechtwinklich geschnittene Glasplatte in die Flüssigkeit eingetaucht, aber noch nicht bis auf den Boden eingesetzt, sondern so gehalten, daſs sie augenblicklich auf den Boden senkrecht herabgelassen, und wieder in die Höhe gehoben werden konnte. Wir übten uns nun die Glasplatte in dem Momente herabzulassen und wieder senkrecht herauszuziehen, wo die erregte Welle abprallte, und es gelang uns diesen Moment oft so genau zu treffen, daſs sich die entstandene Interferenz oder augenblickliche Ausfüllung des Wellenthals durch den Wellenberg, und die dadurch für einen Augenblick entstehende Vernichtung beyder, auf der Glasplatte abbildete. Der hinter dem Wellenthale herkommende Wellenberg hatte nämlich an dem vom Ende der Rinne am weitesten abstehenden Ende der mattgeschliffenen Glasplatte, indem er die Glasplatte so hoch als sein Gipfel heraufgereicht hatte, naſs machte, seine eigne Höhe angezeigt. An der ganzen Stelle aber, wo der Wellenberg und das Wellenthal bey der Abprallung durch einander durchgegangen waren, wurde der von dem Wellenberge über der Linie des Niveau an der Tafel erzeugte nasse Streifen immer schmäler und verschwand endlich ganz, so daſs die Tafel in der Nähe von reichlich 8 Zollen von der zurückwerfenden Ebene nicht höher herauf, naſs geworden war, als bis zur Höhe zu der das Niveau gereicht hatte. Wir haben uns sogar überzeugt, daſs die bis auf den Boden der Rinne eingetauchte Tafel an dieser Stelle, wenn das Wellenthal der erregten Welle

gröfser als der Wellenberg war, selbst unter dem Striche, bis zu welchem das Niveau eigentlich reicht, trocken blieb, so dafs während des Ineinanderfallens des Wellenbergs und Wellenthales, der Wellenberg nicht nur allein für einen Augenblick vernichtet wurde, sondern dafs sogar an dieser Stelle, die der Wellenberg und das Wellenthal gleichzeitig einnahmen, ein kleines Thal blieb.

Dasselbe beobachtet man auch in unserer Wellenrinne mit blofsen Augen. Ist nämlich der vorausgehende Wellenberg bis an die zurückwerfende Ebene gekommen, so sieht man, dafs die Flüssigkeit, während der Wellenberg durch das Wellenthal durchgeht, eine Bewegung macht, die der ähnlich ist, wie wenn ein 2armiger Hebel sich um seinen Drehpunkt dreht. Der ruhige Punct der Oberfläche, der sich hierbey nicht hebt und senkt, liegt ungefär 8 Zoll von der zurückwerfenden Ebene. So wie nun ein 2armiger Hebel bey seiner Drehung in die Lage kommt, wo er vollkommen horizontal liegt, eben so kommt die Oberfläche der Flüssigkeit für einen Moment an der Stelle, wo der Wellenberg und das Wellenthal durch einander durchgehen, in die Lage, wo sie vollkommen eben ist.

Die an der Oberfläche im Wasser schwebenden Theilchen, welche sich in der Nähe der zurückwerfenden Ebene während der Zurückwerfung der Wellen aufwärts und sogleich wieder abwärts bewegen, bewegen sich an dem Orte, wo die Interferenz statt findet, aufwärts, dann etwas weniges abwärts, beharren dann in dieser Höhe, indem sie sich nur etwas horizontal hin und her bewegen, und sinken erst dann vollends eben so tief herab, als andere Puncte, die nicht in der Interferenz liegen, gleich anfangs nach ihrem aufwärts Steigen herabstiegen. Bey den Puncten, welche nicht in der Mitte der Interferenz, aber doch in der Interferenz liegen, ist diefer Aufenthalt während des Fallens um so weniger merklich je weiter sie vom vollkommenen Interferenzpuncte entfernt liegen.

Man kann die Messung der Entfernung, in der der Interferenzpunct vom Ende der zurückwerfenden Ebene liegt, benutzen um die Breite der erregten Wellen ungefähr zu bestimmen, ja diese Bestimmung würde sehr genau seyn, wenn das Wellenthal und der Wellenberg, die bey der Zurückwerfung der Welle durch einander gehen, immer gleich groſs (breit und hoch oder tief) wären. Aus Fig. 47 No. 2, 3 und 4 sieht man, daſs der Ort, wo die Interferenz zuerst in No. 2 anfängt, in *e c* liegt, daſs er, wo sie in No. 4 am längsten dauert *a c* ist, und daſs *e c* in No. 2 genau ebenso weit von der zurückwerfenden Ebene *k i f* entfernt ist, als *ac* in No. 4. In dieser Entfernung, wo also die Interferenz zuerst anfängt, und zuletzt endigt, ist sie am vollkommensten und daher auch am deutlichsten. Sind nun der Wellenberg und das Wellenthal, die sich während ihrer Zurückwerfung durchkreuzen, gleich groſs; so muſs die Entfernung dieses Punctes von *k i f* gerade so groſs seyn, als der 4te Theil der Breite der Welle. Kennt man daher diese Entfernung des Indifferenzpunctes von *k i f*, so weiſs man auch die Breite der Welle die 4 mal so groſs ist, vorausgesetzt, daſs der Wellenberg und das Wellenthal gleich groſs sind. Ob nun gleich der Wellenberg und das Wellenthal der ersten Welle, die man durch das Niederfallen einer Flüssigkeitssäule erregt, nicht ganz gleich groſs sind, sondern die gleichförmige Gröſse beyder erst bey den nachfolgenden Wellen statt findet, so hat doch diese Bestimmungsart der Breite der Welle Genauigkeit genug, um einige interessante Sätze dadurch zu begründen.

Tabelle XXVIII.

über die Lage des vollkommensten Interferenzpunctes des durch das Wellenthal während der Zurückwerfung hindurch gehenden Wellenberges, wenn die Wellen in der kleinen Wellenrinne durch das Niedersinken einer 8 Zoll hohen 5,7 Linien dicken Wassersäule erregt wurden.

	Tiefe des Wassers in der Wellenrinne.	Tiefe bis zu welcher die Röhre, mit der die Welle erregt wurde, eingetaucht war.	Entfernung des Interferenzpunctes vom Ende der Rinne.	Gefolgerte Breite der Welle.
Wenn die Welle am einen Ende der Wellenrinne erregt wurde.	6 Zoll.	dicht unter der Oberfläche.	11 Zoll.	44 Zoll.
	6 —	2 Zoll.	14 —	56 —
	5 —	dicht unter der Oberfläche.	$9\frac{3}{4}$ —	39 —
	4 —		$8\frac{3}{4}$ —	35 —
	3 —		$7\frac{1}{2}$ —	30 —
	2 —		$6\frac{1}{4}$ —	25 —
	1 —		$2\frac{1}{2}$ —	10 —
Wenn die Welle in d. Mitte der Wellenrinne erregt wurde.	6 —	dicht unter der Oberfläche.	7 —	28 —
	6 —	2 —	9 —	36 —

1) Man sieht aus dieser Tabelle, daſs Wellen in seichter Flüssigkeit erregt bey weiten schmäler sind, und während ihres Fortschreitens schmäler bleiben, als Wellen die unter denselben Umständen in tiefer Flüssigkeit erregt worden sind.

2) Daſs die Wellen während ihres Fortschreitens an Breite zunehmen. Denn eine Welle, die nur die Hälfte der Rinne durchlaufen hatte, war 28 Zoll breit, während eine, welche die ganze Wellenrinne durchlaufen hatte, und fast

unter denselben Verhältnifsen erregt worden war, 44 Zoll breit war.

3) dafs die Wellen breiter werden, wenn sie so erregt werden, dafs die Glasröhre, in der die Wellen erregende Wassersäule niederfällt, tiefer in die Flüssigkeit eingetaucht wird, dagegen schmäler werden, wenn die Glasröhre weniger tief eingetaucht wird, so dafs eine sonst auf dieselbe Weise erregte Welle 56 Zoll breit war, wenn die Glasröhre 2 Zoll tief eingetaucht wurde, 44 Zoll breit wurde, wenn die Glasröhre die Oberfläche nur so eben berührte.

Will man die auf diesem Wege bestimmte Breite der Wellen mit dem Resultate vergleichen, das man erhält, wenn man die Breite der Wellen, aus der Zeit, in der ein Flüssigkeitstheilchen seine Schwingungsbahn einmal durchläuft, berechnet, so vergleiche man hiermit §. 119 Tabelle VII.

Es ist die Intsrferenz die interessante Erscheinung, welche Young zuerst hypothetisch bey den Lichtwellen angenommen, und mit dem Namen Interferenz bezeichnet hat, und die neuerlich von Hrn. Fresnel und Frauenhofer durch sehr scharfsinnig erdachte und äufserst genau ausgeführte Versuche beym Lichte wahrscheinlich gemacht worden ist.

Bey tropfbaren Flüssigkeiten kann sie dem Auge selbst dargestellt, und ihr wirkliches Vorhandenseyn gegen jeden Zweifel gerechtfertigt werden.

Um zu sehen, welche Abänderung die Gestalt eines Wellenberges und Wellenthales successiv erfährt, während sie bey der Zurückwerfung oder bey der Begegnung zweyer Wellen durch einander durchgehen, kann man folgende Methode anwenden. Fig. 48 No. 1 *a b c d e* und *f g h i k* sind 2 Wellen, die sich in der Richtung der beygesetzten Pfeile begegnen. In No. 2 ist jede Welle nur $\frac{1}{16}$ ihrer Breite fortgerückt, so dafs der Berg und das Thal dieser 2 Wellen in $\frac{1}{4}$ ihrer Breite in einander fallen. Um nun zu sehen, welche Gestalt die Wellen in diesem Zeitmo-

mente habe, errichte man die Perpendikel $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$ auf der Linie *A B*, die das Niveau der Flüssigkeit darstellt. Zieht man nun den Theil der Perpendikel, der unter die Linie *A B* fällt, und den Theil der über sie fällt, als negative und positive Gröfsen von einander ab, so erhält man die wirkliche Lage der Puncte der Oberfläche an diesen Stellen. Bey No. 3 decken sich Berg und Thal in der Hälfte ihrer Breite, und jede Welle ist um $\frac{2}{16}$ ihrer Breite fortgerückt. Man zieht wieder die über und unter die Linie *A B* fallenden Theile der Perpendikel $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$, $\vartheta\lambda$, $\mu\nu$ von einander ab. Fährt man so fort, so erhält man die in Fig. 49 No. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dargestellten Umrifse der durcheinander durchgehenden 2 Wellen. Ganz auf dieselbe Weise kann man auch den Vorgang bestimmen, wie der Berg und das Thal einer und derselben Welle durch einander durchgehen.

§. 168.

Welche Abänderung der Gestalt und Richtung erfahren die Bahnen, in welchen sich die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bewegen, bey der Abprallung der Wellen?

Die Bahnen erleiden hier dieselbe Abänderung, welche bey der Durchkreuzung 2er Wellenberge statt findet, und die oben §. 162 schon ausführlich auseinander gesetzt worden ist.

Es mag eine Welle, bey der der Berg oder das Thal der vorausgehende Theil ist, anprallen und zurückgeworfen werden, so besteht immer die wesentlichste und deutlich bemerkbare Veränderung der Gestalt und Richtung der Bahnen der kleinsten Flüssigkeitstheilchen darinne, dafs, da sich bey einer ungestörten Welle die Flüssigkeitstheilchen zugleich in senkrechter und horizontaler Richtung bewegen, die eine dieser Bewegungen, die horizontale, in der Nähe der zurückwerfenden Ebene mehr und mehr aufgehoben, die andere dieser Bewegungen, die senkrechte, in der Nähe der zurückwerfenden Ebene mehr und mehr verstärkt wird. Diese Bahnen stehen in der Nähe der

zurückwerfenden Ebene vollkommen senkrecht, und das Theilchen bewegt sich daher hier in einer geraden Linie aufwärts, und in derselben Linie zurück nach abwärts, so dafs die Bahn keine in sich zuzücklaufende Curve ist, sondern eine fast gerade Linie.

Je weiter man sich von der zurückwerfenden Ebene entfernt, desto mehr stehen diese Bahnen, in den sich die einzelnen Flüssigkeitstheilchen, während eine Welle zurückgeworfen wird, bewegen, schief, so dafs ihr oberer Theil gegen die zurückwerfende Ebene hingeneigt, ihr unteres Ende davon abgeneigt ist. Auch die Bahnen der senkrecht unter einander liegenden Flüssigkeitstheilchen liegen desto schiefer, je näher sie dem Boden sind. Ob die Welle, welche von der zurückwerfenden Ebene zurückgeworfen wird, eine Welle mit vorausgehendem Berge oder Thale ist, macht keine andere Veränderung in der Bewegung der kleinen Theilchen, als die, dafs diese Theilchen, wenn die abprallende Welle das Thal als vorausgehenden Theil hat, sich zuerst mehr oder weniger senkrecht nach abwärts zu bewegen anfangen, dann wieder nach aufwärts in derselben Linie und Richtung in die Höhe steigen; dafs sie dagegen, wenn die abprallende Welle den Berg als vorausgehenden Theil hat, zuerst senkrecht nach aufwärts bewegt werden, und hierauf sogleich in derselben Linie nach abwärts zu sinken anfangen.

Man sieht hieraus, dafs der Vorgang der Zurückwerfung der Wellen durch eine feste Ebene, und der Vorgang der scheinbaren Durchkreuzung 2er Wellen, man mag nun die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen in ihren Bahnen, oder die Veränderung der Gestalt der Wellentheile selbst betrachten, sich ganz ähnlich sind. In dem letzteren Falle werden mehrere Wellen von einander selbst zurückgeworfen, und bey beyden zeigen sich die Erscheinungen der Interferenz.

§. 169.

Wie geschieht die Zurückwerfung der Wellen an einer nicht bis auf den Boden der Flüssigkeit, sondern nur

ein Stück in die Flüssigkeit hinein reichenden Wand? Da die Wellenbewegung nicht eine Bewegung ist, die nur an der Oberfläche der Flüssigkeit statt findet, sondern nach §. 106 S. 126 sich in grofse Tiefen hinab erstreckt, so mufs hierdurch eine Spaltung der Wellen selbst hervorgebracht werden. Der Theil der anprallenden Welle, welcher an die in die Flüssigkeit eingetauchte Wand anstöfst, mufs zurückgeworfen werden, der Theil der Wellenbewegung, welcher in tieferen Wasserschichten statt findet, bis zu welcher die eingetauchte Wand nicht herabreicht, mufs unter derselben weggehen, und auf der entgegengesetzten Seite eine fortgehende Welle darstellen.

Manche Beobachter haben diesen Erfolg geläugnet, und darauf ihre Meynung, dafs die Wellenbewegung nur eine Bewegung an der Oberfläche der Flüssigkeit sey, gestützt.

Und in der That, wenn in ein Wasser ein Balken oder ein Bret nur einige Zolle tief eingetaucht ist, und vor dem eingetauchten Körper ein Stein in das Wasser geworfen wird, so sieht man die entstandenen Wellen an dem Körper zurückprallen, nicht aber deutlich unter demselben weggehen. Allein das rührt daher, dafs bey so kleinen Wellen in tiefer Flüssigkeit die Wellenbewegung schon in mäfsiger Tiefe gering wird, und dafs die auf der entgegengesetzten Seite des Körpers zum Vorschein kommenden Wellen sehr breit sind.

Der Gegenstand ist aber wichtig genug, dafs es sich verlohnt, ihn durch genauere Versuche zu erörtern. Wir füllten unsere Fig. 12 abgebildete, S. 105 beschriebene kleinere Wellenrinne 6 Zoll tief mit Wasser. In die Mitte derselben brachten wir eine schmale, dünne, hölzerne, an die Seitenwände der Rinne dicht anschliefsende, quere Scheidewand ein, welche 1 Zoll, 2 Zoll, 3 Zoll, 4 Zoll, oder 5 Zoll tief unter die Oberfläche des Wassers in der Wellenrinne hineinreichte. Wir erregten dann am einen Ende der Wellenrinne eine Welle, und mafsen nun die Höhe der ganzen noch ungetheilten Welle unmittelbar vor der Scheidewand, dann die Höhe der von der

Scheidewand zurückgeworfenen Welle, nachdem sie bis zu dem Ende, von dem sie ausgieng, zurückgekehrt war, endlich auch die Höhe der unter der Scheidewand weggegangenen Welle theils dicht hinter der Scheidewand, theils nachdem sie bis an das entgegengesetzte Ende der Rinne fortgeschritten war. Folgende Tabelle enthält hierüber unsere Versuche.

Tabelle XXIX.

über die Spaltung der Wellen in unserer kleinen 6 *Zoll tief mit Wasser gefüllten Wellenrinne, durch eine nach und nach in die Mitte der Rinne tiefer eingesetzte quere Scheidewand, wenn die Wellen durch eine* 4 *Zoll hohe,* 5,7 *Linien dicke niederfallende Wassersäule am einen Ende der Wellenrinne erregt wurden.*

Tiefe unter der Oberfläche des Wassers, bis zu welcher die Scheidewand eingetaucht wird.	Höhe der erregten Welle.			
	unmittelbar vor d. Scheidewand, an welcher sie zur Hälfte zurückgeworfen wird.	unmittelbar hinter der Scheidewand, Höhe der unter der Scheidewand fortgepflanzten Welle.	am Ende der Rinne, Höhe des Theils der unter d. Scheidewand weg sich fortgepflanzt hat.	am Anfange der Rinne, Höhe des Theils der an der Scheidewand zurückgeworfen worden ist.
1 Zoll.	0,94 Lin.	0,74 Lin.	1,3 Lin.	0,35 Lin.
2 —	1 —	0,65 —	1,1 —	0,5 —
3 —	1,03 —	0,64 —	1 —	0,6 —
4 —	1,18 —	0,5 —	0,8 —	0,7 —
5 —	1,33 —	0,38 —	0,55 —	0,87 —

Dafs die vor der Scheidewand gemefsene, in der 2ten Colonne angegebene Höhe der Wellen immer gröfser seyn mufs, als die hinter der Scheidewand gemefsene der unter der Scheidewand weggegangenen Wellen, erkennt man sehr leicht als nothwendig, wenn man bedenkt, dafs das was vor der Scheidewand gemefsen wird, das zusammenfallende Stück der von der Scheidewand zurückgeworfenen, und der noch nicht unter der Scheidewand weggegangenen Welle ist. Dagegen war die zurückgeworfene Welle, wenn die Scheidewand nicht über 3 Zolle tief eingetaucht war, am vordersten

Ende der Rinne niedriger, als die unter der Scheidewand weggegangene am hintersten. Vielleicht rührt dieses aber von dem Hindernisse her, welches die zurückgeworfene Welle von den Wellen erfährt, die der ersten Welle nachfolgen. Die in der Tiefe befindlichen Theile der Wellen setzen also ihren Weg für sich und ohne die an der Oberfläche gelegenen fort.

§. 170.

Ueber die Zurückwerfung der Wellen, wenn sie unter irgend einem Winkel auf eine zurückwerfende Ebene stoſsen.

Ungeachtet die Zurückwerfung der Wellen keineswegs eine Erscheinung der Elasticität der Flüssigkeiten, sondern ihrer Schwere ist, so gilt doch von ihr dasselbe Gesetz, was sich bey dem Abprallen elastischer Körper bewährt, daſs nämlich der Winkel, unter welchem irgend ein Theil einer Welle an eine widerstehende Ebene anprallt, gleich ist dem Winkel, unter welchem derselbe Theil wieder zurückprallt.

Da nun aber oben S. 209 gezeigt worden ist, daſs nur die vollkommenen kreisförmigen Wellen, welche in allen ihren Abschnitten gleich hoch und gleich breit sind, so fortschreiten, daſs sie zugleich die kreisförmige Gestalt immer behalten, daſs dagegen alle Wellen, welche nicht kreisförmig sind, ihre Gestalt während des Fortschreitens verändern, so geht daraus von selbst hervor, daſs, wenn die abgeprallte Welle nicht kreisförmig und in allen ihren Abschnitten gleich hoch und gleich breit ist, sie im Fortschreiten ihre Gestalt gleichfalls verändert, wo dann ihre Zurückprallung nach dem Gesetze der gleichen Winkel nur für eine sehr kleine Entfernung von der zurückwerfenden Ebene ziemlich genau und richtig bestimmt werden kann.

Eine cirkelförmige Welle, die in allen ihren Abschnitten gleich hoch und gleich breit ist, kann aber nur in zwey Fällen so zurückgeworfen werden, daſs sie, nachdem alle ihre Theile zurückgeworfen sind, wieder

eine kreisförmige Welle bildet, deren Abschnitte alle gleich hoch und gleich breit sind, und demnach mit gleicher Geschwindigkeit fortschreiten.

Der erste Fall ist der, wenn eine kreisförmige Welle mit allen ihren Abschnitten gleichzeitig an einen kreisförmigen Widerstand anprallt, der einen gemeinschaftlichen Mittelpunct mit der kreisförmigen Welle hat; z. B. eine Welle, die man in einem runden mit Flüssigkeit gefüllten Gefäſse dadurch erregte, daſs man einen Tropfen in den Mittelpunct des Gefäſses fallen lieſs. Die kreisförmige Welle prallt vom kreisförmigen Rande, an den sie mit allen Abschnitten gleichzeitig ankommt, als eine kreisförmige Welle wieder zurück.

Der 2te Fall ist der, wenn eine kreisförmige Welle, die in dem einen Brennpuncte einer Ellipse erregt wurde, von der elliptischen Wand zurückgeworfen wird. Die Wirkung ist hierbey die, daſs die ganze zurückgeworfene Welle eine gleich hohe und gleich breite kreisförmige Welle, deren Mittelpunct der 2te Brennpunct der Ellipse ist, darstellt, und daſs sie folglich in dem 2ten Brennpuncte der Ellipse in einen einzigen Punct zusammen kommt. Da nun die Welle, wenn sie in diesem 2ten Brennpuncte zusammengekommen ist, einen Kegel von beträchtlicher Höhe (im Verhältniſse der Höhe der kreisförmigen Welle selbst) bildet, so verwandelt sich dieser Flüssigkeitskegel sogleich von neuem in eine kreisförmige Welle, die wieder von dem elliptischen Gefäſse zurückgeworfen wird, so daſs sie sich von neuen in dem ersten Brennpuncte, indem sie zuerst entstand, in einen Flüssigkeitskegel verwandelt. Auf diese Weise legt eine Welle, wie wir uns durch Versuche in einem genau gebildeten elliptischen Gefäſse überzeugt haben, diesen Weg auf dieselbe Weise zu wiederholten malen zurück.

§. 171.

Um uns ein solches genaues elliptisches Gefäſs zu verschaffen construirten wir eine Ellipse auf einer Tafel

von gewalztem Eisenbleche, schnitten dann den Theil des Bleches, welcher auſserhalb der construirten Ellipse lag, genau nach der Linie der construirten Figur weg, brachten auf das Blech eine Lage Thon, und strichen die Lage am Rande des elliptischen Bleches mittelst eines rechtwinklichen Instrumentes ab, so daſs der Rand der Thonlage gleichfalls elliptisch wurde, und sich in einer verticalen Ebene mit dem Eisenbleche befand. Dieser elliptische Körper wurde nun in ein Gefäſs gebracht, und der Raum um ihn herum mit Fichtenharz ausgegoſsen. Nachdem nach dem Erkalten der Thon weggewaschen worden war, erhielten wir eine sehr genau elliptische Vertiefung.

Fig. 50 stelle ein solches elliptisches mit Quecksilber erfülltes Gefäſs dar, in welches bey *a* ein Quecksilbertropfen hereinfalle. Der Tropfen erregt ungefär 4 hintereinander fortschreitende kreisförmige Wellen. Die erste derselben erreicht nach Ablauf eines gewissen Zeitraumes den Punct des elliptischen Gefäſsrandes, der dem Puncte *a* am nächsten liegt bey *b*, und die kreisförmige Welle hat dann die Gestalt *b c d e f g h i k*. Keiner ihrer Theile ist bis jetzt zurückgeworfen worden. Nun aber wird der Punct *b* zuerst im Fortschreiten zurückgeworfen, und er schreitet demnach innerhalb des Gefäſses ebenso weit rückwärts, als er auſserdem, wenn kein Hinderniſs seines Fortschreitens stattgefunden hätte, in gerader Richtung fortgeschritten seyn würde. Da nun alle Puncte, die nach ihm den Rand des elliptischen Gefäſses erreichen, in derselben Ordnung, in welcher sie an diesem Rande ankommen, nach dem Gesetze der gleichen Winkel gleichweit zurückgeworfen werden, so erhält die Welle (wenn man den kleinen Aufenthalt während der Abprallung auſser Acht läſst) nach Verlauf eines gleich groſsen Zeitraums die Gestalt $b' c' d' e' f' g' h' i' k'$, und nach Verlauf eines eben so groſsen Zeitraums die Gestalt $b'' c'' d'' e'' f'' g'' h'' i'' k''$, dann nach Verlauf desselben Zeitraums die Gestalt $b''' c''' d''' e''' f''' g''' h''' i''' k'''$, hier-

auf nach einer gleich grofsen Zeit die von $b^{IV}\ c_I^{V}\ d^{IV}\ e_I^{V}\ f^{IV}\ g^{IV}\ h^{IV}\ i^{IV}\ k^{IV}$.

Bey $b^{V}\ c^{V}\ d^{V}\ e^{V}\ f\ g^{V}\ h^{V}\ i^{V}\ k^{V}$ sind endlich alle Puncte der Kreiswelle mit Ausnahme des einzigen Punctes k^{V} zurückgeworfen, und alle nähern sich einander, indem sie im 2ten Brennpuncte a' zusammenlaufen, und von da aus denselben Weg nach a nehmen, den sie von a nach a' durchlaufen hatten.

Jeder sieht von selbst ein, dafs die Wellen hierbey genau den Weg nehmen, welchen die Theile einer Lichtwelle durchlaufen würden, welche in a von einem leuchtenden Puncte ausgiengen, oder, wenn man sich nach der Emanationstheorie ausdrücken will, dafs die Wellen hierbey nach und nach alle die Linien bilden, durch welche gleichzeitig von einem leuchtenden Puncte ausgehende Lichttheilchen bey ihrem Fortgange verbunden werden könnten.

Dafs nun die Wellen wirklich diesen Weg nehmen, sieht man, indem man sie mit den Augen verfolgt, und ihre Vereinigung in dem 2ten Brennpuncte wahrnimmt.

Es giebt indessen einen sinnlichen Beweis der dasselbe noch in die Augen fallender darthut.

Wenn man nämlich ununterbrochen in gleichen Zeitabschnitten in dem einen Brennpuncte a gleich grofse Wellen erregt, so wird nach und nach das ganze elliptische Gefäfs mit Wellen bedeckt, die alle gleichweit von einander abstehen. Da sich alle diese sich gegenseitig durchkreuzenden Wellen in ihrem Laufe nicht stören, so sind nach einiger Zeit Wellen von allen den Gestalten zugleich in dem elliptischen Gefäfse vorhanden, welche eine einzelne fortschreitende Welle nach und nach im Fortschreiten annehmen würde.

Dieses geschieht z. B. wenn man einen an seiner Spitze durchstochenen Papiertrichter mit Quecksilber füllt, so dafs das Quecksilber durch die Oeffnung regelmäfsig tropfenweis in den einen Brennpunct des mit Quecksilber gefüllten elliptischen Gefäfses fällt.

Man erblickt dann, wenn man die ganze Quecksilberfläche mit einem Blick übersieht, daſs sie die Gestalt hat, welche Fig. 51 abgebildet ist.

Wenn sich die Dächer von 3 Hausflügeln, so wie es Fig. 52 abgebildet ist, vereinigen, so sieht man zwischen ihnen einen hohlen Raum eingeschlossen, der wenn 4 Dächer vollkommen zusammenstieſsen, eine hohle 4seitige Pyramide, deren Spitze nach abwärts gekehrt ist, darstellen würde. Auf ähnliche Weise stoſsen nun auch die sich durchkreuzenden Wellen zusammen. Schattirt man nun die Wellen so, als wären sie mit scharfen Kanten begrenzt, und als wäre ihre Oberfläche nicht spiegelnd, so erhält man die Darstellung, wie sie hier vor Augen liegt, die in den wesentlichen Puncten ganz mit dem übereinkommt, was man in dem mit Wellen bedeckten elliptischen Gefäſs Fig. 51 wirklich sieht.

Der auffallendste Beweis hiervon ist, daſs man dann wirklich das System concentrischer Ellipsen sieht, die auch im Bilde sichtbar werden, und welche die beyden Brennpuncte unseres elliptischen Gefäſses gemeinschaftlich haben, die desto weitläuftiger liegen, und desto länglicher sind, je näher sie der Mitte des elliptischen Gefäſses sind: daſs man ferner das System von Hyperbeln sieht, die gleichfalls dieselben Brennpuncte gemeinschaftlich besitzen. Diese Ellipsen und Hyperbeln sind keine Wellen, sondern sie sind Wirkungen der Beleuchtung der sich durchkreuzenden Wellen. Und daſs sie in der Wirklichkeit so sehr in die Augen springen, ist eine Folge der bey der Durchkreuzung der Wellen stattfindenden Interferenz. Es sind dieselben Linien, welche bey Lichtwellen, die sich regelmäſsig durchkreuzen, als helle und dunkle und farbige Streifen erscheinen, und daselbst von Young zuerst durch die Interferenz erklärt, von Fresnel und Frauenhofer aber mit groſser Genauigkeit gemessen worden sind.

§. 172.

In allen andern Fällen sind die Constructionen über den Fortgang und die Zurückwerfung von Wellenstücken

von bestimmter Gestalt, die man nach dem §. 151 u. §. 155 angeführten Gesetze, und nach dem Gesetze der Zurückwerfung unter gleichen An- und Abprallungswinkeln machen kann, nicht vollkommen genau, indessen ist der Fehler, wenn man auch die §. 154 angezeigten Berichtigungen außer Acht läſst, nicht so groſs, daſs die Constructionen sehr merklich von dem wirklichen Fortrücken der Welle verschieden wären. Einen Beweis hierfür giebt die Fig. 53 mitgetheilte Abbildung, die man, wenn man den Versuch, den sie darstellt, wiederholt, der wirklichen Erscheinung so ähnlich finden wird, daſs man nicht im Stande ist, auffallende Verschiedenheiten zu entdecken.

Man fülle nämlich ein kreisförmiges Gefäſs (welches wir, um genau zu Werke zu gehen, aus Holz hatten *drehen* lassen, (weil sich alle gebrannten Geschirre beym Brennen mehr oder weniger verziehen) mit Quecksilber an, und lasse in einen Halbirungspunct des Radius des kreisförmigen Raumes, regelmäſsig nach einander Quecksilbertropfen fallen (z.B. in dem man einen an seiner Spitze durchbohrten Papiertrichter mit Quecksilber erfüllt, und sehr schnell auslaufen läſst); so erscheint die Fig. 53 abgebildeten Gestalt der Oberfläche des Quecksilbers, welche eine auffallende Aehnlichkeit mit der in dem elliptischen Gefäſse erschienenen Figur hat.

Man sieht an der Stelle, wo dort in Folge der Beleuchtung das System concentrischer Ellipsen zum Vorschein kam, hier auch ein System von Curven die auf eine ähnliche Weise den Punct, wo die Tropfen auf die Quecksilberfläche fallen, umgeben, die auch so auseinander weichen, daſs sie desto weitläuftiger stehen, je näher sie der Mitte des kreisförmigen Gefäſses liegen, desto dichter zusammen je näher sie sich dem Rande dieses Gefäſses befinden. Man bemerkt sogar ein 2tes System von Curven, welches die Stelle der in dem elliptischen Gefäſse zum Vorschein kommenden Hyperbeln zu vertreten scheint, die gleichfalls den Punct, in welchen die Tropfen fallen, umgeben. Alle diese sehr in die Augen fallenden krummen

Linien sind keineswegs Wellen, sondern Linien, die erst durch die Interferenz der sich durchkreuzenden Wellen zum Vorschein kommen.

Allein da, wo die Wellen in dem elliptischen Gefäſse in dem 2ten Brennpuncte zusammenkommen, findet man hier einen durch eine herzförmig ausgeschnittene Linie begrenzten groſsen Fleck, Fig. 53, in welchem die Wellen sich scheinbar in den mannichfaltigsten Richtungen und sehr unregelmäſsig durchkreuzen. Bey genauerer Ueberlegung sieht man ein, daſs der herzförmige Rand dieses Fleckes, welcher dem Puncte zugewendet ist, in welchen man Quecksilber hineintropfen läſst, ein Theil der Brennlinie ist, welche auch in gewissen kreisrunden spiegelnden Gefäſsen, in Tassen, zum Vorschein kommt, wenn sie passend beleuchtet werden.

Die Fig. 53 abgebildete Figur ist ganz nach den Voraussetzungen construirt, nach welchen sich die Licht- und Schallwellen fortbewegen, und reflectirt werden, und man sieht daher aus der groſsen Uebereinstimmung, welche zwischen dieser Abbildung und dem wahrgenommen wird, was man in einem kreisförmigen mit Quecksilber gefüllten Gefäſse mit Augen sieht, daſs, wie verschieden auch die Kräfte sind, die die Lichterscheinungen und Wellenerscheinungen veranlassen, doch Aehnlichkeit in der Verbreitungsart beyder zum Vorschein kommt.

§. 172.

Eine Darstellung der Methode, wie die Figur construirt ist, giebt Fig, 54, wo von jeder Welle eine Anzahl Puncte hinsichtlich ihres Fortrückens und ihrer Zurückwerfung bestimmt worden sind, indem vorausgesetzt worden ist, daſs alle Wellen gleich hoch und gleich breit seyen und bleiben; daſs wo die Zurückwerfung der Wellen bestimmt werden sollte, der Perpendikel auf den Punct der Ebene errichtet wurde, an welchem ein Punct der Welle abprallte, um so den Winkel zu bestimmen, unter welchem er zurückzuprallen genöthigt sey; daſs ferner angenommen wurde, daſs bey der Abprallung gar kein Zeitverlust statt finde, so daſs also ein anprallender Theil einer

Welle vom Rande des Cirkelgefäſses in einer bestimmten Zeit eben so weit nach dem Innern des Gefäſses zurückgeworfen werden, als er, wenn er ungehindert fortgeschritten wäre, über den Rand des Gefäſses hinaus nach auſsen fortgeschritten seyn würde.

Um nun zeigen zu können, wie eine Kreiswelle welche Fig. 54 bey x in dem halben Radius eines mit Quecksilber gefüllten kreisförmigen Gefäſses durch Hereinfallen eines Tropfens erregt wurde, ihre Gestalt durch die Zurückwerfung, die sie am Rande des Gefäſses erleidet, nach und nach verändert, haben wir diese Welle Fig. 54 in 39 gleich groſsen aufeinander folgenden Zeiträumen abgebildet, deren jeder so groſs ist, daſs die Welle in einem solchen Zeitraume um so viel als ihre Breite beträgt fortrücke.

So stellt denn die Welle $a^8\ b^8\ c^8\ d^8\ e^8\ f^8\ g^8\ h^8$ Fig. 54 die Welle in dem 8ten Zeitraume nach ihrem Entstehen dar, wo sie eben in Begriff ist, im Puncte a^8 vom Rande des Gefäſses abzuprallen, und wo sie daher noch kreisförmig ist. $a^{12}\ b^{12}\ c^{12}\ d^{12}\ e^{12}\ f^{12}\ g^{12}\ h^{12}$ stellt dagegen dieselbe Welle im 12ten Zeitraume ihres Fortschreitens dar.

Der Abschnitt der Welle $a^{12}\ b^{12}\ c^{12}$ hat zu dieser Zeit schon eine Zurückwerfung vom Rande des Gefäſses erlitten, und daher seine kreisförmige Gestalt verloren. Dieser zurückgeworfene Abschnitt schreitet daher gegen den innern Raum des Gefäſses fort, so wie es die Pfeile zeigen, während das übrige Stück der Welle noch seine cirkelförmige Gestalt und vorige Richtung hat.

Bey 16, 20 u. 24 sieht man die Welle im 16ten, 20ten und 24ten Zeitraume ihres Fortschreitens. Im 16ten Zeitraume hat etwa die Hälfte der Welle die Zurückwerfung erlitten. Auch hier zeigen die Pfeile die Richtung der Wellenstücke an. Fig. 55, zeigt die Welle im 16ten und 20ten Zeitraume einzeln.

In Fig. 54 und 56, bey 24 - 31 ist nun die Welle in 8 hinter einander folgenden Zeiträumen dargestellt, vom 24ten Zeitraume bis zum 31ten Zeitraume. Im 24ten Zeitraume waren nun alle Puncte der erregten Kreiswelle am Rande

des Gefäfses angelangt, und alle einzelnen Abschnitte derselben nähern sich von nun an einander mehr und mehr, wie man an den Pfeilen, die die Richtungen anzeigen, sehen kann. Die Richtungen, in welchen die einzelnen Puncte der Krümmung b und c Fig. 56 fortschreiten, sind aber nothwendig von der Art, dafs sich nach und nach die benachbarten Puncte dieser Krümmungen durchschneiden, oder durch einander durchgehen. Dieses Durchschneiden benachbarter Puncte einer und derselben Welle wird zuerst in b^{27} und c^{27} merklich und es bilden sich nun in Folge dieser Durchschneidung, in b^{28} b^{29} b^{30} b^{31} krumlinige Triangel an der Stelle der Bögen b^{24} und c^{24}. Gerade so würden sich auch die Lichtwellen, die von einem leuchtenden Puncte in einem Halbirungspuncte des Radius eines spiegelnden Ringes ausgegangen wären, durchkreuzen, und die spitzen Winkel dieser Triangel würden, bey den Lichtwellen Puncte der Brennlinie seyn, die aus der Optik hinlänglich bekannt ist.

Im 32ten Zeitraume Fig. 57 gehen die einander entgegengesetzten Puncte der Welle a^{32} und h^{32} durch einander durch, und es ist, wenn man die Pfeile des Bogens g^{32} a^{32} g^{32} betrachtet, deutlich, dafs sich nach und nach alle benachbarte Puncte dieses Bogens schneiden müssen, bis sich endlich auch die beyden mittelsten, bey a gelegenen durchkreuzen. Die Welle hat demnach im 35ten und 36ten Zeitraume die Gestalt Fig. 57 angenommen. Zwischen diesen beyden Zeiträumen liegt der Augenblick, wo sich die benachbarten Puncte in a des Bogens a^{32} f^{32} g^{32} Fig. 56 in $\varkappa$ Fig. 57 schneiden.

Man kann nun die Welle noch weiter verfolgen, wo sie dann im 38ten bis 40ten Zeitraume die Fig. 58 dargestellte Gestalt annimmt. Allein die Welle wird nun schon so schwach, so dafs wenn viele Wellen zugleich vorhanden sind, sie nicht mehr bemerkt werden kann.

Dafs nun die Welle wirklich nach und nach alle diese durch Construction gefundenen Formen annimmt, sieht man aus der Uebereinstimmung der Fig. 53 abgebildeten erleuchteten Quecksilberfläche mit der wirklichen Queck-

silberfläche, wenn dieselbe ganz und gar von so regelmäfsig erregten Wellen bedeckt wird. Man kann sich aber auch davon, dafs sich die Constructionen der Wahrheit sehr annähern durch die Betrachtung des Verlaufs einer einzelnen Welle überzeugen, wiewohl dieser Verlauf so schnell ist, dafs man da, wo die Form der Welle sehr schnell wechselt, ihr nicht mit den Augen zu folgen im Stande ist. Die angewendete Construction des Laufs und der Zurückwerfung der Wellen ist aber für die Schallwellen noch weit genauer, als für die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten, wiewohl sie auch bey diesen dem Augenschein nach mit der Erfahrung übereinstimmt. Man hat hierinne folglich ein sehr brauchbares Mittel, sich die Durchkreuzung der Schallwellen in einem für Concerte einzurichtenden Saale zu veranschaulichen, den Lauf und die wirkliche Durchkreuzung der Schallwellen in Säälen zu bestimmen, von den die Erfahrung lehrt, dafs sich die Musik in ihnen sehr gut ausnahm, und so nach und nach auf das Gesetz zu kommen, nach welchem eine gewisse Zurückbrechung der Schallwellen, der Aufführung musikalischer Stücke günstiger ist als eine andere.

§. 174.

Ueber die Inflexion der Wellen, wenn sie durch einen mit einer Oeffnung versehenen Widerstand zum Theil zurückgeworfen werden, zum Theil einen freyen Fortgang haben.

Man setze, es werde die ebene Oberfläche einer Flüssigkeit Fig. 59 durch 2 senkrechte Wände *AB* und *CD* unterbrochen, die aber zwischen sich eine Oeffnung von der Gröfse *BC* übrig lassen. Man betrachte nun die Gestalt, die eine in *x* erregte Welle nach und nach in 14 gleichen Zeiträumen annimmt, in deren jedem die Welle um so viel als ihre Breite beträgt, fortrücke, vorausgesetzt, dafs die Flüssigkeitswellen, eben so so wie es bey den Lichtwellen der Fall ist, in allen ihren Theilen während dieses ganzen Weges gleich weit in der Richtung der Normale jedes Wellenabschnittes fortschritten.

Die in x erregte Welle hat im 1ten Zeitraume die Gestalt eines kleinen Kreises, den wir mit 1 *a b c d e f* bezeichnen wollen. Dieser Kreis vergröſsert sich, indessen die Welle während des 2ten bis 6ten Zeitraums fortschreitet, und erhält also nach und nach die Gestalten 2 *a b c d e f*, 3 *a b c d e f*, 4 *a b c d e f*, 5 *a b c d e f*, 6 *a b c d e f*. Am Ende des 6ten Zeitraums stöſst die vergröſserte Welle zuerst an den abgerundeten Rand *B* und *C* der senkrechten Wände *AB* und *CD* und wird daselbst in Gestalt eines kleinen Kreises 7 *b z* und 7 *f z* zurückgeworfen. Das Stück der Welle 7 *b a f* geht ungehindert zwischen *B* und *C* durch den zwischen beyden Wänden befindlichen Zwischenraum durch, die ganze Welle hat dann die Fig. 60 verkleinert abgebildete Gestalt 7 *b c d e f a*. In dem Augenblicke aber wo die Puncte *b* und *f* sich am Anfange des 7ten Zeitraums von *B* und *C* zu entfernen streben, setzen sie auch die Flüssigkeit in Wellenbewegung, welche den unendlich kleinen Zwischenraum zwischen 6 *b* und der Wand *AB*, zwischen 6 *f* und der Wand *CD* erfüllt. Daher bleibt der Punct in allen folgenden Zeiträumen mit der Wand *AB* durch das Wellenstück 7 *b y*, 8 *b y*, 9 *b y*, 10 *b y*, 11 *b y*, 12 *b y*, 13 *b y*, 14 *b y* und eben so mit der Wand *CD* durch 7 *f y*, 8 *f y*, 9 *f y*, 10 *f y*, 11 *f y* etc. in Verbindung. Dieses sind also durch die Inflexion der Welle entstandene Wellenstücken. Sie stehen immer mit dem Puncte in Verbindung, wo das nicht zurückgeworfene Wellenstück *b a f* mit den zurückgeworfenen *b z* und *f z* zusammenhängt. Diese durch Inflexion der Wellen entstandenen Wellenstücke erscheinen dem Augenmaaſse nach als Cirkelstücke, deren Mittelpunct in *B* oder *C* ist, und sind in den Theilen höher und sichtbarer, welche *b* und *f* näher liegen, in den Theilen niedriger und unsichtbarer, welche *y* näher sind.

§. 175.

Die von x ausgegangene Welle bleibt hierbey immer eine einzige unzertrennte Welle, und der durch die Oeff-

nung zwischen den Wänden *AB* und *CD* durchgegangene Theil in ununterbrochener Verbindung mit dem Theile der Welle, welcher sich vor den Wänden *AB* und *BC* befindet. So stellen sich auch die verkleinert abgebildeten Wellen im 9ten und 11ten Zeitraume ihres Fortschreitens in Fig. 60 dar. Indessen werden die Bogen *b z* und *f z*, die die Verbindung des Wellenstücks vor und hinter den Wänden *AB* und *CD* unterhalten, und die von den Puncten *B* und *C* zurückgeworfen wurden, während ihres Fortschreitens sehr bald außerordentlich niedrig, und verschwinden dem Auge, wenn sie von den Puncten *B* und *C* wiederholt zurückgeworfen worden sind, ob sie gleich genau genommen niemals vollkommen verschwinden können.

Der Grund, warum die Wellenstücken *b z* und *f z* so niedrig werden können, während die übrige Welle hoch bleibt, und warum sich also die übrigen höheren Wellentheile mit diesen niedrigeren, mit den sie zusammenhängen, nicht in das Gleichgewicht setzen, liegt wohl in dem unendlich spitzen Winkel, durch den *b z*, und *f z* mit *b a f* verbunden sind.

Wenn daher die Oeffnung zwischen den Wänden *AB* und *CD* durch einen scharfen Rand begrenzt wird, so wird das Wellenstück *b z* und *f z*, das unter diesen Umständen von der Anprallung der Welle an einem ausnehmend kleinen Puncte herrührt, so niedrig, daß es sogleich anfangs unwahrnehmbar ist. Wir haben deswegen, um die Wellenstücken *b z* und *f z* sichtbarer zu machen, die Wände *AB* und *CD* einen halben Zoll dick genommen und den Rändern derselben eine halbkreisförmige Gestalt gegeben. Bey einer solchen Vorrichtung kann man dann in Quecksilber den Lauf und die Zurückwerfung der Wellen so sehen, wie sie von uns dargestellt worden ist.

§. 176.

Die Richtigkeit der von uns gegebenen Darstellung bewährt sich, wenn man regelmäßig hinter einander viele Quecksilbertropfen bey *x* in das Quecksilber fallen läßt.

Es existiren dann alle jene Wellenformen zu gleicher Zeit, in welche sich eine einzelne Welle während ihres Laufs und während ihrer Zurückwerfung successiv umbildet. Die vorwärtsgehenden und zurückgeworfenen Wellen durchschneiden sich regelmäſsig und die Durchschnittspuncte setzen, so wie bey den §. 171 erwähnten Versuche Linien zusammen, die dem Auge als Hyperbeln erscheinen, und die wir Fig. 59 durch die kleinen Kreuzchen angezeigt haben. Macht man die Construction der Wellen nach den Grundsätzen, wie wir sie §. 151 angegeben und Fig. 59 u. 60 angewendet haben, so sieht man es auch als nothwendig ein, daſs hier hyperbolische Durchschnittslinien durch die Interferenz der Wellen entstehen müſsen, und die Versuche zeigen eine Uebereinstimmung mit dieser Construction, bey der man die kleinen Abweichungen durch das Augenmaaſs nicht entdecken kann, wenn auch eine kleine Berichtigung nach §. 154 angebracht werden muſs, wenn die Construction ganz mit der Beobachtungen übereinstimmen soll.

Die hellen und dunkeln hyperbolischen Linien, die durch die Interferenz der Wellen veranlaſst, und durch die Beleuchtung sichtbar gemacht, auf dem Quecksilber erscheinen, entstehen aus der nämlichen Ursache, als die hellen und dunkeln innern, hyperbolischen Streifen, die Fresnel durch die Interferenz bey sich durchschneidenden Lichtwellen entstehen sahe und maaſs, wenn er einen Lichtkegel durch eine enge Spalte in ein dunkles Zimmer fallen lieſs, und ihn daselbst mit einem Vergröſserungsglas betrachtete. Man hat daher in dem Quecksilber ein Mittel, jenen Vorgang bey den Lichtwellen in einem ganz andern Medio anschaulich zu machen.

§. 177.

Interessant ist die Frage, wie sich wohl das Vorder- und Hintertheil des durch Inflexion entstandenen Wellenstückes Fig. 59 und 60 *b y* an das Vorder- und Hintertheil des Wellenstücks *b a* und *b z* anschlieſsen möge?

Fände bey der Zurückwerfung, die das Wellenstück *b z* erlitten hat, kein Zeitverlust statt, so würden die 3 Wellenstücken so, wie es Fig. 61 dargestellt ist, unter einander zusammenhängen. Es ist daselbst das Vordertheil jeder Welle (dessen Theile im Steigen begriffen sind) mit +, das Hintertheil jeder Welle (dessen Theilchen im Sinken sind) mit — bezeichnet, und beyde durch eine punctirte Linie von einander getrennt. Man sieht daher, dafs in diesem Falle nach der §. 151 gemäfs gemachten Construction nur in dem mit + und — zugleich bezeichneten kleinen rhomboidalen Felde der Durchkreuzung eine Interferenz stattfinden könne, bey der das steigende Vordertheil des Wellenstückes *b z*, und das sinkende Hintertheil des Wellenstückes *b a* in einander fallen, und sich aufheben müfsen, wobey aber am Ende doch das Vordertheil der Welle *b z* in das Vordertheil der Welle *b y* und ebenso das Hintertheil beyder Wellenstücken in einander übergehn.

Denkt man sich indessen, dafs das Wellenstück *b z* bey seiner Zurückwerfung von der Wand *B* etwas aufgehalten werde, so wäre es wohl möglich, dafs *b z* mit seinem Vordertheile in das Hintertheil des Wellenstücks *b y* falle, und dadurch eine grofse Interferenz entstehe, wie sie Fig. 62 abgebildet ist, und wie sie Fresnel bey den Lichtwellen unter ähnlichen Umständen zu behaupten scheint. *) Durch die Beobachtung sind wir indessen nicht im Stande gewesen, etwas Entscheidendes hierüber zu sagen.

Ueber die Entstehung der Wirbel.

§. 178.

Wir haben in dem Vorigen gesehen, dafs das Stück einer Welle Fig. 59 welches durch die Oeffnung *CD* der Wand *AB CD* hindurch gegangen ist, bey seinem weitern Fortschreiten immer mit dieser Wand in Verbin-

*) Ann. de Chimie et de Physique par Gay-Lussac et Arago. Tom I. 1816. pag. 248.

dung bleibt, dafs daher das durch die Oeffnung gehende Wellenstück keineswegs fortfährt, sich geradlinig in der Richtung zu bewegen, in welcher es bis zu der Oeffnung *CD* gieng, sondern dafs die beyden Enden desselben sich gegen die Wand in Kreisbogen umbeugen, deren Mittelpuncte da liegen, wo die Oeffnung bey *C* und *D* durch die Wand begrenzt wird. Die Wand *ABCD*, an welche sich das umgebeugte Wellenstück anlegt, setzt der weiteren Umbeugung bey einer Welle Grenzen. Es fragt sich aber, wie jene Umbeugung bey einer Welle geschehen würde, die wie die angeführte nach vorwärts fortschritte, und deren Enden nicht seitwärts oder hinterwärts, wie bey jener Welle, von einer Wand unterstützt, sondern frey wären (Fig. 63). Fände hier auch eine Umbeugung der Enden der Welle statt, so würde die Umbeugung immer fortgesetzt werden müfsen, denn es wäre kein Gegenstand vorhanden der die fernere Umbeugung des Wellenstückes hindern könnte. Als wir uns diese Frage aufgaben, hielten wir es für unmöglich eine Welle unter solchen Umständen wirklich hervor zu bringen. Denn durch alle die Methoden, deren wir uns zur Erregung von Wellen bedient hatten, konnten wir nur Wellen erregen, welche entweder eine in sich selbst zurücklaufende Curve bilden, oder deren Enden durch benachbarte Körper eingeschränkt und unterstützt werden.

Als wir die Aufgabe genauer betrachteten, fanden wir, dafs unter jenen Voraussetzungen wohl ein *Wirbel* entstehen werde, und nun erst fielen uns die Methoden den Fall zu verwirklichen bey.

§. 179.

Wenn man nämlich ein Ruder *a b* Fig. 64 perpendicular in ruhendes Wasser taucht, und es, nachdem sich die Flüssigkeit beruhigt hat, in einer auf seiner Fläche senkrechten Richtung vorwärts bewegt, so entstehet der Erfahrung gemäfs an jeder der beyden Seiten desselben ein Wirbel, der aus einer grofsen Menge von Wellen besteht, die wie die Haare einer Haarlocke in einem Puncte

zusammenkommen, und die noch längere Zeit fortdauern, wenn auch das Ruder aus dem Wasser herausgezogen worden, zugleich gehen aus diesen Wirbeln immer neue Wellen hervor, die sich mehr und mehr ausbreiten. Die Wellen in den beyden Wirbeln sind aber in einer entgegengesetzten Richtung gewunden. Die Wellen des rechten Wirbels (wenn wir nach derselben Richtung sehen, nach der die vordere Fläche des Ruders gewendet war) krümmen sich von vorn nach hinten, und zugleich von rechts nach links, und dann sich abermals umbeugend von hinten nach vorn, und zugleich von links nach rechts.

Im linken Winkel krümmen sie sich dagegen ungekehrt. Beyde Wirbel hängen nach vorn durch den mittleren Theil der Welle, der quer von einem Wirbel zum andern geht, zusammen. Haben die Wirbel schon einige Zeit gedauert, so durchkreuzen sich die von den beyden Wirbeln weit genug fortgeschrittenen Wellentheile, ungefär wie es Fig. 67 zeigt.

Etwas ähnliches ereignet sich, wenn ein strömendes Wasser sich an einem im Wasser fest stehenden Körper bricht, und um ihn herumfliefst. Dort bey dem Versuche mit dem Ruder ruhete das Wasser, und der widerstehende Körper bewegte sich ihm entgegen, hier ruht der widerstehende Körper und das Wasser bewegt sich ihm entgegen, was eine gleiche Wirkung hervorbringen mufs. Daher rühren die kleinen Wirbel, die man so häufig in Flüssen mit dem Wasser forttreiben sieht, daher die Wirbel, die man an Brückenpfeilern auf beyden Seiten, wo sich das Wasser herumwendet, entstehen sieht, wobey indessen allerdings ungleiche Stöfse des Wassers gegen den Widerstand vorausgesetzt werden müfsen.

§. 180.

Der Vorgang bey der Entstehung jener 2 Wirbel zu beyden Seiten und hinter einem eingetauchten und vorwärts bewegten Ruder wird durch folgende Ueberlegung deutlicher werden.

Es möge bey Fig. 65 die Schaufel eines Ruders senkrecht in das Wasser eingesetzt, und in der Richtung der vordern Oberfläche nach *F* mit einer Geschwindigkeit, die der Geschwindigkeit der hierdurch im Wasser erregten Wellen gleichkommt, vorwärts bewegt worden seyn. Vor dem Ruder wird sich der schmale aber hohe Wasserberg *C D E*, dessen höchste Spitze dicht an die Oberfläche des Ruders gelehnt ist, gebildet haben. Hinter dem Ruder wird ein viel flacheres und breiteres Wellenthal *FG* entstanden seyn. Das Wellenthal hinter dem Ruder wird deswegen weit flacher seyn, als der Wellenberg vor dem Ruder, weil, während das Ruder sich von *H* nach *F* bewegt, das hierdurch entstehende Wellenthal bis nach G fortschreitet, so daſs ein Theil der benachbarten höher stehenden Flüssigkeit schon zur Ausfüllung des Thales beygetragen hat, wenn das Ruder in *F* angekommen ist. Dahingegen der Wellenberg nicht breiter werden kann, weil in demselben Verhältniſse, als er nach vorwärts fortschreitet, das unterstützende Ruder von hinten nachfolgt. Der Berg vor dem Ruder wächst daher, weil sich hier die fortschreitende Welle mit der in jedem Augenblicke neu erregten Welle summirt, das Thal hinter dem Ruder aber wächst nicht, sondern ist so tief als die Fortbewegung des Ruders in jedem Augenblicke mit sich bringt, und verflacht sich nach hinten.

Wir wollen jetzt sehen, wie der vor dem Ruder sich anhäufende Berg sowohl während das Ruder vorwärts bewegt, als auch wenn das Ruder senkrecht herausgezogen wird, seine Gestalt und Lage durch sein Fortschreiten ändere.

Fig. 66 D x x stelle punctirt den horizontalen Durchschnitt des in das Wasser eingetauchten Ruders in seiner anfänglichen Lage dar, x' x' denselben Durchschnitt nachdem das Ruder in einem ersten Zeitraume um so viel als sein Querdurchschnitt beträgt nach vorwärts bewegt worden ist, und zwar mit einer gleichen Geschwindigkeit als der Wasserberg fortschreitet, den es dadurch erregte. Wir

behaupten, der vor dem Ruder sich anhäufende Wasserberg wird sich, so wie hier dargestellt ist, während dieser Fortbewegung des Ruders um die 2 Seitenwände des Ruders herumbeugen.

Um dieses im Einzelnen zeigen zu können, wollen wir das, was in diesem ersten Zeitraume successiv erfolgt, durch einzelne Figuren erläutern.

Fig. 66 A ist der horizontale Durchschnitt des Ruders zu einer Zeit wo es so eben *erst anfängt* bewegt zu werden. *ABB abb* ist ein kleiner Wasserberg, der sich sogleich beym Anfange der Bewegung des Ruders vor dem Ruder bildet, und dessen Gipfel *A B B* ist. Dieser Wasserberg kann aber an den Ecken des Ruders nicht plötzlich wie abgeschnitten aufhören, sondern, da das bey *BB* erhobene Wasser *ringsum* drückt, so mufs gleich anfangs, gleich weit von *B*, das Wasser bey *b c d* zum Steigen genöthigt werden, und der Wasserberg sich seitwärts in Gestalt einer kleinen Rundung ausbreiten. Diese abgerundeten Enden des Wasserbergs haben ihren Gipfel in *BB*.

Wenn nun das Ruder *x x* Fig. 66 B um so viel als die Hälfte seiner Dicke beträgt nach vorwärts bewegt worden ist, so ist auch der vor dem Ruder befindliche Wasserberg eben so viel nach vorwärts fortgeschritten, und ist dabey wegen der gröfsern Menge Wasser, die sich vor dem Ruder anhäuft, etwas höher und breiter geworden. Sein höchster Gipfel *AB* berührt immer noch die vordere Oberfläche des Ruders. Um ebenso viel als der Wasserberg zugleich mit dem Ruder fortrückte, dehnte sich auch das kleine abgerundete Ende *b c d* des Wasserbergs in der Richtung seiner Normalen aus. Denn wir nehmen um den Fall nicht verwickelter zu machen hier an, es habe dieselbe Geschwindigkeit als die übrige Welle, welche selbst die Geschwindigkeit des Ruders besitzt. So erhält die Ausbeugung nun die hier gezeichnete Gestalt, wobey sie immer noch durch die Seitenwand des Ruders unterstützt wird.

Wenn nun das Ruder *x x* Fig. 66 C um $\frac{2}{3}$ seiner Dicke fortgeschritten ist, so ist auch das umgebogene Stück des Wasserbergs *b c d* nach hinten, nach aufsen und nach vorn um ein gleich grofses Stück in der Richtung seiner Normalen gleichweit fortgerückt. Von dem Augenblicke an, wo das umgebogene Ende *d* des Wasserbergs nicht mehr durch die Seitenfläche des Ruders unterstützt wird, beugt es sich hinter dem Ruder herum, indem es das Wasser daselbst zu steigen nöthigt, und erhält auf diese Weise die Gestalt *b c d e*. So erhält denn der Wasserberg successiv die in Fig. 66 D angegebene Gestalt. In einem 2ten gleichgrofsen Zeitraume möge die Welle nur ein gleich grofses Stück in allen ihren Theilen fortrücken, und zugleich werde das Ruder senkrecht herausgezogen und entfernt. Wenn wir von der Störung absehen, welche die Ausfüllung des Raumes, den das Ruder einnahm, verursacht, so hat der Wellenberg, der in den Richtungen aller seiner Normalen gleichweit fortgeschritten ist, die Fig. 67 gezeichnete Gestalt *ABCDEF* erhalten. An der Stelle *α β γ δ*, die der Wellenberg im Anfange des 1ten Zeitraumes einnahm, ist ein Wellenthal dadurch entstanden, dafs das Wasser (vermöge des bey der Wellenbewegung erörterten Vorgangs) nicht blofs bis zum Niveau, sondern noch unter das Niveau herabgefallen ist. Es ist dieses Thal in der Figur durch Querstriche ausgezeichnet worden, und schreitet in derselben Richtung fort als der Wellenberg. Der Wellenberg hat deswegen die gröfsere Umbeugung *DEF* erhalten, weil das umgebogene Ende *d e* Fig. 66 D in der Richtung aller seiner Normalen gleichweit fortgeschritten ist.

In einem 3ten gleichgrofsen Zeitraume mag die Welle wieder in allen ihren Theilen und in der Richtung ihrer Normalen gleichweit fortgeschritten seyn, so erhält sie die Fig. 68 gezeichnete Gestalt. Der Wellenberg nämlich hat die Lage *ABCDEFGH* angenommen. Das Ende des umgebogene Wellenbergs hat die Krümmung *FGH* angenommen, weil das Ende des Wellenbergs *F* in der vorigen

Figur in der Richtung seiner Normalen gleichweit fortgeschritten ist. Aus demselben Grunde hat das Wellenthal die Gestalt $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon\,\zeta$ angenommen, und ist daher in die Stelle eingetreten, welche im vorhergehenden Zeitmomente der Wellenberg inne hatte. Das umgebogene Ende des Wellenbergs wird aber durch einen neuen Wellenberg A'' verstärkt, der an diesem Orte durch die §. 131, 117 dargestellte Ursache erregt wird, nämlich durch den nach rückwärts wirkenden Druck der vorhergegangenen Welle, welche, wenn sie um so viel als ihre Breite beträgt vorwärts geschritten ist, hinter sich eine neue Welle zu erzeugen anfängt.

In dem folgenden Zeitraume hat die Welle die Fig. 69 dargestellte Gestalt angenommen. Der erste Wellenberg ist mit $ABCDEFGHIK$ bezeichnet. Das zu ihm gehörige Wellenthal mit $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon\,\zeta\,\vartheta\,\lambda$. Dieses ist durch das neuentstandene Wellenthal α'' verstärkt worden, das aus demselben Grunde zum Vorschein gekommen ist, als der Wellenberg A'' im vorhergegangenen Zeitraume.

Setzt man die Construction fort, so sieht man, daſs nach und nach eine groſse Anzahl von Wellen entstehen, deren Ende insgesammt in den 2 Wirbeln unter einander zusammenhängen und gleichsam verwickelt sind. Die schon weit fortgeschrittenen Wellen umgeben den Ort des einen oder des andern Wirbels einer vielfachen Spirale.

So wie, wenn ein Körper in ein ruhiges Wasser geworfen wird, hinter der ersten erregten kreisförmigen Welle durch den nach hinten gehenden Druck derselben, und dadurch, daſs die einmal in Schwingung gerathenen Wassertheilchen, ihre Schwingung mehrmals widerholen, eine 2te Welle, hinter der 2ten eine 3te, und so nach und nach 40 bis 50 Wellen entstehen, eben so entstehen auch in dem erörterten Falle aus der ersten Welle, die sich vor dem Ruder gebildet hatte, nach und nach 40 bis 50. Allein, weil sich die 2 Enden der ersten Welle spiralförmig umbeugen, ohne ihren Ort zu verlassen, so haben auch alle durch den rückwärts gehenden Druck nach-

gebildeten Wellen diese Gestalt, und daher hängen alle 40 bis 50 Wellen in den 2 Wirbeln unter einander zusammen.

Uebrigens soll die Erläuterung dieses Vorgangs keineswegs eine mit dem wirklichen Vorgange genau übereinstimmende Construction seyn, sondern sie soll nur dazu dienen, eine bildliche Vorstellung von der Erscheinung zu geben, der sie nur ähnlich ist.

Der wirkliche Vorgang ist so verwickelt, daſs er sich vor der Hand noch keiner Construction unterwerfen läſst und, um ihn daher zu vereinfachen, haben wir Annahmen zum Grunde gelegt, die von uns keineswegs für wahr ausgegeben werden. Wir haben z. B. angenommen, daſs das umgebogene Wellenstück in allen seinen Theilen mit gleicher Geschwindigkeit fortschreite, und daſs die Geschwindigkeit desselben auch mit der Geschwindigkeit des mittleren Wellenstücks übereinstimme, was nicht wahr seyn kann, da es der Hergang mit sich bringt, daſs die verschiedenen Theile der Welle, wegen ihrer verschiedenen Höhe, auch eine verschiedene Geschwindigkeit haben müssen.

Zweyte Abtheilung.

Ueber die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten. Oscillatio fixa liquidorum.

§. 181.

So wie die festen Körper einer doppelten Schwingung fähig sind, der *stehenden Schwingung*, oscillatio fixa, durch welche sie, wenn sie schnell genug geschieht, *selbst tönen*, und der *fortschreitenden*, oscillatio progressiva, durch die sie *den Schall fortleiten* können §. 2, §. 11, so wie dasselbe auch in der Luft bemerkt wird, die gleichfalls *selbst tönt*, wenn sie sich in einer sehr schnellen *stehenden Schwingung* befindet, z. B. in Orgelpfeifen und in andern Blaseinstrumenten, dagegen, wenn sie *den Schall leitet*, nach der Vorstellung vieler Physiker in einer *fortschreitenden Schwingung* begriffen ist (was jedoch noch einer Untersuchung bedarf); eben so kann man auch in tropfbaren Flüssigkeiten diese doppelte Art der Schwingung erregen.

Die gewöhnlichen Wellen sind die sichtbare Wirkung einer fortschreitenden Schwingung in tropfbaren Flüssigkeiten, unterhalten durch die Kraft der Schwere.

Wenn aber mehrere gleichbreite Wellen einen regelmäfsigen ringsum eingeschlossenen Raum ganz erfüllen, so dafs eine regelmäfsig abwechselnde Vereinigung und Trennung benachbarter, nach entgegengesetzter Richtung fortschreitender Wellen statt findet, so verwandelt sich die fortschreitende Schwingung in eine stehende.

§. 182.

Man setzt in einen viereckigen Kasten *a a a* Fig. 71 über Ecke ein Bretchen b senkrecht ein, das an seinem

untern dem Boden zugewendeten Rande zugeschärft, und etwas länger ist als höher oben, so dafs also die gleichfalls zugeschärften Ränder an den beyden Enden des Bretchens nur dicht am Boden zwischen den 2 Ecken des Kastens eingeklemmt sind, übrigens aber die Ecken nicht ganz erreichen. Dieses Bretchen wird dadurch beweglich, indem es sich um seinen untern Rand wie um seine Axe drehen läfst. Giefst man nun in diesen Kasten Wasser oder eine andere Flüssigkeit, so gehen von dem Bretchen, wenn man es mit der Hand bewegt, Wellen aus, die bey ihrem Entstehen die Länge des Bretchens *b* haben und ihm auch parallel sind. Die Wellen, die in der Richtung der Normalen des Bretchens nach *f* fortschreiten, prallen successiv an den Wänden *f a c* und *f a d* ab, die welche in der Richtung der Normalen des Bretchens nach *e* fortgehen, werden successiv von den Wänden *e a c* und *e a d* nach dem Gesetze der Winkel zurückgeworfen.

Bewegt man nun während des Fortschreitens der zuerst erregten Wellen das Bretchen *l* in einem richtigen Tacte, und erregt dadurch immer von neuen Wellen, die gleiche Breite haben, so hört mit einem male alles Fortschreiten der Wellen, das man bis dahin sehen konnte, auf, und wie mit einem Zauberschlage zeigt die Oberfläche eine gewisse Anzahl regelmäfsig gestellter, kegelförmiger Erhabenheiten, zwischen denen an gleichfalls bestimmten Orten, und sehr regelmäfsig, eine gewisse Anzahl trichterförmiger Thäler liegen. Die *kegelförmigen Erhabenheiten schreiten nicht mehr fort* wie vorher die langen Wellen, an deren Stelle sie getreten sind, sondern befinden sich nur in einer Bewegung, vermöge deren sie abwechselnd lothrecht niedersinken um an demselben Orte trichterförmige Thäler zu bilden, während sich zu gleicher Zeit die trichterförmigen Thäler senkrecht erheben, um an demselben Orte kegelförmige Berge zu bilden. So verwandeln sich denn abwechselnd die kegelförmigen Berge in trichterförmige Thäler, und die trichterförmigen Thäler in kegelförmige Berge, und umgekehrt. *Mit einem Worte die Oberfläche*

der Flüssigkeit ist in regelmäſsige Abtheilungen getheilt, von den die benachbarten immer in entgegengesetzter Richtung isochronisch schwingen, d. h. so schwingen, wie nach Chladnis *interessanter Entdeckung tönende Scheiben schwingen, wenn sie sich in solche Abtheilungen getheilt haben.*

Das Bret *b* wird nun von selbst von der schwingenden Flüssigkeit abwechselnd gedrückt und gezogen, und man darf nur dem Gefühle, das man von der Bewegung hat, die dem Brete deswegen von selbst zukommt, folgen, um es auf eine passende Weise durch die Bewegung der Hand zu unterstützen, und die Schwingung zu verstärken. Auch dauert diese stehende Schwingung längere Zeit regelmäſsig fort, wenn man das Bretchen *b* gar nicht mehr bewegt.

§. 183.

Fig. 70 stellt die eine Hälfte des viereckigen Kastens, in der das Wasser sich in einer stehenden Schwingung befindet, dar; man sieht daselbst die kegelförmigen Berge, und die zu gleicher Zeit vorhandenen trichterförmigen Thäler. Die trichterförmigen Thäler liegen so symmetrisch, daſs der tiefste Punct eines jeden derselben gleichweit von den tiefsten Puncten der ihm zu nächst liegenden Thäler, und ebenso auch gleichweit von den Spitzen der ihm zunächst liegenden kegelförmigen Berge entfernt ist. Dasselbe gilt von den höchsten Puncten der kegelförmigen Berge.

Eine *stehende* Schwingung nennen wir diese Schwingung deswegen, weil die *Form* dieser kegelförmigen Berge und Thäler *nicht von einem Orte successiv auf einen andern Ort der Oberfläche der Flüssigkeit in horizontaler Richtung fortrückt, sondern weil sie an dem Orte bleibt, gleichsam feststeht,* indem sich die Berge durch senkrechtes Niedersinken an demselben Orte abwechselnd in Thäler, die Thäler durch senkrechtes Steigen abwechselnd in Berge verwandeln. Dadurch sind diese kegelförmigen Erhabenheiten und Vertiefungen von den gewöhnlichen Wellen unterschieden, die in horizontaler Richtung ihren

Ort verändern, und daher in bestimmten Richtungen *fortschreiten.*

Wir haben nun bey der genaueren Erörterung unsers Gegenstandes 3 Fragen zu beantworten:

1) Unter welchen Umständen entsteht die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten, und mit welchen Erscheinungen an ihrer Oberfläche ist sie verknüpft?

2) Wie ist die Bahn, in der die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bey der stehenden Schwingung einer Flüssigkeit schwingen, verschieden von der Bahn, in der sie während der fortschreitenden Schwingung (oder mit andern Worten während der Wellenbewegung) sich bewegen?

3) Worinne besteht also das Wesen der stehenden Schwingung?

§. 184.

Die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten, von der Fig. 70 eine Vorstellung giebt, gehört, schon zu den zusammengesetzteren Arten derselben. Bey einfacheren Arten sind die Aus- und Einbeugungen der schwingenden Abtheilungen nicht kegel- und trichterförmig, sondern den gewöhnlichen Wellen ähnlich, von den sie sich jedoch dadurch unterscheiden, daſs sie ihren Ort in horizontaler Richtung nicht verändern.

Solche stehende Schwingungen kann man z. B. veranlassen, wenn man am Ende eines langen und schmalen mit Wasser erfüllten Kastens Fig. 74, der mit Glaswänden versehen ist, ein Bretchen *d* mit dem unteren Rande senkrecht auf den Boden, und mit den Seitenrändern auch senkrecht auf die Seitenwände einsetzt, so jedoch, daſs das Bretchen in der Richtung der Länge des Gefäſses um seinen unteren Rand beweglich bleibt.

Bewegt man dann das Bretchen in einem richtigen Tacte, indem man das obere Ende *d* dem Ende *c* des Kastens nähert, so daſs sich das Bretchen in dieser Richtung um seinen auf dem Boden aufstehenden Rand drehet,

so erregt man dadurch Wellen, deren Breite man nach Absicht vermindern oder vergröſsern kann.

Erregt man nun z. B. in dem Gefäſse Fig. 74 auf die beschriebene Weise Wellen, die aus 1 Wellenberge und 1 Wellenthale bestehen, deren Breite genau mit der halben Länge des Gefäſses *a b c* überein kommt, und hierauf in eben der Zeit eine 2te gleichbreite, und dann ebenso eine 3te u. s. w., so entsteht durch die Durchkreuzung dieser nach einander erregten Wellen die stehende Schwingung, welche hier abgebildet ist, indem sich das in dem Glaskasten befindliche Wasser abwechselnd in die Lage *e f g* und *i k l* setzt, und diese Bewegung dann von selbst längere Zeit fortsetzt, wenn auch das Bretchen *d* nicht mehr bewegt wird.

§. 185.

Diese Verwandlung der fortschreitenden Schwingung in die stehende läſst sich aus dem, was wir über das Fortschreiten und über die Durchkreuzung der Wellen vorgetragen haben, sehr wohl begreifen. Es sey *A B* Fig. 75 die horizontale Oberfläche des Wassers im Glaskasten während der Ruhe. Man denke sich die Zeit, welche erfordert wird um eine ganze Welle zu erregen, in 4 kleinere Zeiträume getheilt, und bemerke nun die Veränderung, die die Oberfläche des Wassers in einem jeden solchen Zeitraume erfährt. *)

Im 1ten Zeitraume (1) wird der halbe Wellenberg bey *a b* hervorgebracht, im 2ten (2) schreitet dieser bis *c* fort, und die fortgesetzte Wirkung des Bretchens erregt die 2te Hälfte des Wellenberges, so daſs nun der ganze Wellenberg *a b c* entstanden ist. Im 3ten Zeitraume (3) schreitet dieser Wellenberg bis nach *d* fort, und hinter ihm wird die eine Hälfte des Wellenthales bey *a b* hervorge-

*) Die Wellenberge sind hier durch Striche, die Wellenthäler durch Puncte angedeutet, ebenso ist die Richtung, in der die Wellenberge fortgehen, durch Pfeile mit Strichen, die, in der die Wellenthäler fortrücken, durch punctirte Pfeile angegeben.

bracht. Im 4ten Zeitraume (4) rückt der Wellenberg bis *e* fort den Raum *e d c* einnehmend. Die Hälfte *a b* des Wellenthals geht bis *c*, und an sie hat sich durch neue Erregung mittelst des bewegten Bretchens die 2te Hälfte bey *a b* angebildet. So ist nach Verfluſs dieser 4 Zeittheile eine Welle, die aus dem Wellenberge *c d e* und aus dem Wellenthale *a b c* besteht, entstanden, deren Breite genau die Länge des Gefäſses einnimmt. In einem 5ten gleichgroſsen Zeitraume (5) ist der Wellenberg an der zurückwerfenden senkrechten Ebene *A* angeprallt, und hat sich bis fast zur doppelten Höhe erhoben, nimmt aber in der horizontalen Fläche nur die Hälfte des Raumes ein, den er vorher inne hatte (siehe oben §. 166), das zu ihm gehörende Thal ist nach *b c d* fortgerückt, und hinter ihm ist bey *a b* die Hälfte eines neuen Wellenberges neu erregt worden. Im 6ten Zeitraume (6) ist der Wellenberg *e d* um die Hälfte niedriger geworden, und bis nach *c* in umgekehrter Richtung fortgeschritten, den Wellenberg *e d c* bildend, der hier durch punctirte Linien angegeben ist. Allein da zu gleicher Zeit das zu ihm gehörige Wellenthal *d c b* auch nach *e d c* vorrückt, so fallen der Wellenberg *e d c* und das nun gleichfalls in *e d c* angekommene Wellenthal in einander, vernichten sich für einen Augenblick durch Interferenz, und es entsteht daher hier in *e d c* für einen Augenblick eine vollkommene Ebene (Siehe oben §. 167.) Zugleich rückt der halbe Wellenberg *a b* nach *b c* fort, und in *a b* wird die 2te Hälfte desselben durch neue Erregung gebildet, so daſs nun der ganze Wellenberg *a b c* da ist. Im 7ten Zeitraume (7) stellt sich das Thal *e d c* durch die beschleunigte Bewegung, in der sich das Wasser in *e d* nach abwärts befindet, wieder her, und erlangt, weil es an *A* anprallt, und also seine beyden Hälften zusammenfallen, eine fast doppelte Tiefe bey halber Breite. Der Wellenberg *e d c* rückt zugleich wegen der beschleunigten Bewegung, in der sich das Wasser in *c b* befindet, nach *d c b* vor, und fällt daselbst mit dem von *a b c* nach *b c d* vor-

rückenden Wellenberge zusammen, und erlangt dadurch fast die doppelte Höhe. Zugleich bildet sich in *a b* durch neue Erregung die Hälfte eines neuen Wellenthales. Im 8ten Zeitraume (8) verfolgt der von *e d c* nach *d c b* gekommene Wellenberg seinen Weg nach *c b a*, der von *c b a* nach *d c b* gekommene Wellenberg seinen Weg nach *e d c*, und so trennt sich der vereinigte hohe Wellenberg *d c b* in die beyden nach entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenberge *c b a* und *e d c*. Weil nun aber gleichzeitig das von *A* zurückgeworfene Thal *e d* sich bis *e d c* ausbreitet, so fällt es mit dem Berge *e d c* zusammen und beyde vernichten sich für einen Augenblick durch Interferenz. Ebenso rückt das halbe Thal *b a* nach *c b* vor, und in *b a* bildet sich durch neue Erregung die andere Hälfte dieses Thales, so daſs nun zugleich auch dieses Thal *c b a* mit dem Wellenberge *c b a* zusammenfällt, und beyde sich für den Augenblick ihres vollkommenen Zusammenfallens durch Interferenz vernichten. So ist denn die Oberfläche der Flüssigkeit am Ende des 8ten Zeitraumes für einen Moment ganz eben. Im 9ten Zeitraume (9) stellen sich die Wellen durch die beschleunigte Bewegung, in der sich das Wasser bey *a b* und *e d* nach aufwärts, bey *d c b* nach abwärts befindet, wieder her. Die beyden Thäler *c b a* und *e d c* vereinigen sich in *d c b* in ein einziges fast noch einmal so tiefes Thal als jedes der beyden Thäler einzeln war. Der Wellenberg *e d c* prallt an *A*, der Wellenberg *a b c* prallt an B an, beyde werden während des Anprallens noch einmal so schmal, zugleich aber fast noch einmal so hoch (Siehe Seite 225). Nun hat die schwingende Flüssigkeit eine solche Gestalt erhalten, bey der die Schwingung von selbst, ohne neue Anregung längere Zeit hindurch fortdauert. Alle schwingende benachbarte Abschnitte schwingen nach entgegengesetzten Richtungen und halten sich das Gleichgewicht. Im 10ten Zeitraume (10) gehen die beyden in *d c b* vereinigt gewesene Wellenthäler durch einander durch, das eine nach *e d c*, das andere nach *c b a*. Da sich nun aber gleich-

zeitig der bey *B* abgeprallte Wellenberg *b a* nach *c b a* ausbreitet, so fällt er da mit dem Wellenthale *c b a* zusammen, und beyde vernichten sich für den Augenblick ihres vollkommenen Zusammenfallens durch Interferenz. Dasselbe geschieht mit dem von *A* abgeprallten Wellenberge *e d*, der sich nach *e d c* ausbreitet, und daselbst mit dem Wellenthale *e d c* zusammenfällt, und sich ebenfalls durch Interferenz aufhebt, so daſs also wieder am Ende des 10ten Zeitraums ein Moment eintritt, wo die ganze Flüssigkeit ganz eben ist. Im 11ten Zeitraume (11) vereinigen sich die beyden Wellenberge *c b a* und *e d c* in *d c b* zu einem Wellenberge von fast doppelter Höhe. Das Wellenthal *e d c* prallt in *A* an, und wird im Anprallen noch einmal so tief und halb so breit, das Wellenthal *c b a* prallt in *B* an, und wird gleichfalls noch einmal so tief und halb so breit. Von nun an wiederholen sich nur die letzteren 3 Lagen. Im 12ten Zeitraume kehrt die 10te Lage, im 13ten Zeitraume die 9te Lage, im 14ten Zeitraume die 10te Lage, im 15ten Zeitraume die 11te Lage zurück, und so immer fort. Jeder Berg ist bey dieser stehenden Schwingung eine Vereinigung von 2 nach entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenbergen, und daher hat ein solcher Berg kein *Vordertheil*, das im *Steigen*, kein *Hintertheil*, das im *Sinken* begriffen wäre, wie bey einer fortschreitenden Welle, sondern beyde Abhänge eines solchen vereinigten Berges sind im Sinken. Eben so verhält sichs mit den Thälern; beyde Abhänge eines solchen vereinigten Thales sind im Steigen begriffen.

§. 186.

Ebenso entsteht auch die stehende Schwingung, die Fig. 76 abgebildet ist, wenn nämlich Wellen erregt werden, deren Breite $\frac{2}{3}$ der Länge des Gefäſses beträgt. Fig. 76 giebt die Veränderung an, welche die Oberfläche *AB* in den 13 ersten Zeiträumen hierbey erfährt. Hier ist wieder, so wie vorher die Zeit der Entstehung einer Welle, in 4 Zeiträume getheilt. Die Figuren erklären sich aus der Erklärung zu Fig. 75 von selbst.

Ebenso entsteht die stehende Schwingung, die Fig. 78 abgebildet ist, wenn die Breite der nach einander erregten Wellen dem Viertel des Gefäſses gleichkommt.

Man wird hiernach leicht einsehen, was für stehende Schwingungen entstehen, wenn man Wellen nacheinander erregt, deren Breite $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{6}$, oder $\frac{1}{8}$ der Länge des Gefäſses beträgt. *)

Auch die einfache Schwankung einer Flüssigkeit ist eine stehende Schwingung, z. B. wenn die Oberfläche einer Flüssigkeit *AB* Fig. 79 sich abwechselnd in die Lage *a b* und *c d* setzt. Sie ist zu betrachten als entstünde sie durch das Zusammenfallen der 2 Hälften einer Welle, deren jede Hälfte eine Breite hat, die der Länge des Gefäſses gleichkommt.

§. 187.

Das, was wir bis jetzt durch Experimente erwiesen haben, die in schmalen aber langen Gefäſsen angestellt wurden, gilt auch von Flüssigkeiten, die sich in gleichseitigen 4eckigen Kästen befinden. Und wenn die stehenden Schwingungen in langen schmalen von Wasser erfüllten Gefäſsen erregt, Aehnlichkeit mit den stehenden Schwingungen der Saiten oder der schmalen Stäbe haben, so können eben dieselben Schwingungen in gleichseitigen Gefäſsen mit den Schwingungen der Scheiben verglichen werden. So kann die Schwingung Fig. 76, wenn sie in einem gleichseitig viereckigen Gefäſse hervorgebracht wird, mit der von Chladni **) abgebildeten verglichen werden.

§. 188.

Weit zusammengesetzter ist aber die Entstehung der stehenden Schwingung, wenn sich die Wellen nicht bloſs in 2, sondern in 4 verschiedenen Richtungen begegnen.

*) Alle diese Versuche lassen sich in unserer kleineren Wellenrinne Fig. 12 recht gut anstellen, wenn man ihre Länge dadurch verkürzt, daſs man in ihre Hälfte oder in ihr Drittel eine quere Scheidewand einfügt.

**) Traité d'acoustique. Paris 1809. Pl. III. Fig. 67.

Davon giebt Fig. 70 ein Beyspiel. Hier bilden sich eine bestimmte Anzahl sehr regelmäſsig gestellter kegelförmiger Erhabenheiten und trichterförmiger Vertiefungen. Wenn nämlich in dem mit Wasser gefüllten Fig. 71 abgebildeten Gefäſse auf die oben §. 182 beschriebene Weise durch die Bewegung des Bretchens *b* Wellen erregt werden, so gehen von dem Bretchen *b* Wellen, die ihm parallel sind aus, welche gegen die beyden Katheten der 2 Triangel laufen, von den das Bretchen *b* die Hypothenuse ist. Die entstandenen Wellen werden von den Katheten 2 mal zurückgeworfen, und dadurch der Hypothenuse parallel, und so ereignet es sich, daſs wenn während der mehrmaligen Zurückwerfung der Wellen am Rande des Gefäſses immer neue Wellen von bestimmter Breite durch das Bretchen *b* erregt werden, endlich jedem Wellenstücke ein anderes in *entgegengesetzter Richtung* entgegen kommt, so daſs sich überall entgegengesetzte Wellenberge vereinigen und ebenso auch entgegengesetzte Wellenthäler. Diese vereinigten Wellenberge durchkreuzen einander an bestimmten Stellen, und an diesen Kreuzungspuncten, wo sich 4 Wellenberge begegnen und zwar immer je 2 in entgegengesetzter Richtung, erscheinen die Fig. 70 abgebildeten kegelförmigen Erhabenheiten. Ebenso durchkreuzen sich die vereinigten Wellenthäler, und an diesen Kreuzungspuncten, wo sich 4 Wellenthäler begegnen, und zwar auch hier je 2 in entgegengesetzter Richtung, entstehen die trichterförmigen Vertiefungen.

Da die beyden triangulären Räume durch das Bretchen *b* geschieden sind, und in jedem sich das ereignet, was in dem andern vorgeht, so brauchen wir nur den Hergang in dem einen derselben zu erörtern.

Um den Vorgang anschaulich zu machen wollen, wir die Seiten des Triangels *ABC* Fig. 73 eintheilen, und zwar die Hypothenuse desselben durch 15 Striche *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, *e'*, *f'*, *g'*, *h'*, *i'*, *k'*, *l'*, *m'*, *n'*, *o'*, *p'*, in 16 Theile, und jede Kathete, auf der einen Seite, durch *a*, *b*, *c*, *d*, *e*,

f, g, h, und auf der andern durch *i, k, l, m, n, o, p,* in 8 Theile theilen.

Nun stelle man sich vor, es würden von der Hypothenuse *AB* aus nach und nach 6 Wellen erregt, deren jede halb so breit wäre als die Entfernung der Mitte der Hypothenuse von dem Scheitel des Triangels grofs ist.

Die Zeit, in welcher jede dieser Wellen um so viel als ihre Breite beträgt fortschreitet, werde in 4 Zeiträume getheilt, und die Lage der fortschreitenden und neu erregten Wellen am Ende eines jeden solchen Zeitraums dargestellt; so erhält man die Figuren, wie sie in den 17 Triangeln Fig. 73 (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) für die 17 ersten Zeiträume abgebildet sind.

Hierbey sind die Wellen so dargestellt worden, dafs die Linien die Gipfel der Wellenberge, die punctirten Linien die Tiefen der Wellenthäler darstellen. Wo ein Wellenberg mit einem andern ihm entgegen kommenden Wellenberge zusammenkommt, sind 2 parallele Linien nahe bey einander gezeichnet worden. Eben so 2 parallele punctirte Linien, wo sich 2 entgegenkommende Wellenthäler vereinigt haben. Wo ein Wellenberg mit einem ihm entgegengekommenen Wellenthale zusammenfällt, und so eine Interferenz bildet, ist eine parallele punctirte Linie neben einer geraden Linie gesetzt.

Im 1ten Zeitraume (1) hat die bewegliche Hypothenuse *BC* die Hälfte eines Wellenbergs erregt, der in der Richtung der Normalen der Hypothenuse fortschreitet. Der Gipfel dieses Wellenbergs liegt überall an *B C* an. Im 2ten Zeitraume (2) ist der Gipfel dieses Wellenbergs bis *a p* fortgeschritten. Das Stück *a' a* ist aber von dem Theile *a B* der einen Kathete, und das Stück *p' p* ist von dem Theile *p C* der andern Kathete nach dem Gesetze der gleichen Winkel zurückgeworfen worden. *a' a* schreitet in der Richtung von *C*, *p' p* in der Richtung von *B* fort, und beyde bilden daher mit *a p* einen rechten Winkel, und der ganze Wellenberg hat daher in diesem Zeitraume die Gestalt

a' a p' p. Im 3ten Zeitraume (3) hat der weiter fortgeschrittene Wellenberg die Gestalt *b' b o o'* angenommen. Zugleich ist durch die bewegliche Hypothenuse *BC* die Hälfte des zu dem Wellenberge *b' b o o'* gehörigen Wellenthales neu erregt worden, deren tiefster, durch Puncte angedeuteter Theil *BC* berührt. Im 4ten Zeitraume (4) hat der erste Wellenberg die Gestalt *c' c n n'*, das zu ihm gehörige Thal die Gestalt *a' a p p'* erhalten. Im 5ten Zeitraume (5) ist der erste Wellenberg nach *d' d m m'*, das erste Wellenthal nach *b' b o o'* fortgegangen, zugleich aber durch die Hypothenuse *B C* die Hälfte eines zweyten Wellenbergs erregt worden, dessen Gipfel dicht an *B G* anliegt. Im 6ten Zeitraume (6) befindet sich der erste Wellenberg in *e' e l l'* das zu ihm gehörige Wellenthal in *c' c n n'*, der zweyte Wellenberg aber ist nach *a' a p p'* vorgerückt. Im 7ten Zeitraume (7) nimmt der erste Wellenberg den Raum *f' f k k'* das zu ihm gehörige Wellenthal, den Ort *d' d m m'* ein. Der zweyte Wellenberg befindet sich in, *b' b o o'* und durch die bewegliche Hypothenuse *BC* ist die Hälfte des zum zweyten Wellenberge gehörigen Wellenthales erregt worden, dessen Tiefe dicht an *BC* anliegt, und hier durch Puncte angegeben ist. Im 8ten Zeitraume (8) finden wir den ersten Wellenberg in *g' g i i'* sein Wellenthal in *e' e l l'*, den zweyten Wellenberg in *c' c n n'* und sein Wellenthal in *a' a p p'*. Im 9ten Zeitraume (9) hat sich der ganze erste Wellenberg in den senkrecht auf der Hypothenuse stehenden Wellenberg *h' h* verwandelt, der aus 2 Wellenstücken besteht, die sich in entgegengesetzter Richtung begegnet und zusammengefallen sind, und deswegen fast die doppelte Höhe angenommen haben. Das zu dem ersten Wellenberge gehörige Wellenthal hat die Gestalt *f' f k k'*, der zweyte Wellenberg den Ort *d' d m m'* und sein Thal *b' b o o'* eingenommen, zugleich hat aber die bewegliche Hypothenuse *B C* die Hälfte des dritten Wellenbergs, dessen Gipfel dicht an ihr anliegt, hervorgebracht. Im 10ten Zeitraume (10) hat sich der vereinigt gewesene erste Wellenberg wieder nach entgegengesetzten Richtungen ge-

trennt den Berg g' g i i' bildend, der aber mit dem ersten Wellenthale in allen Puncten zusammenfällt, und eine Interferenz bildet. Der zweyte Wellenberg befindet sich in e' e l l', sein Wellenthal in c' c n n' und der dritte Wellenberg in a' a p p'. Im 11ten Zeitraum (11) ist der 1te Wellenberg in f' f k k' dem zweyten Wellenberge in entgegengesetzter Richtung begegnet, beyde haben sich in allen Puncten zu gleicher Zeit vereinigt und einen fast doppelt so hohen Wellenberg gebildet. Die beyden Stücken des ersten Wellenthales sind sich bey h' h gleichfalls begegnet, und haben sich in ein fast noch einmal so tiefes Thal vereinigt. Das zweyte Wellenthal befindet sich in d' d m m', der dritte Wellenberg ist nach b' b o o' fortgerückt, und die bewegliche Hypothenuse B C hat die Hälfte des dritten Wellenthales hervorgebracht, dessen Tiefe dicht an BC an liegt, und durch Puncte angegeben ist. Im 12ten Zeitraume (12) fällt der erste Wellenberg bey e' e l l' mit dem zweyten Wellenthale, das erste Wellenthal mit dem zweyten Wellenberge bey g' g i i' zusammen und bilden eine Interferenz. Der dritte Wellenberg hat den Ort e' e n n', und sein Wellenthal den Ort a' a p p' inne. Im 13ten Zeitraume (13) fällt der erste Wellenberg bey d' d m m' mit dem dritten Wellenberge, das erste Wellenthal mit dem zweyten bey f f k k' und die eine Hälfte des zweyten Wellenbergs mit der andern bey h' h zusammen, und so entstehen zwey noch einmal so hohe Wellenberge und ein noch einmal so tiefes Wellenthal. Dss dritte Wellenthal befindet sich in b' b o o' und zugleich hat die bewegliche Hypothenuse B C die Hälfte des vierten Wellenbergs erregt, deren Gipfel B C dicht berührt. Im 14ten Zeitraume (14) vereinigt sich der erste Wellenberg bey c' c n n' mit dem dritten Wellenthale, das erste Wellenthal bey e' e l l' mit dem dritten Wellenberge, der zweyte Wellenberg mit dem zweyten Wellenthale bey g' g k k'. Alle diese bilden eine Interferenz. Der vierte Wellenberg befindet sich in a' a p p'. Im 15ten Zeitraume (15) vereinigt sich der erste Wellen-

berg bey *b' b o o'* mit dem vierten, das erste Wellenthal mit dem dritten bey *d' d m m'*, der zweyte Wellenberg mit dem dritten bey *f' f k k'*, das eine Stück des zweyten Wellenthales mit den andern bey *h' h.* Zugleich entsteht die Hälfte des vierten Wellenthales durch die Bewegung der Hypothenuse *B C.* Im 16ten Zeitraume fällt der erste Wellenberg mit dem vierten Wellenthale bey *a' a p p'*, das erste Wellenthal mit dem vierten Wellenberge bey *c' c n n'*, der zweyte Wellenberg mit dem dritten Wellenthale bey *e' e l l'*, das zweyte Wellenthal mit dem dritten Wellenberge bey *g' g i i'* zusammen, alle heben sich gegenseitig für einen Moment durch Interferenz auf. Im 17ten Zeitraume (17) stöfst der erste Wellenberg auf den fünften so eben erregten, am Rande der Hypothenuse *B l*, das erste Wellenthal auf das vierte bey *b' b o o'*, der zweyte Wellenberg auf den vierten bey *d' d m m'*, das zweyte Wellenthal auf das dritte bey *f' f k k'*, und das eine Stück des dritten Wellenbergs auf das zweyte Stück desselben bey *h' h.* Die Berge werden durch diese Begegnung in entgegengesetzter Richtung fast noch einmal so hoch, die Thäler fast noch einmal so tief als jedes einzeln war.

Da sich nun aber die vereinigten und dadurch erhöheten Wellenberge an 7 Stellen, die hier mit kleinen Kreisen angedeutet sind, einander selbst durchkreuzen, so werden diese Puncte wieder fast noch einmal so hoch als jeder vereinigte Wellenberg ist, und zwar so, dafs der Mittelpunct dieser Durchkreuzung vereinigter Wellen den höchsten Punct darstellt, und also fast 4 mal so hoch ist als eine einfache Welle. Auf gleiche Weise durchkreuzen sich die vereinigten und deswegen doppelt tiefen Wellenthäler an den 6 Stellen, die mit punctirten Kreisen angedeutet sind, und so entstehen hier 6 tiefe Trichter, die fast noch einmal so tief sind als jedes vereinigte Wellenthal, und deren mittelster tiefster Punct fast 4 mal so tief ist als ein einfaches Wellenthal, und so ist durch die blofse Begegnung gleich breiter nach einander erregter

Wellen die stehende Oscillation hervorgebracht worden, welche Fig. 70 durch Schatten und Licht ausgeführt darstellt.

Man darf nun den Fortgang der durcheinander durchgehenden Wellen nur weiter fortführen um zu sehen, dafs sich von nun an die 3 zuletzt erwähnten Lagen immer von neuem wiederholen, im 18ten Zeitraume die 16te, im 19ten Zeitraume die 15te, im 20ten Zeitraume die 16te, im 21ten Zeitraume die 17te, etc. Diese stehende Schwingung dauert daher, auch wenn man aufgehört hat, durch die Bewegung der Hypothenuse *B C* Wellen zu erregen, noch eine Zeit lang von selbst fort. Fig. 72 stellt für diese Erscheinung Linien dar, welche Chladni bey schwingenden festen Körpern Knotenlinien nennt.

§. 189.

Eine 2te Methode stehende Schwingungen in tropfbaren Flüssigkeiten zu erregen besteht darinne, dafs man in die Mitte eines mit Flüssigkeit (am besten Quecksilber) gefüllten regelmäfsig gestalteten Gefäfses in regelmäfsigem Tacte abwechselnd einen Körper senkrecht eintaucht und wieder herauszieht. Von dem Orte wo dieser Körper z. B. der Finger eingetaucht und herausgezogen wird, gehen kreisförmige Wellenberge und Wellenthäler aus, die gegen die Wände des Gefäfses laufen, dort zurückgeworfen werden, und nun den in der Mitte immer von neuen erregten Wellen entgegenkommen, und sich mit ihnen und mit den von den übrigen Wänden zurückgeworfenen Wellen durchkreuzen. Die Puncte, wo sich die Gipfel mehrerer in entgegengesetzter Richtung fortschreitender Wellen regelmäfsig treffen, werden die höchsten Puncte von hohen kegelförmigen Erhebungen der Flüssigkeit. Die Puncte, wo sich die Tiefen mehrerer in entgegengesetzter Richtung fortschreitender Thäler durchkreuzen, werden die tiefsten Puncte von trichterförmigen Vertiefungen der Flüssigkeit. Sind die Wellenberge und Wellenthäler gleich breit, und gestattet es die Gestalt des Gefäfses, dafs die Durchkreuzung derselben sehr regelmäfsig geschieht, so fallen die Kreuzungspuncte der Wellenberge und Wellenthäler ab-

wechselnd auf einem und demselben Orte in dem Gefäfse, und so entseht die stehende Schwingung.

Auf diese Weise ist die Fig. 80 81 *AB* dargestellte Schwingung in einem 4eckigen, 2 Zoll tief mit Quecksilber gefüllten Gefäfse, dessen Seitenwände 6 Zoll lang waren, hervorgebracht worden. Man bemerkte, dafs das Quecksilber, welches dieses Gefäfs erfüllte, abwechselnd die Fig. 80 dargestellte Lage annahm, indem es sich in den 4 Ecken des Gefäfses in 4 Kegeln erhob, in der Mitte zugleich eine tiefe trichterförmige Vertiefung bildete, und abwechselnd die Fig. 81 abgebildete Gestalt erhielt, indem es in der Mitte eine kegelförmige Erhebung darstellte, und an den 4 Ecken vertieft war, wobey zugleich auch das Quecksilber am Rande des Gefäfses zwischen 2 Ecken etwas stieg. Wenn eine Scheibe auf gleiche Weise schwingt, so bildet der auf sie gestreuete Sand die von Chladni, Traité d'Acoustique Pl. III. Fig. 65 abgebildete Klangfigur. Siehe Fig. 82.

Auf dieselbe Weise kann man, wenn man in einem noch schnelleren Tacte durch Eintauchen und Herausziehen des Fingers in das Quecksilber des genannten Gefäfses Wellen erregt, die Fig. 83 *A* und *B* angedeutete stehende Schwingung erregen. Die höchsten Puncte der kegelförmigen Erhebungen der Flüssigkeit sind durch kleine Kreise, die tiefsten Stellen der trichterförmigen Vertiefungen durch Kreuzchen angedeutet worden. Wenn eine Scheibe auf gleiche Weise schwingt, als hier die Flüssigkeit, so bildet aufgestreueter Sand die von Chladni, Traité d'Acoustique Pl. IV. Fig. 82, abgebildete Klangfigur.

Aufser diesen durch die stehende Schwingung gebildeten Figuren entstehen noch viel zusammengesetztere, wenn man die Flüssigkeit durch das Eintauchen und Herausziehen des Fingers in einem noch schnelleren Tacte in Bewegung setzt. Allein diese Figuren lassen sich dann noch weit weniger übersehen, als die genannten einfacheren, und es gelingt auch schwer mittelst der Hand eine so tactmäfsige Bewegung hervorzubringen, dafs die Schwingung vollkommen stehend wird.

§. 190.

Es giebt noch eine 3te Methode eine stehende Schwingung in mit Flüssigkeit gefüllten, 4eckigen oder anders gestalteten Gefäſsen zu erregen, indem man nämlich dieses Gefäſs auf eine sehr elastische Unterlage stellt, z. B. auf eine Trommel oder Pauke, oder auf die Mitte des Geflechtes aus Spanischen Rohr, womit man die Rohrstühle zu überziehen pflegt. Setzt man nun diese elastische Unterlage dadurch in Erzitterung, daſs man sie da wo das Gefäſs steht von unten nach aufwärts regelmäſsig in einem gewiſsen Tacte stöſst, so können die von den Rändern desselben ausgehenden Wellen durch ihre Vereinigung und Durchkreuzung eine stehende Schwingung, die auſserordentlich zusammengesetzt ist, hervorbringen, zuweilen kann auch durch die Stöſse eine abwechselnde Schwankung der Flüssigkeit in dem Gefäſse verursacht werden, so daſs diese dann später eine zusammengesetztere, stehende Schwingung veranlaſst. Zu bemerken ist aber hierbey, daſs die Kegel und Trichter, welche zum Vorschein kommen, noch von einer unendlichen Menge ganz kleiner sich vielfach durchkreuzender Wellen bedeckt werden, und also die Erscheinung, wenn sie nach dieser Methode hervorgebracht wird, nicht so rein hervortritt, als bey der ersten, wo die Kegel und Trichter im Wasser wenigstens, frey von andern Unebenheiten gesehen wurden. Man darf die hier erscheinende stehende Schwingung nicht mit der Schwingung verwechseln, welche man sieht, wenn man eine dünne Lage Flüssigkeit auf eine schwingende Scheibe oder in ein schwingendes Gefäſs gebracht hat. Manche Physiker sind geneigt gewesen, diese Schwingung der Flüssigkeiten gleichsam für einen Abdruck der Molecularschwingung der festen Körper zu halten. Aus dem vorhin erörterten Vorgange ergiebt sich die Natur dieser Schwingung hinreichend. Die 9 Quadrate Fig. 84 (1) bis (9) stellen ein viereckiges mit Quecksilber erfülltes Gefäſs dar, in dem das Quecksilber successiv dadurch in eine stehende Schwingung versetzt wird, daſs das Gefäſs auf die Mitte des Rohrgeflechtes eines Stuhls gesetzt.

und in seiner Mitte durch tactmäfsige Stöfse auf die untere Fläche des Rohrgeflechtes erschüttert wurde.

Die 9 Quadrate Fig. 84 zeigen die Veränderungen, die die Oberfläche des Quecksilbers in 9 gleichgrofsen Zeiträumen hierbey erfährt, wenn durch die regelmäfsigen Stöfse nacheinander gleichzeitig an allen 4 Seiten des Gefäfses Wellen erregt werden, deren Breite der Hälfte der des quadratischen Gefäfses gleichkommt. Hier tritt schon eine stehende Schwingung ein, wenn an allen vier Seiten 2 ganze und eine halbe Welle erregt worden sind. Wir bezeichnen den ersten Wellenberg an allen 4 Seiten mit *A*, sein Wellenthal mit *a*, den zweyten Wellenberg mit *B*, sein Wellenthal mit *b*, den dritten Wellenberg mit *C*, sein Wellenthal mit *c*; so kann man in den 9 Quadraten den Fortgang und die Begegnung der Wellen ohne Erklärung verstehen. Die Zeit, in welcher eine Welle um so viel als ihre Breite beträgt fortschreitet, ist in 4 Theile getheilt, und jeder der 9 dargestellten Zeiträume ist einem solchen Zeittheile gleich. An dem Quadrate, welches die Oberfläche des Quecksilbers im 9ten Zeitraume darstellt, sind die entstehenden kegelförmigen Erhabenheiten durch Kreise, und die trichterförmigen Vertiefungen durch punctirte Kreise angezeigt. Es ist bey diesem Versuche sehr überraschend zu sehen, wie die ganze Fläche des Quecksilber, anfänglich mit einer grofsen Anzahl gröfserer und kleinerer Wälle, welche regelmäfsige, gleichseitig 4eckige Gitter einschliefsen, bedeckt ist, wie die Stellen, wo sich diese Wälle durchkreuzen, gleich anfänglich kleine Erhabenheiten bilden, wie dann aber mit einem male alle diese Gitter verschwinden, und an ihre Stelle eine gewifse Zahl grofser Kegel und vertiefter Hohlspiegel treten, die nun nicht mehr fortschreiten, wie die Flüssigkeits Wälle anfänglich, sondern feststehen.

Die hierdurch entstehende, Fig. 84, abgebildete Schwingung kommt mit der von CHLADNI, Traité d'acoustique, Paris 1809. Pl. IV. Fig. 82 abgebildeten überein. Man

wird, wenn man das Quadrat Fig. 84 No. 8 mit Chladnis Figur vergleicht, bemerken, dafs die Chladnischen Knotenlinien genau die Lage haben, wie die Grenzen der Wellen, während alle Wellenberge mit allen Wellenthälern zusammenfallen und sich an dem Orte, den sie einnehmen, für einen Moment durch Interferenz vernichten. Die Form der schwingenden Oberfläche der Flüssigkeit hat auch in der That hier ihre ruhenden Linien. Allein da die Flüssigkeitstheilchen nach ganz andern Richtungen schwingen, als die aus vielen einzelnen Flüssigkeitstheilchen bestehende Oberfläche, so kann natürlich der Versuch nicht gelingen, die Knotenlinien der schwingenden Quecksilberoberfläche durch aufgestreuten Sand, wie Chladni bey den Scheiben angewendet hat, sichtbar zu machen.

§. 191.

Bey allen diesen Methoden, die stehende Schwingung zu erregen, kommt es nun also darauf an:

a) dafs in regelmäfsigen Zeitabschnitten gleichbreite Wellen erregt werden,

b) dafs diese Wellen von den regelmäfsigen Wänden des Gefäfses so zurückgeworfen werden, dafs sich die zurückgeworfenen Wellenberge mit den ursprünglich erregten, und eben so die zurückgeworfenen Wellenthäler mit den zurückgeworfenen an symmetrisch geordneten Stellen 2fach oder mehrfach durchkreuzen.

c) dafs die höchsten und tiefsten Puncte aller dieser durch die Durchkreuzung entstehenden kegelförmigen Berge oder kesselförmigen Thäler gleichweit von einander abstehn.

Hieraus folgt von selbst, dafs die Breite der erregten Wellen, oder die Schnelligkeit, mit der sie erregt werden, den gröfsten Antheil an der Anzahl entstehender kegelförmiger Berge oder trichterförmiger Thäler, und also auch an der Anzahl der zwischen diesen Bergen und Thälern entstehenden Linien der vollkommensten Interferenz (bey Chladni Knotenlinien) haben müfsen.

Es folgt endlich hieraus von selbst, was vielen bey den Chladnischen Klangfiguren der mit freyen Rändern schwingenden Scheiben wunderbar geschienen hat, dafs diejenigen Linien der vollkommensten Interferenz (Knotenlinien), welche dem Rande des Gefäfses am nächsten liegen, genau *nur halb so weit von diesem Rande entfernt sind,* als sie von den gegen die Mitte des Gefäfses zu liegenden Linien der vollkommensten Interferenz abstehen. Es rührt das nämlich daher, weil am Rande des Gefäfses durch die Zurückwerfung nur halbe Wellenberge und halbe Wellenthäler entstehen, die sich mit ihrer Durchschnittsfläche an den Wänden des die Flüssigkeit einschliefsenden Gefäfses stützen. Man sehe Fig. 84 die Linien (8), welche an einer Scheibe, die auf die nämliche Weise schwänge, Knotenlinien seyn würden.

§. 192.

Wir können aber hier nicht mit Stillschweigen übergehen, dafs auch da, wo die Bedingungen zu einer stehenden Schwingung der Flüssigkeiten nicht vollständig vorhanden zu seyn scheinen, dennoch eine solche Schwingung entstehen könne, was wir uns so erklären, dafs, wenn sich nur an einigen, vielleicht nicht ganz regelmäfsig gestellten Puncten Kegel und Trichter gebildet haben, die Flüssigkeit dadurch einen Schwung bekommen kann, der, durch wiederholte Zurückwerfung von den Wänden des Gefäfses mehr und mehr regelmäfsig werden kann.

Da die stehende Schwingung nichts ist, als eine ununterbrochen sich wiederholende regelmäfsige Durchkreuzung von Wellen, so gilt hier von der schwingenden Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen dasselbe, was oben §. 162 über die Bahnen gesagt worden ist, in den sich die Flüssigkeitstheilchen während der Durchkreuzung zweyer Wellen bewegen. Die Flüssigkeitstheilchen bewegen sich nämlich *nicht in Curven, die in sich selbst zurücklaufen, sondern die Theilchen gehen durch dieselben Puncte derselben Bahnen wieder rückwärts, durch die sie vorwärts gegangen waren.* Das Flüssigkeitstheilchen, welches auf

der Mitte des Gipfels eines kegelförmigen Wellenbergs sich befindet, bewegt sich in einer geraden senkrechten Bahn nach abwärts gegen die Mitte der Basis dieses Kegels, so daſs es, wenn es bis zum tieſsten Puncte derselben herabgestiegen ist, nun die tieſste Stelle des trichterförmigen Thales einnimmt, und sich hierauf durch dieselben Puncte seiner Bahn wieder nach aufwärts bewegt. Die übrigen Flüssigkeitstheilchen bewegen sich in mehr oder weniger krummen Bahnen, deren Krümmung sich vielleicht durch Berechnung, keineswegs durch Beobachtung bestimmen lassen wird, ungefär so, wie die in §. 162 angeführte Fig. 44 anschaulich macht.

§. 193.

Es ist sehr merkwürdig, daſs die stehende Schwingung zuweilen auch in mehr oder minder vollkommenem Grade auf dem Meere entstehen kann, wenn 2 und mehrere Winde von entgegengesetzten Richtungen her Wellen erregen.

Hierher ist wohl die Beobachtung von James Horsburgh über die Wellen in der Chinesischen See während eines Typhons zu setzen. Er sagt: *) „In der Chinesischen See ereignet sich häufig während eines Typhons (ty-fong), daſs die Wellen nach jeder Richtung laufen; sie haben dann das Aussehen von hohen Bergen oder Pyramiden, welche eine in die andere mit groſser Gewalt einbrechen. Die Schiffe laufen Gefahr ihre Steuerruder zu verlieren, wenn diese Pyramiden dagegen schlagen, und von der heftigen turbulenten Bewegung, welche durch so verschiedenartige Stöſse entsteht, leiden die Masten Schaden. Das Wellenschlagen kann von einem heftigen Winde herrühren, der mit einem andern Winde, der ihm entgegenbläst, zu kämpfen hat, wie man das manchmal auf der See bemerkt."

§. 194.

Die stehende Schwingung findet sich auch häufig von selbst, wie wohl etwas unregelmäſsig, ein, wenn ein Gefäſs

*) Nicholson's Journal Vol. 15. Gilberts Annalen B. 32. 1809. pag. 408.

mit Flüssigkeit bewegt und erschüttert wird. Der gemeine Mann kennt die dadurch entstehenden kegelförmigen Erhebungen der Flüssigkeiten, bey deren Bildung die Flüssigkeit oft hoch in die Höhe spritzt, sehr wohl, und sucht ihre Bildung dadurch zu verhindern, dafs er ein oder mehrere Stücken Holz in das mit Wasser erfüllte Gefäfs wirft, wenn es weiter getragen oder gefahren werden soll. Dasselbe Mittel pflegt man beym Fortfahren der Sturmfäfser anzuwenden, um während des Fahrens nicht zu viel Wasser zu verlieren. Die schwimmenden Körper machen dann die Wellen unregelmäfsig, und verhüten so die stehende Schwingung.

Auch Flüssigkeiten, welche sehr schwer in eine fortdauernde Wellenbewegung versetzt werden können, sind zur stehenden Schwingung sehr wohl geeignet. So hat Rübsenöl die Eigenschaft, wenn es in einer Schüssel auf die oben beschriebene Weise regelmäfsig erschüttert wird, kegelförmige Erhebungen zu bilden, von den das Oel hoch in die Luft gesprützt wird, doch eignet sich Quecksilber vor allen andern Flüssigkeiten zu ihrer Hervorbringung, so wie auch zur Erkennung der hierbey stattfindenden Bewegung des Quecksilbers das Fig. 33 abgebildete, pag. 195 beschriebene Instrument, dessen eine Seitenwand eine schiefe Ebene ist, vor allen andern geschickt ist. Wenn man dieses Instrument so stellt, dafs es nicht unbeweglich ist, und dann auf seine schiefe Ebene in einem gewissen Tacte mit dem Finger klopft, so entsteht eine stehende Schwingung, die da, wo die Oberfläche des Quecksilbers durch die schiefe Ebene begrenzt wird, sehr deutlich beobachtet werden kann. Man sieht hier, dafs der glänzende Rand des Quecksilbers sich abwechselnd in dieselben 2 Lagen setzt, die eine mit Schwingungsknoten unterbrochen schwingende Saite annimmt. Da man aber beyde Lagen gleichzeitig zu sehen scheint, so sieht man 2 glänzende Linien, die sich wie die Schlangen eines Mercuriusstabs an bestimmten Stellen durchkreuzen.

Dritte Abtheilung.

Vergleichung der durch die Erfahrung gefundenen Wellenerscheinungen mit den Resultaten der bis jetzt aufgestellten Wellentheorien.

Abschnitt I.

Allgemeinere Bemerkungen und Versuche, welche die Anwendung des Calculs zu einer Begründung einer Theorie der Wellen auf verschiedenen Wegen erleichtern können.

§. 195.

Der Stoſs, der eine Welle im Wasser oder in andern tropfbaren Flüssigkeiten veranlaſst, ist zwar die unmittelbare Ursache der *Entstehung* der Erhabenheit oder Vertiefung, die man Welle nennt, keineswegs aber die unmittelbare Ursache des *Fortschreitens* dieser Welle. Dadurch unterscheiden sich die Wasserwellen sehr auffallend von den Schallwellen, selbst von denjenigen, die den Schall im Wasser fortpflanzen. Denn das Fortschreiten dieser Wellen ist die unmittelbare Wirkung des fortgepflanzten Stoſses.

Der Stoſs, den man auf Wasser mit freyer Oberfläche wirken läſst, verbreitet sich zwar mit groſser Geschwindigkeit durch dasselbe, wie uns eben der Schall lehrt, der in dem Wasser bekanntlich mit weit gröſserer Geschwindigkeit fortgeleitet wird, als in der Luft. Allein die sichtbare Bewegung, die der Stoſs im Wasser her-

vorbringt, beschränkt sich auf einen ziemlich engen Umkreis um den Punct herum, wo der Stofs wirkte. Die Flüssigkeit, die sich aber in diesem Umkreise nach angebrachtem Stofse bewegt, scheint sich nicht *successiv* sondern *gleichzeitig* zu bewegen.

Die Wirkung eines Stofses ist also eine fast gleichzeitige Bewegung der Flüssigkeit um den Ort herum, auf den der Stofs geschah.

Beobachtet man nämlich in unserer Fig. 12 oder Fig. 13 abgebildeten Wellenrinne mit einer Loupe die im Wasser ruhig schwebenden Theilchen, die gleiches specifisches Gewicht als das Wasser haben, und alle seine Bewegungen theilen, in gröfserer Entfernung von dem Orte, wo man das Wasser stöfst, so sieht man in dem Augenblicke des Stofses keine Bewegung derselben, es müfste denn zugleich eine Erschütterung der ganzen Rinne verursacht worden seyn. Erst nach Verlaufe einiger Zeit fangen sich die durch die Loupe betrachteten Theilchen an zu bewegen, und eine kleine elliptische Bahn zu durchlaufen.

Wird nun die Flüssigkeit an irgend einer Stelle ihrer Oberfläche gestofsen, so scheint die augenblickliche, durch dem Stofs entstehende senkrechte Bewegung in die Tiefe der Flüssigkeit hinab in einer gröfsern Entfernung vom Orte, auf den der Stofs wirkte, merklich zu seyn, als an der Oberfläche der Flüssigkeit in horizontaler Richtung, wo diese augenblickliche Bewegung schon in einer sehr geringen jedoch nicht genau bestimmbaren Entfernung vom Orte des Stofses unsichtbar ist.

In der Tiefe der Flüssigkeit bemerkt man senkrecht unter dem Orte an der Oberfläche, auf den der Stofs wirkte, aufser der Bewegung, die augenblicklich mit dem Stofse verbunden ist, keine Bewegung, die erst merklich würde, nachdem der Stofs einige Zeit vorbey ist, und es scheint demnach, wenigstens bey der geringen Tiefe von 6 Zoll bis zu fast 2 Fufsen, bey der wir unsere Versuche anstellten, keine *merklich successive* Fortpflanzung

der Bewegung von der Oberfläche der Flüssigkeit senkrecht in die Tiefe statt zu finden.

Die unmittelbare Wirkung eines angebrachten Stoſses endigt also damit, die Flüssigkeit senkrecht unter dem gestoſsenen Orte bis in *beträchtliche* Tiefen horizontal an der Oberfläche neben der gestoſsenen Stelle bis zu einer *geringen* Entfernung in eine scheinbar gleichzeitige Bewegung zu versetzen, vermöge deren auf der Oberfläche entweder eine Erhebung oder Vertiefung entsteht. Ob sich nun zwar der Stoſs auch horizontal bis zu viel entferntern Gegenden fortpflanzt, so bringt er doch daselbst keine wahrnehmbare Bewegung mehr hervor, wovon in diesem Abschnitte der Grund angegeben werden wird.

§. 196.

Wenn man nun aber die entstandene Erhebung oder Vertiefung von dem Orte der Oberfläche, an dem sie zuerst hervorgebracht wurde, langsam fortrücken sieht, so wird wohl niemand auf den Gedanken kommen, daſs der durch das Wasser fortschreitende Stoſs, da wo er sich gerade befindet, an der Oberfläche diese Erhebung oder Vertiefung verursache, denn die Langsamkeit der Welle, und die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Stoſses durch Wasser beweist es schon, daſs die Welle keine unmittelbare Wirkung des fortschreitenden Stoſses seyn könne. Die unmittelbare Wirkung des Stoſses ist schon längst verschwunden, wenn die dadurch entstandene Welle noch lange fortfährt sich zu bewegen, und das Fortschreiten der Welle geschieht also durch eine immer neu hervorgebrachte successive Bewegung von *andern* Flüssigkeitstheilchen als den, die durch den ursprünglichen Stoſs selbst eben bewegt wurden.

Bey der Wirkung des Stoſses ist zugleich nicht zu verkennen, daſs die von ihm unmittelbar bewegten Theilchen der Flüssigkeit sich in einer ganz andern Richtung bewegen, als die ist, in der die Welle fortschreitet. Wird ein Theil der Flüssigkeit niedergestoſsen, so bewegt sich

die neben der gestoſsenen Stelle an der Oberfläche befindliche Flüssigkeit steigend; wird Flüssigkeit durch Saugen, z. B. in einer Röhre, in die Höhe gehoben, so bewegt sich die benachbarte Flüssigkeit an der Oberfläche sinkend. Also ist die Wirkung des Stoſses in beyden Fällen eine senkrechte, während die Welle horizontal fortgeht.

§. 197.

Die Kraft aber, welche das Fortschreiten der Welle bewirkt, ist eine *andere*, von dem Stoſse, der zur Entstehung der Welle Veranlassung gab, ganz verschiedene, die *Schwerkraft*. Sie bewirkt, daſs die über das Niveau erhobenen Flüssigkeitstheilchen herabsinken, und dadurch die unter ihnen befindliche Flüssigkeit von neuen drücken, und rings herum in einer kleinen Entfernung sich zu bewegen nöthigen. Auch der Stoſs, der von diesen durch die Schwere niedersinkenden Flüssigkeitstheilchen ausgeht, bewirkt, in die Tiefe hinab in beträchtlicher, an der Oberfläche in geringer Entfernung, eine augenblickliche Bewegung, welche gleichfalls in andern Richtungen, als die, in der die Welle fortgeht, geschieht, wodurch ein neues Steigen rings herum veranlaſst wird.

Werden die Flüssigkeiten, etwa Wasser, gehindert, an der Oberfläche auszuweichen, z. B. dadurch, daſs die Flüssigkeit ringsum eingeschlossen ist, so ist die Entstehung von Wasserwellen unmöglich, wohl aber ist die Flüssigkeit fähig zur Verbreitung von Schallwellen, denn diese werden dadurch nicht gehindert.

Eine freye Oberfläche ist eine wesentliche Bedingung der Entstehung von Wasserwellen, und sie schreiten auch nur in 2 Dimensionen, nämlich der Länge und Breite fort, und könnten deswegen Kreiswellen, oder weil die unter der Oberfläche liegenden tiefern Schichten dieselbe Bewegung haben, *Ringwellen*, cylinderförmige Wellen genannt werden. Diese Ringwellen haben zwar gleich anfangs eine Ausdehnung nach 3 Dimensionen, indem der Stoſs, der sie hervorbringt, nach 3 Dimensionen wirkt; aber sie *schreiten*

nur in 2 Dimensionen *fort*. Wenigstens läſst es sich durch *Versuche* nicht nachweisen, daſs sie auch in der Dimension der Tieſe fortschritten. Die Schallwellen dagegen gehn nach 3 Dimensionen ſort, und können daher, weil sie hohlen Kugeln gleichen, die sich mit auſserordentlicher Geschwindigkeit ausdehnen, *Kugelwellen* genannt werden. In Beziehung auf die Kraft, die die Ursache des Fortschreitens der Wellen ist, könnten die Wasserwellen *Fallwellen*, die Schallwellen dagegen *Stoſswellen* heiſsen.

§. 198.

Die Ursache, warum ein auf tropſbare Flüssigkeiten wirkender Stoſs an der Oberfläche nur in der nächsten Umgebung der gestoſsenen Stelle eine Bewegung hervorbringt, keineswegs aber sich successiv in groſse Entfernungen erstreckt, liegt theils darinne, daſs die tropſbaren Flüssigkeiten sehr wenig elastisch sind, theils darinne, daſs sie wegen der groſsen Beweglichkeit ihrer einzelnen Theilchen so leicht an der Oberfläche ausweichen.

Hindert man daher dieses Ausweichen der Theilchen, so pflanzt sich ein auf Flüssigkeit wirkender Stoſs fast augenblicklich bis in groſse Entfernungen fort, und bringt dort eine merkliche Bewegung hervor.

Um dieses wenigstens im Kleinen zu zeigen, nahmen wir eine 12 Fuſs lange hölzerne Röhre, banden an beyde Enden derselben Blasen an, und füllten die Röhre und Blasen gepreſst mit Wasser an. Wurde nun die eine Blase gestoſsen, während einer von uns die andere mit den Händen umfaſst hielt, so bemerkten wir keine Zeit, welche nöthig gewesen wäre, um den Stoſs vom einen Ende der Röhre bis zum andern durch die Flüssigkeit hindurch fortzuleiten.

§. 199.

Wir lieſsen, um den entsprechenden Versuch für das Gegentheil zu machen, 2 genau auf einander passende Leisten Fig. 85 α, β, jede 1 Zoll P. M. dick, auf einander

leimen, nach dem in die untere Leiste eine 2 Fuſs lange, $\frac{1}{2}$ Zoll im Quadrate haltende Furche eingehobelt worden war. Dadurch wurde die Furche in eine ganz geschlossene, reguläre, vierseitige Röhre verwandelt, die sich nur bey *γ* durch eine Mündung öffnete, welche fest verstöpselt werden konnte. Auf der obern horizontalen Oberfläche der Leiste wurden 9 gleich groſse Oeffnungen *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, jede 4,6 Linien weit, und von der andern 3 Zoll abstehend, senkrecht eingebohrt, dann dafür gesorgt, daſs die Oberfläche ganz eben, und die Oeffnungen von scharfen platten Kanten umgeben waren. In das Loch *a* wurde eine Glasröhre von 3,6 Linien lichtem Durchmeſser senkrecht eingesetzt, und durch Siegellack befestigt. Zugleich wurde die Anstalt getroffen, daſs das Quecksilber aus jeder der 8 übrigen Oeffnungen nur in besondere Gefäſse *b'* *c'* *d'* *e'* *f'* *g'* *h'* *i'* ablaufen konnte, was sich z. B. so bewirken läſst, daſs man zwischen den Oeffnungen kleine Leistchen aufleimt. Die Röhre wurde nun genau horizontal gestellt, und dann mit Quecksilber gefüllt, wobey Sorge getragen wurde, daſs die Luft, die sich in den blinden 2 Enden der Röhre verhalten konnte, ausgetrieben wurde.

Hierauf hob einer von uns das Quecksilber in der Glasröhre *a* durch Saugen mit dem Munde bis zu einer gewiſsen Höhe, z. B. 1 Zoll hoch, und hielt die gehobene Quecksilbersäule fest, während der andere die Röhre wieder so weit mit Quecksilber anfüllte, daſs das Quecksilber aus allen Löchern in Gestalt von so hohen Halbkugeln, die alle gleiche Gröſse hatten, nämlich die gröſste Tropfenhöhe, emporragte, so daſs die geringste Kraft das Quecksilber aus den Löchern abzuflieſsen nöthigen muſste, und keine Vergröſserung der Halbkugeln mehr möglich war.

Wirkte daher hier der Stoſs der niederfallenden Quecksilbersäule nur einigermaaſsen merklich in die Entfernung, so müſste das Quecksilber aus allen Oeffnungen ausflieſsen. Allein das fand nicht statt, wie folgende Tabelle unserer hierüber angestellten Versuche beweist. Das Quecksilber floſs nur aus 1 bis 5 der Glasröhre *a* zunächst stehenden

Oeffnungen ab. Wir haben die Menge Quecksilber, die aus jeder Oeffnung abfloſs, gewogen, muſsten aber bey diesen Versuchen die untergesetzten Gefäſse, so wie sie das abgefloſsene Quecksilber aufgefangen hatten, schnell wegnehmen, weil aus den Oeffnungen, die *a* zunächst lagen, noch zu einem 2ten male Quecksilber abfloſs. Die in der Glasröhre niedersinkende Flüssigkeit sinkt nämlich wegen ihrer beschleunigten Bewegung unter das Niveau, und steigt hierauf wieder mit einer beschleunigten Bewegung über das Niveau in die Höhe. Wenn sie hierauf zum 2ten male sinkt, treibt sie von neuem Quecksilber aus den benachbarten Oeffnungen herab.

Tabelle XXX.

über das Gewicht des aus den Oeffnungen b, c, d und den folgenden auslaufenden Quecksilbers, wenn in der Röhre a a' Fig. 85 *eine* $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3 *oder* 4 *Zoll hohe Quecksilbersäule sinken gelassen wurde.*

Höhe und Gewicht der Quecksilbersäule in der Röhre *a a'*	Gew. des aus *b* ausfließenden Quecksilbers.	Gew. des aus *c* ausfließenden Quecksilbers.	Gew. des aus *d* ausfließenden Quecksilbers.	Gew. des aus *e* ausfließenden Quecksilbers.	Gew. des aus *f* ausfließenden Quecksilbers.	Gew. des gesammt. ausgefl. Quecksilbers.
$\frac{1}{4}$ Zoll. 86 Gran.	103 Gran. 112 — 116 —					
Mittel	110 Gran.					110 Gran.
$\frac{1}{2}$ Zoll. 171 Gran.	204 Gran. 210 — 196 —	66 Gran. 65 — 62 —				
Mittel	203 Gran.	64 Gran.				267 Gran.
1 Zoll. 342 Gran.	289 Gran. 288 — 287 —	130 Gran. 128 — 123 —	57 Gran. 27 — 28 —			
Mittel	288 Gran.	127 Gran.	37 Gran.			452 Gran.
2 Zoll. 684 Gran.	484 Gran. 478 — 477 —	293 Gran. 295 — 297 —	101 Gran. 107 — 110 —	30 Gran. 6 — 30 —		
Mittel	480 Gran.	295 Gran.	106 Gran.	22 Gran.		903 Gran.
3 Zoll. 1026 Gran.	722 Gran. 714 —	466 Gran. 466 —	190 Gran. 203 —	99 Gran. 100 —		
Mittel	718 Gran.	466 Gran.	196 Gran.	100 Gran		1480 Gran.
4 Zoll. 1368 Gran.	893 Gran.	614 Gran.	303 Gran.	165 Gran.	5 Gran.	1980 Gran.

Wenn wir in dieselbe horizontale Röhre nur 3 Oeffnungen in *a, e, i* einbohren liefsen, 2 an den beyden Enden und 1 in der Mitte, und dann in die Oeffnung an dem einen Ende eine Glasröhre einsetzten, und den Versuch eben so wiederholten, wie bey den 9 Oeflnungen, so flofs auch aus der am entgegengesetzten Ende befindlichen Oeffnung Quecksilber, das also 2 Fufs von der Glasröhre entfernt war, aus. Folgende Tabelle giebt die Menge des ausgeflofsenen Quecksilbers an.

Tabelle XXXI.

über das Gewicht des aus der Oeffnung e und i Fig. 85 *ausfliefsenden Quecksilbers, wenn in der Röhre a a' eine* 1, 2, 3 *und* 4 *Zoll hohe Quecksilbersäule sinken gelassen wurde.*

Höhe der Quecksilbersäule in der Röhre *a a'*.	Gewicht des aus *e* abfliefsenden Quecksilbers.	Gewicht des aus *i* abfliefsenden Quecksilbers.
1 Zoll.	458	169
2 —	837	360
3 —	1201	672

§. 200.

Aus unsern Versuchen lassen sich folgende Schlüfse ziehn.

1) Ein Stofs, der in einer Flüssigkeit, die auszuweichen gehindert ist, augenblicklich in grofse Entfernungen, und zwar überall mit gleicher Stärke, wirkt, erstreckt seine augenblickliche Wirkung in einer Flüssigkeit mit zum Theil freyer, zum Theil gedeckter Oberfläche nur auf einen Theil der freyen Oberfläche.

2) Sind die Orte, wo die Oberfläche frey ist, durch grofse Zwischenräume getrennt, in den die Oberfläche gedeckt ist, so kann sich die augenblickliche Wirkung des Stofses auch in grofse Entfernung erstrecken, aber die freye Oberfläche, auf die sie sich ausdehnt, ist doch nicht gröfser als vorher, sondern hat immer die nämliche Gröfse. Macht man daher die Löcher

in dem angegebenen Versuche weiter von einander abstehend, so fliefst doch das Quecksilber aus eben so viel Oeffnungen aus. Dies beweist schon die Vergleichung der beyden letzten Tabellen. Dafs aber selbst bey sehr kleinen Drucken, bey einem Drucke von blofs $\frac{1}{4}$ Zoll Quecksilber, die gröfsere Entfernung keinen beträchtlichen Unterschied mache, sieht man aus folgender Tabelle.

Tabelle XXXII.

über den Unterschied der Wirkung des Druckes einer $\frac{1}{4}$ Zoll hohen Quecksilbersäule in der Röhre a a' des Fig. 86 abgebildete Apparats, wenn die erste Röhre 3 Zoll, und wenn sie 6 Zoll von der Röhre a a' entfernt war.

Gewicht des aus der 1ten Oeffnung ausfliefsenden Quecksilbers 3 Zoll von *a a'* entfernt.	Gewicht des aus der 1ten Oeffnung ausfliefsenden Quecksilbers, 6 Zoll von *a a'* entfernt.
103 Gran.	106 Gran.
112 —	103 —
116 —	103 —
110 Gran.	104 Gran.

Der sehr geringe Unterschied der hier statt findet, hat offenbar allein den Grund, dafs, weil im 2ten Falle eine gröfsere Quecksilbersäule zu bewegen ist, diese weniger beschleunigt wird, und daher etwas weniger Quecksilber als im ersten Falle, wo eine kleinere Quecksilbersäule durch dieselbe Kraft, also mehr beschleunigt, zum Ausfliefsen genöthigt ist.

3) Der Stofs wirkt aber in einer Flüssigkeit mit freyer, oder auch zum Theil freyer Oberfläche nicht überall, wo er wirkt, gleich stark, sondern auf die nähern Puncte der freyen Oberfläche viel stärker, als auf die entfernteren. Das Gesetz der Abnahme läfst sich aus den Beobachtungen noch nicht ableiten.

4) Ein stärkerer und dauernderer Stofs wirkt unter übrigens gleichen Umständen auf einen gröfseren Theil der freyen Oberfläche, als ein schwächerer, und folglich

fliefst das Quecksilber aus mehreren Oeffnungen heraus. Beym Niederfallen einer $\frac{1}{2}$ Zoll hohen Quecksilbersäule flofs das Quecksilber aus:

bey einer 1 Zoll hohen, aus 3 Oeffnungen,
bey einer 2 oder 3 Zoll hohen, aus 4 Oeffnungen,
bey einer 4 Zoll hohen, aus 5 Oeffnungen.

5) Ein stärkerer und dauernderer Stofs wirkt auf die nähern und entfernteren Oeffnungen nicht in gleichem Grade stärker, sondern die Stärke seiner Wirkung nimmt in den entfernteren Oeffnungen mehr zu, als in den näheren.

6) Die fallende Quecksilbersäule treibt mehr Quecksilber aus der Röhre hervor, als die Säule selbst fafst; dieses Mehr ist aber bey hohen Quecksilbersäulen beträchtlicher als bey niedrigen.

§. 201.

In den angegebenen Versuchen entstand keine Welle, die durch die ganze Röhre fortlief, und successiv aus allen Oeffnungen Quecksilber hervortrieb, wohl aber zeigt sich eine solche Welle, wenn man auf allen Oeffnungen Glasröhren mittelst Siegellacks aufklebt, so dafs das bewegte Quecksilber nicht abfliefsen kann, wo dann das Quecksilber in allen Röhren steigt und fällt, so dafs man wirklich eine Welle hin und herlaufen sieht. Der Umstand, der im ersteren Falle den Fortgang einer Welle verhindert, ist der, dafs der Stofs eine Bewegung in der Flüssigkeit hervorbringt, vermöge deren sie abfliefst, ohne einen neuen Stofs nach unten auf die inder Röhre befindliche Flüssigkeit hervorzubringen. Denn da die abfliefsende Flüssigkeit nicht in die Höhe steigt, so kann sie keinen stärkern Druck auf die in der Röhre befindliche Flüssigkeit ausüben, und da sie nicht in die Röhre zurückfällt, so kann sie auch keinen Stofs auf die Flüssigkeit durch ihr Fallen verursachen, und so folgt also gar keine weitere Wirkung. Die Kraft des Stofses ist fast ganz in das ausgeflofsene Quecksilber übergegangen.

Sind aber in die Oeffnungen senkrechte Glasröhren eingesetzt, so mufs das ausweichende Quecksilber in ihnen steigen, und drückt theils schon bey zunehmender Höhe, theils bey seinem Niedersinken auf das Quecksilber in der horizontalen Röhre. Wir haben diesen Versuch mit einer 38 Zoll langen 5,5 Linien weiten, runden, horizontalen Röhre gemacht, auf deren oberer Oberfläche 46 senkrechte, 3,8 Linien weite, communicirende Glasröhren errichtet waren, wo man dann, wenn man den Apparat mit Quecksilber füllte, die Welle deutlich hin und herlaufen sahe.

§. 202.

Da die Welle die Länge eines solchen Röhrenapparates unsern Mefsungen nach viel schneller durchläuft, als einen gleich langen Raum in der Wellenrinne, so giebt dieser Umstand Veranlassung über die Ursache dieser auffallenden Erscheinung, so wie über die Methode etwas zu sagen, durch die man einer Wasserwelle sogar die nämliche Geschwindigkeit mittheilen könnte, als die, mit der eine Schallwelle fortschreitet.

Das Naturgesetz, das hier zum Grunde zu liegen scheint, ist folgendes:

Wenn einem Körper, dessen einzelne Theilchen so unter einander verbunden sind, dafs sie keiner Verschiebung, keiner Zusammendrückung und also überhaupt keiner Bewegung im Einzelnen, sondern nur einer gemeinsamen Bewegung fähig sind, ein Stofs mitgetheilt wird, so theilt sich der Stofs allen Theilen des Körpers *gleichzeitig* mit, und der ganze Körper bewegt sich, wenn er nicht durch eine entgegengesetzte gröfsere Kraft gehindert ist, mit einer gewifsen Geschwindigkeit, die dem Quotienten der stofsenden Kraft dividirt durch die Masse des zu bewegenden Körpers proportional ist, fort.

Es kann aber auch in diesem Falle gar keine successive Fortleitung des Stofses von Theilchen zu Theilchen statt finden. Denn diese Fortleitung des Stofses könnte doch nur darinne bestehen, dafs jedes früher gestofsene Theil-

chen sich zu bewegen anfienge, vermöge seiner Bewegung auf das benachbarte stieſse, und dieses dadurch wieder in Bewegung setzte. Da wir aber eine solche Verschiebbarkeit oder Beweglichkeit der einzelnen Theilchen des Körpers als nicht vorhanden setzen, und dennoch nicht geläugnet werden kann, daſs ein mit solchen Eigenschaften begabter Körper in Ganzen bewegt werden könne, auch nicht angenommen werden kann, daſs er nach empfangenem Stoſse eine Zeit zu ruhen fortfahre, und dann sich zu bewegen anfange, so muſs angenommen werden, daſs sich der Stoſs unter jenen Umständen gleichzeitig auf alle Theilchen des Körpers erstrecken müsse. Denkt man sich z. B. eine horizontale eiserne Röhre von 10000 Fuſs Länge, welche an ihren beyden Enden in ein senkrecht in die Höhe gerichtetes Knie umgebogen wäre, denkt man sich ferner diese Röhre als vollkommen unausdehnbar, und stellt man sich endlich vor, daſs sie mit Wasser erfüllt sey, welches man als vollkommen incompressibel annimmt, so hat man ein Beyspiel zu den gesetzten Bedingungen. Würde nun in das eine Ende des Knies ein vollkommen schlieſsender Stempel eingesetzt, und mit einem groſsen Hammer durch einem Schlag vorwärts gestoſsen, so fragt sich welche Bewegung der Flüssigkeit in der Röhre erfolgen würde. Wir behaupten, daſs sich der ganze lange Wassercylinder gleichzeitig in allen seinen Theilen nach vorwärts bewegen müſste. Denn die zunächst gestoſsenen Theile könnten sich auch nicht um ein Minimum vorwärts bewegen, wenn sich nicht alle vorliegenden gleichzeitig bewegten. Auch wäre eine Bewegung der einzelnen Theilchen des Wassercylinders unmöglich, durch die auſserdem der Stoſs von Theilchen zu Theilchen fortgepflantzt werden würde.

In dem Momente des Stoſses also, und ohne Zeitverlust würde sich der ganze Wassercylinder anfangen zu bewegen, freilich mit der Geschwindigkeit, die dem Quotienten der Gröſse der stoſsenden Kraft dividirt durch die zu bewegende Masse entspräche, woraus denn allerdings folgen

könnte, dafs, abgesehen von der Reibung, die das Wasser an den Wänden der Röhre erführe, bey einem selbst starken Stofse dennoch eine unmerkliche Bewegung erfolgt.

Es fragt sich nun: Durch welche Abänderung des Apparates würde man den einzelnen in der Röhre eingeschlossenen Wassertheilchen diejenige Beweglichkeit verschaffen können, durch welche eine successive Fortpflanzung des Stofses vom einen Ende der Röhre zum andern möglich würde, und auf welche Umstände würde es ankommen, wenn man diese Fortpflanzung schneller oder langsamer machen wollte.

§. 203.

Da wir die in der Röhre enthaltene Flüssigkeit als incompressibel angenommen haben, so könnte den einzelnen Theilchen nur dadurch eine besondere Beweglichkeit gegeben werden, dafs ihnen Raum gestattet würde auszuweichen, indem sie aus dem Raume der Röhre etwas hervorträten.

Dazu reichte nun schon hin, wenn man in die horizontale Röhre etwa von Fufs zu Fufs eine Oeffnung machte, und in dieselbe senkrecht jedesmal eine Röhre einsetzte, so dafs also mit der langen horizontalen Röhre 10000 senkrechte Röhren von etwa $\frac{1}{4}$ Zoll lichtem Durchmesser communicirten. Der am einen Ende der horizontalen Röhre wirkende Stofs würde ein senkrechtes Ausweichen der Flüsssigkeit in die nächsten senkrechten Röhren bewirken, das Niedersinken und der Druck des in dieser in die Höhe gestiegenen Wassers würde wieder ein Steigen in der benachbarten zur Folge haben, und so würde eine Welle durch die 10000 Fufs lange Röhre fortschreiten, die fast nicht mehr Zeit braucht um sie zu durchlaufen, als etwa eine Welle braucht um unter übrigens gleichen Verhältnifsen einen Raum von 10000 Viertelzollen Länge zu durchlaufen. Je weitläuftiger die Röhren stünden, und je enger ihr Durchmefser wäre, desto kürzer würde die Zeit seyn, die zu dieser Fortpflanzung erforderlich wäre, desto weni-

ger plötzlich aber auch die fortgepflantzte Bewegung an jeder einzelnen Stelle, und umgekehrt.

§. 204.

Allein es giebt noch ein 2tes Mittel, um den auf das eine Ende der Röhre wirkenden Stofs in noch viel kürzerer Zeit, und auf eine mehr in die Augen fallende Weise bis zum andern Ende der Röhre sich fortpflanzen zu lassen. Wenn man nämlich die in die 10000 Fufs lange horizontale Röhre etwa von Fufs zu Fufse gebohrten Oeffnungen mit einer vollkommen elastischen straffen Haut fest verschlöfse. Geschähe dann an dem einen Ende ein plötzlicher Stofs auf die Flüssigkeit, so würde die Flüssigkeit an den nächsten Oeffnungen so weit auszuweichen streben, als es die Ausdehnbarkeit der die Oeffnung verschliefsenden Membran gestattete. Allein die Kraft, mit der diese ausgedehnte Membran sich wieder zusammen zu ziehen suchte, würde den Stofs sogleich weiter auf die nächsten Oeffnungen u. s. w. verpflanzen. Die Fortpflanzung würde desto schneller geschehen, je weniger eng die Oeffnungen stünden, je kleiner ihr Umfang, und je gespannter die Membranen, die sie decken. Denn in dem zwischen je 2 Oeffnungen liegenden Stücke der Röhre, würde die Fortpflanzung, weil kein Ausweichen und Verschieben der Flüssigkeitstheilchen möglich wäre, unendlich schnell geschehen, und nur an den Oeffnungen, wo ein Ausweichen möglich wäre, ein Aufenthalt in der Fortpflanzung des Stofses statt finden, der aber um so geringer seyn würde, je weniger ausdehnbar und je vollkommener elastisch die verschliefsenden Membranen wären.

Man sieht ein, dafs unter jenen Voraussetzungen, und wenn man von dem Hindernifse absieht, das die Reibung entgegengesetzt, eine eben so schnelle Fortleitung des Stofses im Wasser gedenkbar wird, als die des Lichtes.

Und wenn man also die Frage aufwirft, von welchen Eigenschaften hängt die Fähigkeit eines Medii ab, Stöfse bis zu grofsen Entfernungen in äufserst kurzer Zeit fortzu-

leiten, daſs sie daselbst noch einen Eindruck auf die Sinne machen können, so müſsen wir sie dem vorhergehenden gemäſs so beantworten: es kommt darauf an, daſs die kleinen Theilchen dieses Medii von bestimmter Gröſse 1) sehr beweglich sind, aber dem ungeachtet 2) nur eine verhältniſsmäſsig zu ihrer Gröſse sehr kleine Bewegung machen können (also nur sehr wenig zusammendrückbar, und von einander nicht durch Zwischenräume getrennt, und deswegen nur in einer fast unendlich kleinen Bahn bewegt werden können); und daſs sie 3) vollkommen elastisch sind. Sind die Theilchen eines Medii auch vollkommen elastisch, d. h. streben sie mit der ganzen Kraft, durch die sich die Gestalt der Theilchen änderte, ihre vorige Gestalt wieder anzunehmen, sind sie aber dabey sehr zusammendrückbar, oder durch kleine Zwischenräume von einander getrennt, und folglich einer beträchtlichen Verschiebung fähig, so kann das Medium jene Fähigkeit nicht besitzen.

§. 205.

Ueber die Wellen und Schwingungen in communicirenden Röhren.

Im fünften Abschnitte der ersten Abtheilung §. 99 seqq. ist durch Versuche gezeigt worden, daſs während eine Reihe gleich hoher und gleich breiter Wellen durch eine Flüssigkeit fortschreiten, die Flüssigkeitstheilchen, die die Wellen bilden helfen, in elliptischen Bahnen schwingen, und daſs ein Theilchen eben so oft in seiner Bahn umläuft, als Wellen an dem Orte, wo es sich befindet, vorübergehn. Es ist auch §. 105 sehr wahrscheinlich gemacht worden, daſs die Bahnen der Theilchen, wenn die Flüssigkeit auſserordentlich tief wäre, an der Oberfläche kreisförmig seyn würden.

Eine Schwingung eines Theilchens in einer kreisförmigen Bahn kann aber betrachtet werden als eine gleichzeitige Schwingung des Theilchens in 2 Dimensionen, in einer senkrechten und in einer horizontalen.

So kann z. B. die Schwingung eines Theilchens in der kreisförmigen Bahn Fig. 86 als zusammengesetzt aus der

senkrechten Schwingung *ABC* und *DEF*, und aus der horizontalen *f a b* und *c d e* gedacht werden. Während das Theilchen sich von *a* nach *x* in der kreisförmigen Bahn bewegt, ist es eben so gut, als bewegte es sich zugleich in der Richtung *AB* und *a b*, während es von *x* nach *d* geht, bewegt es sich zugleich von *B* nach *C* und von *c* nach *d* u. s. w.

Diese Schwingungen in 2 entgegengesetzten Ebenen müſsen als so zusammenfallend angenommen werden, daſs, während das schwingende Theilchen in der Richtung *ABC* den höchsten Grad der Beschleunigung erhalten hätte, es in der Richtung *f a b* sich im Puncte *b* befände, wo es o horizontale Bewegung hätte; und umgekehrt, daſs, während es in der horizontalen Richtung *c d e* am meisten beschleunigt wäre, es sich in der Richtung *D E F* in *D* befände, wo es o perpendiculare Bewegung hätte.

Nach dieser Zerlegung würde auch eine elliptische Schwingungsbahn aus 2 gleichzeitig vorhandenen Schwingungen in der senkrechten und horizontalen Ebene bestehn, von welchen aber die in der horizontalen gröſser wäre.

§. 206.

In der That lassen sich auch Wellen unter Umständen hervorbringen, wo diese sonst vereinigtem Schwingungen getrennt, und einzeln betrachtet werden können.

Wir nahmen Fig. 87 ein 6 Fuſs langes borizontal gestelltes Parallelepipedon von hartem Holze, welches eine Röhre enthielt, deren senkrechter Durchmesser $\frac{1}{2}$ Zoll, deren horizontaler $\frac{1}{4}$ Zoll betrug. Die Seitenwände des Parallelepipedon waren durch länglich viereckige Zwischenräume unterbrochen, in welche Glasscheiben *x x* eingesetzt, und durch Pech wasserdicht befestigt wurden, so daſs man die Bewegung der in der horizontalen Röhre eingeschlossenen Flüssigkeit beobachten konnte. Auf der obern Seite des Parallelepipedon wurden 37 senkrechte Glasröhren von 3 Linien Durchmesser in Löcher so eingesetzt, daſs sie mit der horizontalen Röhre communicirten, und sich also immer zwi-

schen je 2 senkrechten Röhren ein Zwischenraum von 2 Zollen befand.

Der ganze Apparat wurde so mit Wasser gefüllt, daſs es in jeder Röhre 1 Zoll hoch stand. Wurde nun das Wasser in der ersten senkrechten Röhre 6 Zoll hoch durch Saugen gehoben und dann fallen gelassen, so erregte es eine von dem einen Ende des Apparates zum andern fortgehende Welle, die man in den Glasröhren fortschreiten, und am andern Ende zurückgeworfen werden sahe, und die sich ganz so verhielt, wie Wellen in Flüssigkeit mit freyer Oberfläche, mit dem Unterschiede, daſs sie mit viel gröſserer Geschwindigkeit fortschritt als jene. Vorzüglich deutlich konnten wir dieses Fortschreiten der so erregten Welle in einem ähnlichen mit Quecksilber gefüllten Apparate, der aus 42 perpendicularen, viel dichter gestellten Röhren, und einer horizontalen Röhre bestand, wahrnehmen.

§. 207.

Bey einer genaueren Betrachtung der Umstände, wird man auf folgende Vermuthung über den Vorgang in diesem Apparate geführt. Die kreisförmige oder elliptische Schwingung der Flüssigkeitstheilchen werde hier in eine senkrechte, in den perpendicularen Glasröhren wahrnehmbare, und in eine horizontale, in der horizontalen Röhre sichtbare zerfällt.

Das Theilchen *D* auf dem Gipfel einer Welle Fig. 88 *A B C D E F G* das sich in Wasser mit freyer Oberfläche in der kreisförmigen Bahn im nächsten Moment nach *x* bewegt haben würde, bewege sich statt dessen in diesem Zeitraume senkrecht herab nach *d* und die Welle nehme zugleich die Lage *b c d e f g h* an,

Die Bewegung von *D* nach *d* sey aber die senkrechte Bewegung, die im Bogen *D x* statt gefunden hätte. Zu gleicher Zeit bewegten sich aber die Flüssigkeitstheilchen in der horizontalen Röhre unter jener senkrechten horizontal in der Richtung von 8 nach 9, welche horizontale

Bewegung gleichfalls in dem Bogen $D\,x$ enthalten gewesen wäre.

Im einem zweyten Zeitraume hätte sich ein Flüssigkeitstheilchen in Flüssigkeit mit freyer Oberfläche in einem Bogen von x nach δ bewegt. Hier in der eingeschlossenen Röhre könne sich dieses Theilchen nur von d senkrecht herab nach δ bewegen, und dieses sey der senkrechte in dem Bogen $x\,\delta$ enthaltene Theil der Bewegung, zu gleicher Zeit bewegte sich aber die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre von 9 nach 8, und vollbrächte hier den horizontalen Theil der Bewegung, der in dem Bogen $x\,\delta$ enthalten gewesen wäre, wobey die ganze Welle die Lage $\gamma\,\delta\,\varepsilon\,\zeta\,\eta$ annähme.

In einem dritten Zeitraume hätte sich das Theilchen von δ in einem Bogen nach z bewegt. Hier vollbrächte es nur den senkrechten Weg $\delta\,d$ nach aufwärts, zugleich bewegte sich aber die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre in der Richtung von 8 nach 9, und die Welle sey auf diese Weise nach $\delta\,\varepsilon\,\zeta\,\eta\,\vartheta$ fortgeschritten, und γ gehöre zu dem Fuſse der neuen nachfolgenden Welle.

In einem vierten Zeitraume würde sich das Theilchen in freyer Flüssigkeit von z nach D bewegt haben. Hier bewege es sich senkrecht von d nach D, und in der horizontalen Röhre zugleich von 4 nach 5. Hieraus würde folgen, daſs während eine solche in einer senkrechten Glasröhre eingeschlossene Flüssigkeitssäule niedersinkt, die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre in 2 Perioden nach 2 entgegengesetzten Seiten zu ausweichen müsse. Während die Säule, die den Gipfel des Wellenbergs bildet, bis zur Hälfte heruntersinkt, bewegte sich die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre von 8 nach 9. Während die Säule von hier bis zum tiefsten Puncte fiele, um dann den tiefsten Punct des Wellenthales zu bilden, wiche die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre von 9 in umgekehrter Richtung nach 8 aus. Ebenso verhielte es sich, während eine Säule, die den tiefsten Punct eines Wellenthales bildete, steige, um den höchsten eines Wellenberges

zu bilden. In der ersten Hälfte ihres Steigens würde die Flüssigkeit von 9 nach 8 gedrängt, in der zweyten Hälfte ihres Steigens würde die Flüssigkeit von 8 nach 9 gedrängt. Niemals wiche die Flüssigkeit, wenn die Flüssigkeitssäulen während der Wellenbewegung sänken, in der horizontalen Röhre *nach beyden Seiten zugleich* aus, immer nur auf einmal nach *einer*, niemals strömte die Flüssigkeit in die senkrechten Röhren, in den die Flüssigkeit bey der Wellenbewegung im Steigen ist, zu gleicher Zeit von beyden Seiten der horizontalen Röhre ein, immer nur auf einmal von einer, und zwar erst von der einen dann von der andern Seite. Dagegen müfste nach dieser Ueberlegung, wenn man in diesem Röhrenapparate eine stehende Schwingung erregte, die Flüssigkeit allerdings, während sie in der höchsten senkrechten Säule sänke, nach beyden Seiten zu in der horizontalen Röhre ausweichen und umgekehrt, während die höchste Säule stiege, von beyden Seiten her aus der horizontalen Röhre in die senkrechte Röhre einströmen.

Aber bey der stehenden Schwingung wird auch der Flüssigkeit die Schwingung von 2 entgegengesetzten Seiten her zugleich mitgetheilt, bey der fortschreitenden nur von einer her.

§. 208.

In der That bestätigte sich diese Hypothese dadurch, dafs wir die in der Flüssigkeit der horizontalen Röhre schwebenden Theilchen, von gleichem specifischen Gewichte als das Wasser, durch die Glaswände hindurch mittelst einer Loupe beobachteten, während in dem Röhrenapparate eine Welle erregt worden war. Denn ob wir gleich wegen der grofsen Geschwindigkeit der Erscheinung nicht jene Bewegungen einzeln in der Ordnung unterscheiden konnten, wie sie nach der Hypothese erfolgen mufsten, so sahen wir doch so viel, dafs wenn die fortgerückte Welle das Wasser in einer senkrechten Röhre zum Steigen bringt, das Wasser niemals, zugleich von beyden Seiten der hori-

zontalen Röhre in die senkrechte einströme, sondern nur von einer Seite her; ebenso, wenn das Wasser in einer senkrechten Röhre während der Wellenbewegung sinkt, es niemals nach beyden Seiten der horizontalen Röhre zugleich ausweiche, sondern bald nach der einen bald nach der andern, da es doch, wenn man in einer senkrechten Röhre Wasser durch Saugen hebt, von beyden Seiten der horizontalen Röhre zur senkrechten zuströmt und umgekehrt.

§. 209.

Damit es eher gelinge, die Ursachen der Wellenbewe- in einer Reihe communicirender Röhren zu finden, und den ganzen Vorgang in ein helleres Licht zu stellen, glaubten wir von den einfachsten Bewegungen der Flüssigkeiten in communicirenden Röhren zu den zusammengesetzteren und verwickelteren fortgehen zu müssen.

Da der Vorgang in 2 communicirenden Röhren schon von Newton mathematisch entwickelt, und die Uebereinstimmung der in ihnen in Schwankung gesetzten Flüssigkeit mit den Schwingungen eines cycloidischen Pendels dargethan worden war, so brauchten wir unsere Untersuchung erst mit den Schwingungen der Flüssigkeiten in 3 communicirenden Röhren anzufangen.

Fig. 89 stellt ein aus hartem Holze gefertigtes Parallelepipedon dar, welches eine 2 Fufs lange, $\frac{1}{2}$ Quadratzoll weite, an beyden Enden geschlossene Röhre einschliefst. In 3 auf der obern Oberfläche des Parallelepipedon eingebohrte, 1 Fufs von einander entfernte Löcher wurden senkrecht 3 Glasröhren *A*, *B*, *C* eingesetzt, deren lichter Durchmesser 3,6 Linien betrug. Wir füllten nun den Apparat so mit Quecksilber, dafs es in allen senkrechten Röhren 1 Zoll hoch stand, und hoben es hierauf in der ersten und zweyten senkrechten Röhre durch Saugen mit dem Munde so in die Höhe, dafs es in der Röhre *A* 2 Zoll hoch, in *B* 1 Zoll hoch stand, in *C* gar keine Höhe über die Ebene des Parallelepipedon hatte.

Nachdem nun diese 3 Säulen einige Zeit in dieser Lage erhalten worden waren, so dafs alles Schwanken derselben aufgehört hatte, wurde *A* und *B* auf eine durch Zählen in regelmäfsigen Tacte gegebenes Signal zugleich losgelassen. Der Erfolg war, *dafs die Säule A augenblicklich sank, die Säule B augenblicklich stieg, die Säule C augenblicklich aber in weit höherem Maafse als B stieg.* Dieser Erfolg ist sehr merkwürdig, da nämlich die Mittelpuncte der Oberfläche des Quecksilbers in den 3 Röhren in einer geraden mit dem Horizonte einen Winkel von 4° 49′ bildenden Linie liegen, und *A* eben so viel höher als *B* ist, als *B* höher als *C* ist, so hätte man erwarten können, dafs beym Niedersinken der höhern Säulen in einem ersten Zeitraume von *A* eben so viel Flüssigkeit nach *B* herabfallen werde, als von *B* nach *C* übergeht, so dafs *B* folglich seine Höhe beybehielte, *A* in gleichem Grade sänke als *C* stiege, man hätte dagegen nicht erwarten sollen, dafs *B* sogar noch höher stiege. Man hätte also mit einem Worte eine fortdauernde Schwankung der Flüssigkeit erwarten sollen, bey der *B* seine Lage unverändert beybehielte, *A* und *C* abwechselnd sänken und stiegen.

§. 210.

Bey genauerer Erwägung der hierbey in Rücksicht kommenden Umstände zeigt sich indessen der beobachtete Erfolg in der That als nothwendig.

Man bedenke, dafs die stofsende Kraft, mit der *A* auf *B* wirkt, durch das beschleunigte Fallen der in *A* befindlichen Flüssigkeit, dafs dagegen die stofsende Kraft, mit der *B* auf *C* wirkt, nicht durch eine fallende Bewegung der Flüssigkeit in *B* wächst, so sieht man ein, dafs, wenn der Stofs von *A* zunächst nur auf *B*, nicht auf *C* wirkt, *B* ziemlich so viel steigen müfse, als die Zunahme der stofsenden Kraft von *A* durch die Beschleunigung im Fallen beträgt, denn gerade so viel würde *B* mehr von *A*, als *C* von *B* gestofsen werden.

Ganz anders würde daher die Bewegung erfolgen, wenn man die Flüssigkeit gleichzeitig in der Röhre *C* in eine beschleunigte Bewegung nach aufwärts versetzte, während man zugleich in *A* eine gleich groſse beschleunigte Bewegung der Flüssigkeit nach abwärts verursachte, z. B. wenn man die horizontale Röhre um eine unter der Röhre *B* angebrachte Axe auf und abwärts drehte und dann horizontal fest hielte. Unter solchen Umständen würde die Flüssigkeit in der Röhre *B* weder steigen noch sinken.

Diesen Erfolg sieht man auch dann, wann man in *B* eine kurze 2 Zoll hohe Glasröhre einsetzt, und den Apparat so mit Quecksilber füllt, daſs es die Röhre *B* vollkommen anfüllte. Dann die Oeffnung der Röhre *B* mit dem Finger fest verschlieſst, und zugleich das Quecksilber in *A* durch Saugen hebt und fallen läſst. Nimmt man den Finger von der Röhre *B* erst dann weg, wenn das Quecksilber in *A* und *C* schon in eine entgegengesetzte Schwankung gekommen ist, so bleibt das Quecksilber in *B* fast ganz ruhig, während es sich in *A* und *C* noch in einer beträchtlichen Schwingung befindet, die mit der übereinstimmt, welche statt finden würde, wenn die Oeffnung *B* gar nicht vorhanden wäre.

Wenn man die Quecksilbersäule nur in *A* 1 bis 2 Zoll hoch hebt, und, wenn sich das Quecksilber in dem Apparate beruhigt hat, fallen läſst, so *steigt* das Quecksilber in der mittleren Röhre *B*, wenn gleich nicht früher, doch schneller als in *C*, und daher kommt es, daſs das Quecksilber, das ganz im Anfange in *A* am höchsten stand, bald darauf in *B*, und dann in *C* den höchsten Ort einnimmt. Es findet also hier eine fortschreitende Schwingung oder Wellenbewegung statt, die sich aber sogleich in eine stehende Schwingung von besonderer Art verwandelt.

Denn von nun an schwingen *A* und *C* in einem langsameren, *B* in einem geschwinderen, alle aber in einem regelmäſsigen Tacte.

Sehr wichtig scheint uns hierbey die Bemerkung, dafs das Quecksilber in der mittleren Röhre *B* ganz genau 10 mal schwingt, während es zugleich in *A* und *C* 7 mal schwingt, und dafs man von den geschwinden Schwingungen der mittleren Röhre gleichzeitig keine merkliche Bewegung in *A* und *C* entstehen sieht, so wie uach die langsameren Schwingungen in *A* nnd *C* keine merkliche Bewegung in *B* hervorbringen.

Abschnitt II.

Geschichtliche Darstellung der bis jetzt aufgestellten Theorien der Wellen selbst.

§. 211.

Die Zahl der Versuche, die man gemacht hat um eine Theorie der Bewegung der Wellen durch Rechnung oder Erfahrung zu begründen, ist nicht sehr grofs, und dem ungeachtet gröfser, als die Schriftsteller geglaubt haben, die sich zuletzt mit diesem Gegenstande beschäftigt haben.

Es scheint der Mühe werth, die mannichfaltigen Wege, die so viele geistvolle Menschen betreten haben, um zu einem und demselben Ziele zu gelangen, zu betrachten und gleichsam mit einem Blicke zu übersehen.

Dieses wird dadurch möglich, dafs wir alle wichtige Abhandlungen hierüber vollständig, wenn sie kurz sind, und im Auszuge, wenn sie umfänglich sind, hier auf einander folgen lassen, indem wir zugleich nur da von der chronologischen Ordnung abweichen, wo sich mehrere Abhandlungen auf einander beziehen und sich gegenseitig erläutern.

Die Arbeiten, welche hierüber geliefert worden sind, sind die von Newton, Gravesande, d'Alembert, La Place, La Grange, Flaugergues, Gerstner, Brandes, Bremontier, Poisson, Cauchi und Bidone. Von diesen haben Newton, La Place, La Grange, Flaugergues,

Gerstner, Poisson und Cauchi besondere Theorien aufgestellt. Bremontier, Flaugergues und Bidone haben diesen Gegenstand durch Versuche aufzuklären gesucht.

Da uns die treffliche Arbeit des Herrn Poisson vorzüglich viel Gelegenheit darbietet, die Resultate seiner Rechnung mit den der Erfahrung zu vergleichen, so werden wir den Resultaten, die wir aus seiner Rechnung ausheben wollen, ausgedehntere Anmerkungen in französischer Sprache beyfügen.

§. 212.

Newton, Gravesande, D'Alembert.

Newton hat in seinen Princip. Philos. Nat. zuerst einen Versuch zu einer Theorie der Wellenbewegung gemacht. Gravesande *) gab eine ausführliche Darstellung der von Newton ausgesprochenen Sätze und eine Erläuterung, handelte auch über die Inflexion und Zurückwerfung der Wellen. D'Alembert **) gab einen Auszug der Gravesand'schen Abhandlung in französischer Sprache. Da aber beyde Schriftsteller Newtons Idee nicht wesentlich vervollkommt haben, so übergehn wir ihre Darstellungen mit Stillschweigen und setzen Newtons zerstreuete Sätze, die sich auf seine Ansicht von den Wellen beziehen, wörtlich hierher:

§. 213.

Pressio non propagatur per fluidum secundum lineas rectas, nisi ubi particulae fluidi in directum jacent. ***)

Frustum igitur (Fig. 90) $d\,e\,g\,f$ inter conum $A\,d\,e$ et frustum $f\,h\,i\,g$ comprimitur utrinque, et propterea figuram suam servare nequit, nisi vi eadem comprimatur undique. ****)

*) Physices Elementa Math.

**) Encyclopédie Art. *Onde.*

***) Phil. Nat. Princ. Math. auctore Newtono. Lib. II. Sect. VIII. Londini MDCCXXVI. p. 329.

****) Ibidem pag. 330.

Propagetur motus a puncto *A* Fig. 90 per foramen *B C*, peragatque (si fieri potest) in spatio conico *B C Q P* secundum lineas rectas divergentes a puncto *C*. Et ponamus primo, quod motus iste sit undarum in superficie stagnantis aquae. Sintque *de*, *fg*, *h i*, *k l*, etc. undarum singularum partes altissimae, vallibus totidem intermediis ab invicem distinctae. Igitur quoniam aqua in undarum jugis altior est quam in fluidi partibus immotis *L K*, *N O*, defluet eadem de jugorum terminis *e*, *g*, *i*, *l*, etc. *d*, *f*, *h*, *k*, etc. hinc inde, versus *K L*, *N O*: et quoniam in undarum vallibus depressior est quam in fluidi partibus immotis *K L*, *N O*; defluet eadem de partibus illis immotis in undarum valles. Defluxu priore undarum juga, posteriore valles hinc inde dilatantur et propagantur versus *K L* et *N O*. Et quoniam motus undarum ab *A* versus *P Q* fit per continuum defluxum jugorum in valles proximas, adeoque celerior non est quam pro celeritate descensus; et descensus aquae hinc inde versus *K L* et *N O* eadem velocitate peragi debet; propagabitur dilatatio undarum hinc inde versus *K L* et *N O* eadem velocitate, qua undae ipsae ab *A* versus *P Q* recta progrediuntur. Proindeque spatium totum hinc inde, versus *K L*, *N O* ab undis dilatatis *rfgr*, *shis*, *tklt*, *vmnv* occupabitur. *Q.E.D.* Haec ita se habere quilibet in aqua stagnante experiri potest.

Quod si medium non sit elasticum: quoniam ejus partes a corporis tremuli partibus vibratis pressae condensari nequeunt, propagabitur motus in instanti ad partes ubi medium facillime cedit, hoc est, ad partes quas corpus tremulum alioqui vacuas a tergo relinqueret.

Si aqua in canalis cruribus erectis viribus alternis ascendat et descendat; construatur autem pendulum, cujus longitudo inter punctum suspensionis et centrum oscillationis aequetur semissi longitudinis aquae in canali: dico quod aqua ascendet et descendet iisdem temporibus quibus pendulum oscillatur. *)

*) Ibid. pag. 331 seq.

Longitudinem aquae mensuro secundum axes canalis et crurum, eandem summae horum axium aequando, et resistentiam aquae quae oritur ab attritu canalis, hic non considero. Designent igitur Fig. 91 *AB*, *CD* mediocrem altitudinem aquae in crure utroque; et ubi aqua in crure *KL* ascendit ad altitudinem *EF*, descenderit aqua in crure *MN* ad altitudinem *GH*. Sit autem Fig. 92 *P* corpus pendulum, *VP* filum, *V* punctum suspensionis, *SPQR* cyclois quam pendulum describat, *P* ejus punctum infimum, *PQ* arcus altitudini *AE* aequalis. Vis, qua motus aquae alternis vicibus acceleratur et retardatur, est excessus ponderis aquae in alterutro crure supra pondus in altero, ideoque, ubi aqua in crure *KL* ascendit ad *EF*, et in crure altero descendit ad *GH*, vis illa est pondus duplicatum aquae *EABF*, et propterea est ad pondus aquae totius ut *AE* seu *PQ* ad *VP* seu *PR*. Quare aquae et penduli, aequalia spatia *AE*, *PQ* describentium, vires motrices sunt ut pondera movenda; ideoque, si aqua et pendulum in principio quiescunt, vires illae movebunt eadem aequaliter temporibus aequalibus, efficientque ut motu reciproco simul eant et redeant. *Q. E. D.*

Corol. 1. Igitur aquae ascendentis et descendentis, sive motus intensior sit sive remissior, vices omnes sunt isochronae.

Corol. 2. Si longitudo aquae totius in canali sit pedum Parisiensium $6\frac{1}{9}$; aqua tempore minuti unius secundi descendet, et tempore minuti alterius secundi ascendet; et sic deinceps vicibus alternis in infinitum. Nam pendulum pedum $3\frac{1}{18}$ longitudinis, tempore minuti unius secundi oscillatur.

Corol. 3. Aucta autem vel diminuta longitudine aquae, augetur vel diminuitur tempus reciprocationis in longitudinis ratione subduplicata.

Undarum velocitas est in subduplicata ratione latitudinum.

Constituatur pendulum, cujus longitudo inter punctum suspensionis et centrum oscillationis aequetur latitudini undarum: et quo tempore pendulum illud oscillationes singulas peragit, eodem undae progrediendo latitudinem suam propemodum conficient.

Et quoniam motus undarum fit per aquae successivum ascensum et descensum, sic ut ejus partes, quae nunc altissimae sunt, mox fiant infimae; et vis motrix, qua partes altissimae descendunt et infimae ascendunt, est pondus aquae elevatae; alternus ille ascensus et descensus analogus erit motui reciproco aquae in canali, easdemque temporis leges observabit:

Inter transitum undarum singularum tempus erit oscillationum duarum; hoc est, unda describet latitudinem suam, quo tempore pendulum illud bis oscillatur, sed eodem tempore pendulum, cujus longitudo quadrupla est, adeoque aequat undarum latitudinem, oscillabitur semel. *Q. E. D.*

Haec ita se habent ex hypothesi quod partesaquae recta ascendunt vel recta descendunt; sed ascensus et descensus ille verius fit per circulum ideoque tempus hac propositione non nisi quam proxime definitum esse affirmo.

§. 214.

Von dieser Theorie Newtons in den Princ. Philos. Nat. Math. giebt Lagrange vor der Aufstellung seiner Theorie in den Mémoires de l'acad. de Berlin ein sehr gegründetes Urtheil, welches wir daher hier sogleich nachfolgen lassen. Es findet sich in den Nouv. Mém. de l'acad. Roy. des Sc. Année 1786. Berlin 1788 p. 181 in der Abhandlung:

Sur la manière de rectifier deux endroits des Principes de Newton, relatifs à la propagation du son, et au mouvement des ondes. Par M. de Lagrange.

Parmi les différentes théories que Newton a données dans le fameux ouvrage des Principes mathématiques, les unes sont entièrement rigoureuses, et ont toute la perfection dont elles sont susceptibles, les autres ne sont qu'approchées, et laissent plus ou moins à désirer du côté de l'exactitude, et de la généralité.

A la première classe appartiennent les propositions sur le mouvement des corps isolés, et regardés comme des points;

c'est à dire toutes celles du premier livre, et une pare de celles du second. On doit rapporter à la seconde classe les propositions qui concernent la résistance et le mouvement des fluides, et surtout celles qui ont pour objet l'explication des phénomenes des marées, de la précession des équinoxes, et des différentes inégalités du mouvement de la Lune.

Ce n'est pas que Newton ne se montre aussi grand dans ces sujets que dans les autres; on peut même dire que son génie inventeur y brille davantage. Mais comme l'analyse et la mécanique de son tems ne pouvoient lui suffire pour résoudre des questions aussi compliquées, il s'est vu dans la nécessité de les simplifier par des hypothèses et des limitations précaires: et il n'est parvenu ainsi qu'à des résultats incomplets et peu exacts. C'est ce qui a lieu surtout à l'égard des théories de la propagation du son, et du mouvement des ondes.

A mesure que ces deux sciences ont acquis de nouveaux degrés de perfection, on a été en état de suppléer plus ou moins au défaut des théories que Newton avoit laissées imparfaites; et les sujets du système du monde, comme les plus importans, ont déjà été discutés avec tant de soin par les premiers géomètres de ce siecle, qu'il paroît difficile de pouvoir ajouter quelque chose à leur travaux, si ce n'est peut-être plus de facilité dans les procédés et de simplicité dans les résultats. La théorie des fluides a été également l'objet de leurs recherches, et s'ils n'y ont pas fait des progrès aussi marqués, on doit l'attribuer uniquement aux grandes difficultès dont la matière est hérissée. Les loix générales du mouvement des fluides ont été découvertes et réduites à des équations analytiques; mais ces équations sont si composées par la nature même de la chose, que leur résolution complete sera peut-être toujours au dessus des forces de l'Analyse; et il n'y a gueres que le cas des mouvements infiniment petits qui soit susceptible d'un calcul rigoureux.

Heureusement les vibrations des particules de l'air dans la production du son, et celles des particules de l'eau dans la

formation des ondes sont à peu près dans ce cas; et par conséquent il est possible de déterminer les loix de ces vibrations d'une manière plus exacte que Newton ne l'a fait dans la Section VIII^me du second livre des Principes. C'est ce que j'ai déja fait voir ailleurs; mais je me propose ici de faciliter aux commentateurs les moyens d'éclaircir et de corriger cet endroit, qui a été regardé jusqu'ici comme un des plus obscurs et des plus difficiles de l'ouvrage de Newton.

Je divise ce Mémoire en deux Sections. Dans la première j'examine la théorie de la propagation du son telle qu'elle est contenue dans les propositions XLVII et XLIX du second Livre; j'en montre l'insuffisance, et j'y donne l'exactitude et la généralité qui y manquent. Dans la seconde je fais voir comment cette même théorie peut s'appliquer aussi au mouvement des ondes.

Section seconde. De la propagation des ondes p. 192.: Newton détermine d'abord dans la Proposition XLIV^me du second livre le mouvement d'un fluide qui balance dans un siphon ou canal très étroit et qui a ses deux branches verticales.

Il y démontre que ce mouvement est analogue à celui d'un pendule qui oscille entre des arcs cicloïdes, et dont la longueur seroit égale à la moitié de celle de la colonne de fluide contenue dans le siphon. Car, dit-il, la force par laquelle le mouvement de l'eau est alternativement accéléré et retardé, est l'excès du poids de l'eau dans l'une ou l'autre branche; donc, lorsque l'eau monte dans l'une des branches au dessus du niveau, et qu'en même temps elle descend d'autant dans l'autre, cette force est double du poids de l'eau qui est au-dessus du niveau, et est par conséquent au poids de toute l'eau, comme la longueur de la colonne supérieure au niveau, à la moitié de la longueur de la colonne entière d'eau contenue dans le tube.

Mais la force par laquelle un corps est accéléré et retardé dans la cicloïde à un lieu quelconque, est à son poids

total, comme l'arc compris entre ce lieu et le lieu le plus bas, à l'arc entier, ou à la demi-longueur de la cicloïde, c'est à dire à la longueur du pendule oscillant. Donc les forces motrices de l'eau et du pendule, lorsqu'ils parcourent des espaces égaux, sont comme les poids à mouvoir; par conséquent si l'eau et le pendule sont en repos dans le commencement, ces forces les feront mouvoir également dans des temps égaux, et feront que par un mouvement reciproque l'eau et le pendule aillent et reviennent dans le même temps.

Cela posé, Newton compare dans la Proposition XLVIme les élévations et les abaissemens alternatifs de l'eau dans les ondes qui se forment à la surface d'une eau stagnante, aux oscillations perpendiculaires de l'eau dans un siphon. Car, dit-il, comme le mouvement des ondes se fait par la montée et la descente successive de l'eau, en sorte que les parties qui sont les plus hautes deviennent ensuite les plus basses, et que la force motrice qui fait monter les parties les plus basses et descendre les plus hautes est le poids de l'eau élevée; ces montées et descentes alternatives seront analogues au mouvement d'oscillation de l'eau dans un siphon dont la longueur horizontale seroit égale aux distances entre les lieux les plus hauts et les plus bas des ondes; et par conséquent si ces distances sont égales au double de la longueur du pendule, les parties les plus hautes deviendront les plus basses dans le temps d'une oscillation, et dans le temps d'une autre oscillation elles redeviendront les plus hautes. Donc il y aura le temps de deux oscillations entre chacune de ces ondes; de sorte que chaque onde parcourra sa largeur dans le temps que le pendule emploiera à faire deux oscillations, mais dans ce même temps un pendule dont la longueur seroit quadruple, et qui par conséquent seroit égale à la largeur des ondes, c'est à dire à l'espase transversal qui est entre leurs moindres, ou leurs plus grandes élévations, feroit une oscillation; donc dans le temps d'une oscillation d'un pendule égal à la largeur des ondes, elles parcourront en avançant un espace égal à cette largeur.

Cette théorie est, comme l'on voit, susceptible de beaucoup de difficultés, dont la principale est que Newton n'y tient compte que du mouvement vertical de l'eau et nullement du mouvement horizontal, qui doit nécessairement s'y joindre, puisque l'eau est supposée libre de se mouvoir en tout sens. Cette difficulté paroit même n'avoir pas échappé à Newton; car dans le corollaire second de la proposition citée, il remarque que cela est ainsi dans l'hypothèse que les parties de l'eau montent et descendent en ligne droite; mais que ces montées et descentes se font plutôt par des cercles, et qu'ainsi par cette proposition le temps n'est déterminé qu'a peu près. Mais en supposant même que l'eau se meuve par un arc de cercle ou d'une autre courbe quelconque, on n'approcheroit pas davantage de la vérité; car la comparaison du mouvement de l'eau dans les ondes avec les oscillations de l'eau dans des siphons, est purement précaire; et ne saurait subsister avec les loix générales du mouvement des fluides dans des vases ou des canaux.

§. 215.

Mit diesem Urtheile Lagrange's, dafs die von Newton aufgestellte Vergleichung durchaus keiner Theorie der Wellen zum Grunde gelegt werden könne, stimmt das Urtheil aller andern Analysten überein, die diesen Gegenstand behandelt haben, das Urtheil Laplace's, Gerstner's und Poisson's.

Diese von Newton aufgestellte Vergleichung hat einen grofsen Werth, der freylich von diesen Analysten nicht berücksichtigt werden konnte. Für eine physikalische Untersuchung, die sich allein auf Versuche gründet, ist es von grofsem Werthe, in Rücksicht auf die Wellen die einfachste Erscheinung gefunden zu haben, wo dieselben Kräfte auf ähnliche Art wirken, zumal wenn sie so beschaffen ist, dafs man leicht die in ihr enthaltene Gesetzmäfsigkeit und deren Grund finden kann. Die Erfindung eines solchen Versuchs, wo diese Erscheinung sich zeigt, kann die Quelle einer Reihe von Versuchen werden,

aus welchen eine Menge neuer und wichtiger Betrachtungen über die Wellenbewegung abgeleitet werden kann. Von dem einfachen Versuche, den Newton in einer gekrümmten Röhre angestellt hat, sind wir übergegangen zu den Versuchen über die Bewegung der Flüssigkeit in einer horizontalen Röhre in welche in regelmäſsigen Abstäuden verticale Glasröhren eingesetzt waren, welche wir §. 201—210 aufgeführt haben, und die ganz besonders sich eignen das Wesentliche der Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten genau zu bestimmen. Wir haben durchgängig die stehende Oscillation von der fortschreitenden unterschieden. Dieser Hauptunterschied der Bewegung der Flüssigkeit ist durch jene Versuche vorzüglich recht ins Licht gesetzt worden. S. §. 209. 210.

Wir haben nämlich gesehen, daſs in dem von Newton angestellten Versuche keine fortschreitende, sondern eine stehende Schwingung statt finde, keine Wellenbewegung, sondern eine, der bey der Hervorbringung des Schalles statt findenden, ähnliche Bewegung; daſs dagegen, sobald man mehrere senkrechte Röhren auf einer horizontalen anbringt, sogleich die Schwingung eine fortschreitende, eine wirkliche Wellenbewegung sey, die aber in eine stehende übergehen könne, und zwar desto eher, je geringer die Anzahl der senkrechten Röhren und je regelmäſsiger ihre Stellung ist. Daraus sieht man, wie die Theorie Newtons, wie wir schon §. 125 aus einander gesetzt haben, gar keine Theorie der Wellen sey, sondern vielmehr eine Theorie derjenigen Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten, die den Schwingungen tönender Körper entsprechen. Wir wissen aber, daſs bey diesen Schwingungen der tropfbaren Flüssigkeit weder die Theilchen derselben selbst, noch die Form der Welle fortschreitet, und daſs sich nicht einmal die ganze Bewegung über einen noch unbewegten Theil der Oberfläche verbreiten könne, da diese Schwingungen erst dann aus der Wellenbewegung entstehen, wenn letztere schon über die ganze Oberfläche fortgepflantzt, vielfach zurückgeworfen ist und sich

durchkreuzt hat. Nach unsrer Meynung sagt daher die Theorie Newtons nichts von der Geschwindigkeit der Fortpflanzung der Wellen aus, sondern nur, mit welcher Geschwindigkeit bey der stehenden Schwingung sich abwechselnd ein Flüssigkeitskegel in einen Trichter, und dieser in einen Kegel verwandele. Hierauf paſst auch die von ihm zum Grunde gelegte Vergleichung dieser Schwingungen mit den Schwingungen der Flüssigkeit in einer gekrümmten Röhre, und wir wissen nach §. 192, daſs in beyden Fällen die Bewegung der Theilchen einander sehr ähnlich ist. Wir glauben daher, daſs die Theorie Newtons in der von uns angegebenen beschränkten Sphäre sich der Wahrheit wirklich nähere, wenn ihr auch keine vollkommene Genauigkeit zuzuschreiben ist.

§. 216.

Laplace.

Den zweyten Versuch, eine Theorie der Wellen zu geben, machte Laplace. Er befindet sich in der Hist. de l'Acad. Roy. des Sc. Année 1776. Paris 1779 p. 542. in der Abhandlung: *Sur les ondes,* in der: *Suite des recherches sur plusieurs points du système du monde.*

Page 543. La manière la plus simple de concevoir la formation des ondes, est d'imaginer une courbe quelconque plongée dans le fluide, jusqu'à une profondeur très-petite, et retenue dans cet état, jusqu'a ce que tout le fluide soit en équilibre; en la retirant ensuite hors du canal, il est clair que le fluide tendra à reprendre son état d'équilibre, en formant des ondes successives; la nature et la propagation des ondes ainsi formées, seront l'objet des recherches suivantes.

Soit 1 la profondeur du canal dans l'état d'équilibre; X et Z les deux coordonnées horizontales et verticales qui déterminent à l'origine du mouvement, la position d'un point quelconque du fluide; $X + \alpha x$, et $Z + \alpha z$, les coordonnées qui déterminent la position de ce même point après le temps t, α étant supposé infiniment petit; si l'on considère présentement un parallélipipède infiniment petit,

dont la largeur soit égale à la largeur infiniment petite du canal, que nous désigneront par β; dont la longueur soit $dX.\left[1+\alpha\left(\frac{dx}{dX}\right)\right]$, et dont la hauteur soit $dZ.\left[1+\alpha\left(\frac{dz}{dZ}\right)\right]$; en nommant δ la densité du fluide, et négligeant les quantités de l'ordre α^2, on aura pour l'expression de la masse de ce parallélipipède, $\delta\,\beta.\,dX.\,dZ.\left[1+\alpha\left(\frac{dx}{dX}\right)+\alpha\left(\frac{dz}{dZ}\right)\right]$; dans l'instant suivant, ce parallélipipède se changera dans un solide d'une autre figure, mais il est facile de s'assurer que si l'on calcule la masse de ce nouveau solide, comme s'il étoit un prisme rectangle, on ne négligera que des quantités infiniment petites du second ordre, par rapport à celles que l'on considère; on peut donc supposer nulle la différentielle de la quantité précédente prise en ne faisant varier que le temps t, ce qui exige que cette quantité soit égale à une fonction indépendante du temps; on aura donc $\delta\,\beta.\ dX.\ dY.\left[1+\alpha\left(\frac{dx}{dX}\right)+\beta.\left(\frac{dz}{dZ}\right)\right]=\delta\,\beta.\ dX.\ dY.\ \varphi\,(X,Y)$; $\varphi\,(X,Y)$ étant une fonction quelconque de X et de Y sans t; mais x et z étant nuls à l'origine du mouvement, cette fonction se trouve déterminée et égale à la l'unité; partant on aura

$$o=\left(\frac{dx}{dX}\right)+\left(\frac{dz}{dZ}\right): \qquad \text{(R)}$$

Si l'on nomme ensuite p la pression qu'éprouve la molécule fluide, et g la pesanteur, l'équation (B) de l'article III donnera dans le cas présent, $o=gd.\,(z+\alpha\,z)+\alpha\,dX.\left(\frac{ddx}{dt^2}\right)+\alpha\,dZ\left(\frac{ddz}{dt^2}\right)+\frac{dp}{\delta}$; (S)

La caractéristique *d* servant, comme dans l'article cité, à désigner les différentielles des quantités prises en regardant le temps t comme constant; cette équation a encore lieu par le même article pour tous les points de la surface extérieure du fluide, pourvu qu'on y suppose $dp=o$, et que les différences dX et dZ soient celles de la surface même.

Pour que l'équation précédente soit possible, il faut que $dX\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) + dZ\left(\frac{ddz}{dt^2}\right)$ soit une différence exacte, et qu'ainsi l'on ait $\left(\frac{d^3x}{dt^2 . dZ}\right) = \left(\frac{d^3z}{dt^2 dX}\right)$; en intégrant cette équation deux fois de suite par rapport à t, et observant que par la formation précédente des ondes, on a $x = o$, $z = o$, $\left(\frac{dx}{dt}\right) = o$, et $\left(\frac{dz}{dt}\right) = o$ lorsque $t = o$, on aura $\left(\frac{dx}{dZ}\right) = \left(\frac{dz}{dX}\right)$; partant $\left(\frac{ddx}{dX\,dZ}\right) = \left(\frac{ddz}{dX^2}\right)$: or l'équation (R) donne $\left(\frac{ddx}{dX\,dZ}\right) = -\left(\frac{ddz}{dZ^2}\right)$; on aura donc $o = \left(\frac{ddz}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddz}{dZ^2}\right)$.

Cette équation est aux différences partielles du second ordre, et son intégrale complette est, comme l'on sait, $z = \varphi\{X + Z\sqrt{(-1)}\} + \psi\{X - Z\sqrt{(-1)}\}$, $\varphi(X)$ et $\psi(X)$ étant des fonctions quelconques arbitraires de X, qui renferment le temps t; les deux équations $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = o$ et $\left(\frac{dx}{dZ}\right) = \left(\frac{dz}{dX}\right)$ donneront ensuite $x = -\sqrt{(-1)} . \{\varphi[X + Z\sqrt{(-1)}] - \psi[X - Z\sqrt{(-1)}]\}$.

On doit observer ici que Z étant nul, on a $z = o$, quels que soient X et t; on a donc $\varphi(X) = -\psi(X)$. partant $z = \varphi[X + Z\sqrt{(-1)}] - \varphi[X - Z\sqrt{(-1)}]$, $x = -\sqrt{(-1)} . \{\varphi[X + Z\sqrt{(-1)}] + \varphi[X - Z\sqrt{(-1)}]\}$, on aura, au moyen de ces équations, les valeurs de x et de z relatives à tous les points du fluide, lorsqu'on aura déterminé ces valeurs en X et en t pour tous les points de la surface; or l'équation (S) devient à la surface, $o = g d. (Z + \alpha z) + \alpha\, dX . \left(\frac{ddx}{dt^2}\right) + \alpha\, dZ . \left(\frac{ddz}{dt^2}\right)$; d'où il suit que d Z est de l'ordre α. Soit donc à la surface fluide, $Z = l + \alpha u$, u étant une fonction quelconque de X; on aura, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$o = g\left(\frac{d\,u}{d\,X}\right) + g\left(\frac{d\,z}{d\,X}\right) + \left(\frac{d\,d\,x}{d\,t^2}\right); \qquad (T)$$

Il faut maintenant satisfaire à cette équation et à ces deux-ci, $z = \varphi\,[X + l\sqrt{(-1)}] - \varphi\,[X - l\sqrt{(-1)}]$; $x = -\sqrt{(-1)}.\,\{\varphi[X + l\sqrt{(-1)}] + \varphi\,[X - l\sqrt{(-1)}]\}$: or cela paroît très-difficile en général, c'est-à-dire en donnant à u une valeur quelconque arbitraire; il ne nous reste donc qu'a y satisfaire dans des suppositions particulières par u.

Supposons $u = a.\left(\cos.\frac{X}{c} - \cos.\frac{h}{c}\right)$, de manière que l'on ait $u = o$, tant que X n'est pas compris entre les limites + h et — h, ce qui revient à faire au-delà de ces limites $\cos.\frac{X}{c}$ constamment égal à $\cos\frac{h}{c}$; l'équation (T) devient alors $o = -\frac{g\,a}{c}.\ \sin.\frac{X}{c} + g\left(\frac{d\,z}{dX}\right) + \left(\frac{d\,d\,x}{d\,t^2}\right)$; (T^1). On peut y satisfaire et remplir toutes les conditions du mouvement, en supposant

$$x = A.\ \sin.\frac{X}{c}\left\{e^{\frac{z}{c}} + e^{\frac{-z}{c}}\right\},$$

$$z = -A.\ \cos.\frac{X}{c}\left\{e^{\frac{z}{c}} - e^{\frac{-z}{c}}\right\}.$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité, et A étant fonction de t seul; car il est aisé de voir, que ces valeurs de x et de z, satisfont aux équations $\left(\frac{d\,x}{dX}\right) + \left(\frac{d\,z}{d\,Z}\right) = o$, $\left(\frac{d\,x}{d\,Z}\right) = \left(\frac{d\,z}{d\,X}\right)$; et à la condition de $z = o$ lorsque $Z = o$. Si l'on change dans ces valeurs, Z en l, et qu'ensuite, on les substitue dans l'équation (T^1), on aura

$$o = -\frac{g\,a}{c} + \frac{g\,A.}{c}\left\{e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}\right\} + \frac{d\,d\,A}{d\,t^2}\left\{e^{\frac{l}{c}} + e^{\frac{-l}{c}}\right\}.$$

Si l'on intègre cette équation, en ayant soin de déterminer les constantes arbitraires, de manière qu'à l'origine du mouvement, on ait $A = o$, et

et $\frac{dA}{dt} = o$, on trouvera facilement

$$A = \frac{a}{e^{\frac{1}{c}} - e^{\frac{-1}{c}}} \cdot \left\{ 1 - \cos.\, nt \right\},$$

n étant égale à $\sqrt{\left\{ \frac{g\left(e^{\frac{1}{c}} - e^{\frac{-1}{c}}\right)}{e^{\frac{1}{c}} + e^{\frac{-1}{c}}} \right\}}$; partant on a généralement

$$x = a. \frac{\left\{ e^{\frac{z}{c}} + e^{\frac{-z}{c}} \right\}}{e^{\frac{1}{c}} - e^{\frac{-1}{c}}} \sin.\, \frac{X}{c} \cdot \left\{ 1 - \cos.\, nt \right\},$$

$$z = -a \frac{\left\{ e^{\frac{z}{c}} - e^{\frac{-z}{c}} \right\}}{e^{\frac{1}{c}} - e^{\frac{-1}{c}}} \cos.\, \frac{X}{c} \cdot \left\{ 1 - \cos.\, nt \right\}.$$

Il résulte de ces expressions, que les molécules intérieures du fluide oscillent d'une manière semblable à celles de la surface, avec cette seule différence, que leur mouvement dans le sens vertical, est moindre dans la raison de $e^{\frac{z}{c}} - e^{\frac{-z}{c}}$ à $e^{\frac{1}{c}} - e^{\frac{-1}{c}}$, et que leur mouvement dans le sens horizontal, est moindre dans la raison de $e^{\frac{z}{c}} + e^{\frac{-z}{c}}$ à $e^{\frac{1}{c}} + e^{\frac{-1}{c}}$; d'où il suit, que ci c est peu considérable, le mouvement du fluide sera presque insensible à une médiocre profondeur: il ne s'agit donc plus que de bien déterminer, pour tous les points situés à la surface du fluide, la signification des valeurs précédentes de x et de z, qui, ayant été données par l'intégration d'équation aux différences partielles, doivent être plutôt regardées comme des symboles, que comme de véritables

expressions analytiques. Si l'on considéroit en effet sous ce dernier rapport le facteur 1 — cos. nt, qu'elles renferment, on seroit naturellement porté à conclure que la masse entière du fluide doit s'ébranler dès le premier instant du mouvement, et que chaque molécule fera éternellement des oscillations, dont la durée est égale à $\frac{360^{d}}{n}$; or, l'une et l'autre de ces conséquences est démentie par l'expérience, qui nous montre que les parties du fluide s'ébranlent successivement, et que chaque molécule ne fait qu'un nombre fini d'oscillations, déterminé par la nature de l'ébranlement primitif, après quoi, elle reste en repos. La solution de cette difficulté mérite une attention particulière, en ce qu'elle renferme une application délicate du calcul intégral aux différences partielles.

L'expression de z, devient à la surface du fluide $z = a \cos. \frac{X.}{c} \left\{ \cos. nt - 1 \right\} = a \left\{ \frac{1}{2} \cos. \left(\frac{X}{c} - nt \right) + \frac{1}{2} \cos. \left(\frac{X}{c} + nt \right) - \cos. \frac{X}{c} \right\}$:

la hauteur de la molécule fluide au-dessus du niveau du canal, étant égale à α u + α z, sera conséquemment égale à $\alpha\, a. \left\{ \frac{1}{2}. \cos. \left(\frac{X}{c} - nt \right) + \frac{1}{2} \cos. \left(\frac{X}{c} + nt \right) - \cos. \frac{h}{c} \right\}$;

il faut donc déterminer la fonction arbitraire φ (X) de l'expression générale de α u + α z, de manière que cette expression soit égale à la quantité précédente: or on, doit se rappeler ici, que t étant nul, la valeur de α u + α z est nulle, quel que soit X, lorsqu'il cesse d'être compris entre les limites + h et — h, en sorte que l'on a au-delà de ces limites, $\cos. \frac{X}{c} = \cos. \frac{h}{c}$. Cette considération doit donc nous guider dans la détermination des valeurs de $\cos. \left(\frac{X}{c} \pm nt \right)$ et nous devons supposer ce cosinus constamment égal à cos. $\frac{h}{c}$ lorsque l'angle $\frac{X}{c} \pm nt$ n'est pas compris entre les limites

$+\frac{h}{c}$ et $-\frac{h}{c}$; d'où résulte cette conséquence, savoir que la molécule déterminée par les coordonnées X et Z, ne commence à s'ébranler que lorsque le temps t est tel que l'angle $\frac{X}{c} \pm nt$ commence à être compris entre ces limites, et qu'elle cesse d'être ébranlée lorsque cet angle cesse d'y être compris.

Ne considérons ici que les valeurs positives de X (on pourra faire des remarques entièrement semblables sur les valeurs negatives); supposons de plus, X plus grand que h, on aura dans ce cas cos. $\left(\frac{X}{c} + nt\right) = \cos. \frac{h}{c}$, et l'expression précédente de $\alpha u + \alpha z$ deviendra $\frac{\alpha a}{2} \cdot \left\{ \cos. \left(\frac{X}{c} - nt\right) - \cos. \frac{h}{c} \right\}$; la molécule fluide ne commencera donc à s'ébranler que lorsqu'on aura $\frac{X}{c} - nt = \frac{h}{c}$, ce qui donne $t = \frac{X-h}{nc}$, elle cessera de s'ébranler lorsqu'on aura $\frac{X}{c} - nt = -\frac{h}{c}$, ce qui donne $t = \frac{X+h}{nc}$; partant la durée de l'ébranlement sera $\frac{2h}{nc}$. Le tems de l'oscillation d'un pendule dont b représente la lougueur est $\pi \sqrt{\left(\frac{b}{g}\right)}$, π exprimant le rapport de la demi-circonférence au rayon; nommant donc T ce temps, on aura pour le tems après le quel la molécule fluide commence à s'ébranler

$$t = \frac{X-h}{nc} = \frac{(X-h).\ \sqrt{\left(e^{\frac{1}{c}} + e^{\frac{-1}{c}}\right)}}{\pi \sqrt{(bc.)} \sqrt{\left(e^{\frac{1}{c}} - e^{\frac{-1}{c}}\right)}} \cdot T.$$

et letemps de l'ébranlement sera

$$\frac{2h}{nc} = \frac{2 h T.\ \sqrt{\left(e^{\frac{1}{c}} + e^{\frac{-1}{c}}\right)}}{\pi \sqrt{(bc.)}. \sqrt{\left(e^{\frac{1}{c}} - e^{\frac{-1}{c}}\right)}}$$

Si la profondeur l du fluide est considérable par rapport à c, le temps t sera à très-peu près égal à $\frac{X-h}{\pi\sqrt{(bc)}}.T$; d'où il suit, qu'alors la profondeur plus ou moins grande du canal, n'influe que d'une manière insensible sur le temps de la propagation des ondes: si dans ce même cas h est très-petit, on aura sensiblement $t = \frac{X}{\pi\sqrt{(bc)}}.T$; or la largeur de l'onde, ou ce qui revient au même, l'étendue de la partie fluide ébranlée dans le même instant, est égale à 2 h; cette largeur influe donc extrêmement peu sur le temps de la propagation, ce qui est bien contraire au résultat de Newton, suivant lequel ce temps est réciproquement comme la racine quarrée de h, au lieu que suivant notre théorie, il est réciproquement comme la racine quarrée de c.

Se cas que nous venons de discuter est très-remarquable, en ce qu'il embrasse tous ceux dans lesquels on suppose les ondes formées par l'immersion d'une courbe très-peu plongée dans l'eau; car si l'on nomme r le rayon osculateur de la courbe au point les plus bas qui plonge dans l'eau, on aura à très-peu près $\alpha u = r\left(\cos.\frac{X}{r} - \cos.\frac{h}{r}\right)$, $\frac{h^2}{r}$ étant ici supposé de l'ordre α; on aura donc par ce qui précède, et en négligeant h par rapport à X,

$$t = \frac{X}{\pi\sqrt{(rb)}}.T\sqrt{\left\{\frac{e^{\frac{l}{r}} + e^{\frac{-l}{r}}}{e^{\frac{l}{r}} - e^{\frac{-l}{r}}}\right\}};$$

d'où il suit que la courbe étant plongée plus ou moins profondément dans l'eau, le temps de la propagation des ondes à une distance donnée, sera toujours le même, à peu-près comme le temps des oscillations d'un pendule est constant, quels que soient les arcs qu'il décrit, pourvu qu'ils soient fort petits. Si l est très-grand pas rapport à r, on aura $t = \frac{X}{\pi\sqrt{(rb)}}.T$; en sorte que dans ce cas, les temps

de la propagation des ondes engendrées par différentes courbes, ou par la même dans différentes situations, sont réciproquement comme les racines quarrées des rayons osculateurs, et les vîtesses des ondes sont directement comme ces mêmes racines; il n'en est donc pas de la vitesse des ondes comme de celle du son, qui, comme l'on sait, est indépendante de l'ébranlement primitif de l'air.

§. 217.

Lagrange.

Den dritten Versuch zu einer Theorie der Wellen hat Lagrange gemacht. Aufser der méchanique analytique, seconde partie, VIIIme section p. 487. findet man diesen Versuch in den Mém. de l'acad. Roy. des Sc. année 1786. Berlin 1788 p. 192, woraus das folgende entnommen ist.

Il seroit peut-être impossible d'établir une théorie générale et rigoureuse sur les ondes; mais si on suppose d'un côté que les élévations et les abaissemens successifs de l'eau au dessus et au dessous de son niveau soient infiniment petits, ce qui paroit conforme à l'expérience, et que de l'autre la profondeur du canal dans lequel les ondes se forment et se propagent soit assez petite, on peut déterminer les mouvemens de l'eau qui les produisent, d'une manière approchée, et analogue à celle que nous venons de donner relativement aux mouvemens de l'air dans le son.

(p. 195.) Car soit Fig. 93 TV le fond horizontal d'un canal ou bassin rempli d'eau à une hauteur très petite; AE la surface supérieure de l'eau en repos ou sa ligne de niveau; et $ABCD$ cette surface lorsque l'eau a été mise en mouvement par quelque cause que ce soit. Si on imagine toute la masse de l'eau stagnante partagée en une infinité d'élémens rectangulaires égaux $aEFb$, $bFGd$ etc. dont les hauteurs aE, bF etc. soient verticales et dont les largeurs EF, FG etc. soient infiniment petites; on pourra supposer sans erreur sensible que dans le mouvement de l'eau ces élémens parviennent en $\alpha\varepsilon\varphi\beta$, $\beta\varphi\gamma\delta$ etc. en conservant leur forme rectangulaire et leur capacité, à cause de l'incompressibilité de l'eau; et

il ne s'agira que de déterminer la loi du mouvement horizontal de chacun de ces élémens.

Pour cela je suppose que la courbe Fig.94 PKH renferme cette loi d'une manière semblable à celle qui a lieu pour les particules de l'air, en sorte que pendant un temps quelconque représenté par l'arc PH, le point E ait décrit l'espace très petit $E\varepsilon = PL$, et que les points F, G aient décrit les espaces très petits $F\varphi = PM$, $G\gamma = PN$, en prenant les parties HI, IK dans une raison constante avec EF, FG.

Or en considérant les deux colonnes contiguës $\alpha\,\varepsilon\,\varphi\,\beta$, $\beta\,\varphi\,\gamma\,\delta$, je remarque que si leurs hauteurs étoient égales, elles exerceroient par l'action de la gravité une pression égale l'une contre l'autre, d'où il ne pourroit résulter aucun mouvement; mais si la hauteur $\alpha\,\varepsilon$ de l'une est plus grande que la hauteur $\beta\,\varphi$ de l'autre, l'excès $\alpha\,\varepsilon - \beta\,\varphi$ doit produire, selon les loix hydrostatiques connues, dans tous les points de la ligne $\beta\,\varphi$, une pression contre le restangle $\beta\,\varphi\,\gamma\,\delta$, exprimée par cette même différence de hauteur $\alpha\,\varepsilon - \beta\,\varphi$, en faisant la pression ou la force accélératrice de la gravité égale à l'unité. Ainsi la pression totale qui en résultera contre l'élément $\beta\,\varphi\,\gamma\,\delta$, et qui tendra à lui imprimer un mouvement horizontal, sera $= (\alpha\,\varepsilon - \beta\,\varphi)\,\beta\,\varphi$; donc divisant par la masse à mouvoir $\beta\,\varphi\,\gamma\,\delta$, on aura $\frac{(\alpha\varepsilon - \beta\varphi)\beta\varphi}{\beta\,\varphi\,\gamma\,\delta}$ pour la valeur de la force accélératrice horizontale de l'élément $\beta\,\varphi\,\gamma\,\delta$, ou, ce qui revient au même, du point φ suivant la ligne $\varphi\,V$.

Maintenant, puisque $\alpha\,\varepsilon\,\varphi\,\beta = aEFb$, $\beta\,\varphi\,\gamma\,\delta = bFGD$, et que $aEFb = bFGD$, on aura $\alpha\,\varepsilon = \frac{\mathrm{aEFb}}{\varepsilon\,\varphi}$ $\beta\,\varphi$ $= \frac{\mathrm{aEFb}}{\varphi\,\gamma}$; donc $\alpha\,\varepsilon - \beta\,\varphi = \frac{\mathrm{aEFb}\,(\varphi\gamma - \varepsilon\varphi)}{\varphi\gamma \times \varepsilon\varphi}$, c'est à dire $= \frac{\mathrm{aEFb}\,(\varphi\gamma - \varepsilon\varphi)}{\overline{\mathrm{EF}}^2}$, puisque la différence des hauteurs $\alpha\,\varepsilon$, $\beta\,\varphi$ sur les hauteurs primitives aE, bF est supposée très petite, et qu'ainsi $\varepsilon\,\varphi$, $\varphi\,\gamma$ ne diffèrent qu'infiniment peu de EF. Donc, à cause de $\beta\varphi\gamma\delta = aEFb$, et de $\beta\,\varphi$ égal à très peu près à aE, on aura pour la force accélératrice

du point φ l'expression $\frac{(\varphi\gamma - \varepsilon\varphi) \times aE}{\overline{EF}^2}$. Mais $\varepsilon\varphi = EF + F\varphi - E\varepsilon = EF + PM - PL = EF - ML$, $\varphi\gamma = FG + G\gamma - F\varphi = FG + PN - PM = EF - NM$; donc la force dont il s'agit, sera $\frac{ML - NM}{\overline{EF}^2} \times aE$. Et par le même raisonnement on trouvera la force accélératrice du point ε, c'est à dire du point E dans le lieu ε, exprimée par $\frac{(Ll - ML)\, aE}{\overline{EF}^2}$, (ayant pris l'arc $Hh = IH$ et abaissé l'ordonnée $h\,l$,) c'est à dire par $\frac{Ll - ML}{\overline{HI}^2} \times \left(\frac{HI}{EF}\right)^2 \times aE$; c'est la force qui fait parcourir l'espace PL dans le temps PH suivant l'hypothése. Donc, pour que cette hypothèse soit légitime, il faut, selon les principes de Mécanique, que cette force soit égale au rapport de la différence des vîtesses $\frac{Ll}{Hh} - \frac{ML}{HI}$ à l'élément du temps HI; c'est à dire (à cause de $Hh = HI$) $= \frac{Ll - ML}{\overline{HI}^2}$.

Ces deux expressions de la force accélératrice étant comparées, donnent l'équation $\left(\frac{HI}{EF}\right)^2 \times aE = 1$, laquelle est, comme l'on voit, indépendante de la figure de la courbe PH, et sert seulement à déterminer le rapport constant $\frac{EF}{HI}$, lequel devient $= \sqrt{aE}$. Ainsi la loi supposée est exacte, et la courbe PH demeure arbitraire, comme dans la théorie de la propagation du son.

Il est visible que la détermination de la courbe PH dépend des ébranlemens primitifs de l'eau; c'est à dire des déplacemens des colonnes $aEFb$, $bFGd$ etc. dus à la cause qui produit les ondes. La solution est donc générale, quels que puissent être ces ébranlemens; et la vîtesse des ondes en est entièrement indépendante, comme celle du son; car il n'est pas difficile de voir que cette vîtesse sera exprimée aussi par le rapport constant de EF à HI, puisque, selon la construction, après le temps HI les points F et G se trouveront avoir parcouru des espaces respective-

ment égaux à ceux que les points *E et F* avoient parcourus au commencement de ce temps, et qu'ainsi leur distance, et par conséquent la hauteur de la colonne qui y répond, sera la même après ce temps que celle de la colonne qui répondoit aux points *E, F* au commencement de ce temps; de sorte que celle-ci pourra être censée avoir avancé pendant le temps *HI* d'un espace égal à sa base, qui est à très peu près $= EF$.

Or ayant trouvé $\frac{EF}{HI} = \sqrt{aE}$ il s'ensuit que la vîtesse de la propagation des ondes sera celle qu'un corps grave acquerroit en tombant de la moitié de la hauteur aE (art. 8. sect. I,) c'est à dire de la moitié de la hauteur de l'eau dans le canal. De sorte qu'il y a à cet égard une parfaite analogie entre la propagation du son et celle des ondes, la vîtesse de celle-là étant due à la hauteur de l'air supposé homogène, et la vîtesse de celle-ci étant due à la hauteur de l'eau dans le canal.

Au reste, quoique la théorie précédente soit fondée sur la supposition que la profondeur de l'eau dans le canal soit très petite, elle pourra néanmoins toujours avoir lieu, si dans la formation des ondes l'eau n'est ébranlée et remuée qu'à une profondeur très petite; ce qui paroît très naturel à cause de la ténacité et de l'adhérence mutuelle des parties de l'eau, et ce qui se trouve d'ailleurs confirmé par l'expérience, même à l'égard des grandes ondes de la mer. Ainsi la vitesse des ondes étant connue par l'expérience, on pourra détermtner réciproquement la profondeur à laquelle l'eau sera agitée dans leur formation; cette profondeur étant toujours double de la hauteur due à la vîtesse observée. Voyez nos recherches sur le mouvement des fluides dans le Volume de cette Académie pour l'année 1781, où la théorie des ondes est traitée d'une manière plus directe et plus générale que nous ne l'avons fait ici.

§. 218.

F L A U G E R G U E S.

Den vierten Versuch einer Theorie der Wellen, oder vielmehr der Gestalt der Wellen an der Oberfläche, und

ihrer scheinbaren Bewegung hat FLAUGERGUES gemacht. Diese Theorie unterscheidet sich von den früheren dadurch, daſs sie sich auf einige gemachte Beobachtungen der Wellen gründet. Man findet sie in den: Verhandelingen uitgegeeven door de Hollandsche Maatschappye der Weetenschappen te Haarlem XXIX Deel pag. 131. (1793). Wir glauben, daſs sie mit vorzüglichem Rechte hier ihre Stelle finde, erstlich, weil sie von Versuchen ausgeht, die also mit den unsrigen verglichen werden können, und zweytens, weil wir diese Abhandlung uns nirgends erinnern erwähnt gefunden zu haben.

I. Expérience. Dans un réservoir plein d'eau d'environ douze pieds en quarré sur trois pieds de profondeur, renfermé dans un endroit clos de toute part, de maniere que cette eau ne pouvoit pas être agitée par le vent, j'ai fait flotter des boules de cire, que j'avois rendues à peu près de la même pesanteur spécifique que l'eau, au moyen d'un peu de plomb que j'y avois introduit, et qui par la étoient susceptibles de prendre tous les mouvemens, dont les particules de ce fluide viendroient à être agitées. Cela fait, et les boules ainsi que l'eau étant parfaitement en repos, j'ai fait naitre des ondulations sur la surface de cette eau en la frappant avec un baton, au bout duquel étoit attaché perpendiculairement un cylindre de cuivre d'environ neuf lignes de diametre: j'ai eu soin que ce cylindre n'enfonça dans l'eau que de quatre à cinq lignes tout au plus, afin que son choc n'imprimât de mouvement qu'à la surface du fluide, et que la masse intérieure n'en fut pas ébranlée. Ces chocs ont fait naître des grandes ondulations sur la surface de l'eau, mais elles n'ont communiqué aucun mouvement de trans lation horizontale aux boules qui y flottoient, et à la fin de l'expérience elles étoient toutes à peu près à la même distance de l'origine du mouvement, ou du point de la surface de l'eau où s'étoient fait les chocs, qu'au commencement de cette expérience; seulement, à mesure, que les ondes avoient lieu dans les endroits où les boules étoient placées, ces boules s'élevoient avec la surface de l'eau et

s'abaissoient ensuite avec cette surface, mais sans changer absolument de place dans le sens horizontal.

J'ai répété cette expérience en mêlant avec l'eau de la poudre de cire d'Espagne, dont un grand nombre de particules ont resté ensuite suspendus dans cette eau, où la vivacité de leur couleur les faisait aisément remarquer, j'ai observé que ces particules ont présenté exactement les mêmes apparences que les boules précédentes; les ondulations de l'eau ne leur ont communiqué aucun mouvement de translation dans le sens horizontal, mais seulement elles sont montées et descendues ensuite, à mesure que les ondes avoient lieu dans les endroits où elles se trouvoient placées.

II. Expérience. J'ai placé l'oeil à peu près au niveau de la surface de l'eau d'un bassin qui étoit parfaitement unie; j'avois eu soin de tracer sur le bord de ce bassin, opposé à celui où j'étois placé, une ligne horizontale, à pen de distance au dessus de la surface de l'eau. Cela étant ainsi arrangé, j'ai fait naître des ondulations sur la surface de cette eau, en la choquant légèrement de la manière que j'ai déjà dit; j'ai suivi ensuite le mouvement de plusieurs de ces ondes, depuis leur origine jusques aux bords du bassin, en le rapportant à la ligne horizontale dont j'ai parlé. J'ai remarqué que pendant tout ce mouvement le sommet de l'onde paroissoit suivre uniformément et sans interruption cette ligne horizontale, et en parcourir successivement tous les points par un mouvement uniforme, sans que j'aie jamais vu le sommet de cette onde atteindre à la ligne horizontale, descendre au dessous, pour l'atteindre ensuite de nouveau en remontant, et ainsi de suite alternativement, comme cela auroit du arriver, si les ondes avoient pour cause un mouvement de translation des particules de l'eau, suivant lequel ces particules monteroient et descendroient alternativement, en décrivant une ligne serpentante on de genre parabolique et en s'éloignant ainsi horizontalement du point de la surface de l'eau, où s'est fait le choc qui les a produites, ainsi que l'ont pensé les géometres et les physiciens.

On doit donc conclure de ces expériences, qu'une onde n'est pas l'effet d'un mouvement dans les particules de l'eau, par lequel ces particules monteroient et descendroient alternativement en suivant une ligne serpentante et en s'éloignant ainsi de l'endroit de la surface de l'eau où s'est fait le choc, mais que c'est une intumescence que ce choc fait naître tout autour de cet endroit, par la dépression qu'il y a causée, et qui se propage ensuite circulairement en s'éloignant de ce point par la dépression même de cette portion d'eau élevée au dessus du niveau de l'eau stagnante : et comme une partie de cette eau afflue de toute part dans le creux formé à l'endroit du choc, ce creux en est plus que comblé, et l'eau s'y trouve élevée de manière à produire tout autour une intumescence ou une nouvelle onde, qui se propage ensuite circulairement comme la première : et cet effet se répétant ainsi plusieurs fois, la surface de l'eau se trouve devisée en un grand nombre de cercles concentriques successivement élevés et abaissés, qui ont pu donner l'idée du mouvement ondulatoire telle qu'on l'a eue jusqu'à présent; idée qu'on a cru confirmée par l'observation de certaines ondes, qui dans les rivières rapides ont réellement un mouvement de translation en montant et en descendant alternativement; mais ces ondes n'ont lieu, ainsi qu'il est aisé de le remarquer, que dans les endroits où le fond de la rivière est inégal et couvert de creux et d'éminences, et alors ces prétendues ondes ne sont qu'une suite du mouvement, que prend l'eau en coulant sur ces inégalités.

Il est aisé, d'après ce que nous venons de dire, de déterminer la figure d'une onde; car soit [Fig. 95.] *ABC* la coupe d'une onde par un plan vertical, passant par le centre de cette onde, ou si l'on veut la tranche verticale d'eau, qui est soutenue au dessus du niveau de l'eau stagnante pendant un instant par la pression de la colonne la plus élevée *BC*. Prenons à volonté dans cette tranche une colonne *EF*; et dans cette colonne une molécule quelconque *I*; et menons les lignes horizontales *FD* et *IK*. Puisque par la nature des fluides la pression de la colonne *BC* se communique toute

entière à chacune des molécules de la tranche ABC, il s'ensuit qu'abstraction faite de leur pesanteur, chacune de ces molécules, telle par exemple que la molécule I, est poussée verticalement de bas en haut par une force égale au poids de la colonne BC; mais il est évident que le poids de la partie BK de cette colonne est détruit par l'action contraire du poids de la partie $IE = BK$ de la colonne EF; et de plus que la molécule I étant poussée de haut en bas par le poids de la colonne $FI = DK$, la force avec la quelle cette molécule est poussée de bas en haut est égale au poids seulement de la partie CD de la colonne BC; c'est à dire qu'en général la force, qui agit pour élever chacune des molécules d'une colonne EF, est égale au poids de la partie DC de la colonne BC qui est au dessus de niveau du sommet F de cette colonne EF, et par conséquent proportionnelle à la distance FG de ce sommet à la ligne horizontale CH qui passe par le sommet C de la colonne la plus élevée BC. Cela posé, prenons le point A pour l'origine des coordonnées rectangles de la courbe cherchée AC, et la ligne horizontale AB pour l'axe de cette courbe et nommons AE, x, EF, y, BC, a; t le temps durant lequel la pression de la colonne BC (ou celle des colonnes qui ont été successivement les plus élevées de la tranche, comme nous le verrons bientôt) a agi sur la colonne EF pour faire élever jusques au point F le sommet de cette colonne, v la vitesse acquise par cette colonne en vertu de cette pression au bout du temps t: g la gravité naturelle; et enfin h la longueur de l'espace, où la pression de la colonne BC peut se propager dans un temps $= 1$.

Suivant ce que nous venons de remarquer, et en supposant que les colonnes BC et EF sont infiniment minces, nous aurons $g\ (a - y)$ pour le poids de la partie CD de la colonne BC, ou pour la valeur de la force accélératrice qui agit sur le sommet F de la colonne EF. On aura donc, par le principe général des forces accélératrices, l'équation $g\ (a - y)\ dy = v\,dv$, et en intégrant $g\ (ay - \frac{1}{2}yy)$

$= \frac{v^2}{2}$ (intégrale qui est complète puisque $v = o$ lorsque $y = o$): par conséquent $\sqrt{g}\sqrt{2\,ay - yy} = v = \frac{dy}{dt}$; donc $dt = \frac{1}{\sqrt{g}}$ $\frac{dy}{\sqrt{2ay - yy}} = \frac{1}{a\sqrt{g}} \cdot \frac{a\,dy}{\sqrt{2ay - yy}}$.

Donc enfin $t = \frac{1}{a\sqrt{g}}$ (Arc sinus verse y) c'est à dire que t est égal à $\frac{1}{a\sqrt{g}}$ multiplié par l'arc dont le sinus verse est égal à y, d'un cercle dont le rayon est $= a$.

D'un autre coté, le fluide sur lequel les ondes se propagent étant supposé homogène, la transmission de la pression, qui produit ces ondes, doit se faire d'une manière uniforme. Or le temps, pendant lequel la pression de la colonne BC a agi sur le sommet de la colonne EF, étant le même que celui que cette pression a employé pour se transmettre du point E au point A, on a par conséquent la proportion $b : 1 :: x : t$ $t = \frac{x}{b}$.

Egalant ces deux valeurs de t et réduisant, on aura $x = \frac{b}{a\sqrt{g}}$ (Arc sin. verse y): et c'est là l'équation de la courbe AC, que forme le contour de l'onde: d'où l'on voit que cette courbe est une espèce de celles qui sont connues parmi les géometres sous le nom de Compagnes de la Cycloïde, et qu'on peut facilement la décrire au moyen de cette dernière courbe.

Pour cela soit Fig. 96. acd, ACD deux cercles concentriques, décrits sur le même plan mobile, et tels que le rayon ca soit $= a$, et que le rayon CA soit $= \frac{b}{\sqrt{g}}$ imaginons que le cercle ACD roule sur la ligne droite AB, en applicant successivement chaque point de sa circonférence sur cette ligne, et en amenant avec lui le cercle acd de manière que la situation de ces cercles entre eux soit invariable, il est évident que pendant ce mouvement le centre commun C de ces cercles décrira une ligne droite CE parallele à AB, et que le point a de la circonférence du cercle

acd pris à l'extrémité du diametre la perpendiculaire à la ligne AB, décrira une courbe ax, qui sera une cycloide allongée ou raccourcie suivant que $CA \lesseqgtr ca$. Cela posé, si d'un point quelconque a' de cette courbe, on mène la ligne $a'F$ parallele à AB; qu'on décrive du même point pris pour centre et avec un rayon $= ca = a$, l'arc de cercle GH, et qu'on mène ensuite par le point C', où cet arc coupe la ligne CE, la perpendiculaire KI, à la ligne AB, le point M où cette perpendiculaire coupe la ligne $a'F$ sera un des points de la ligne cherchée aMz.

Car si par le point C' comme centre, et avec les rayons $C'a'$, $C'A'$, égaux respectivement aux rayons ca, CA, on décrit les cercles $a'c'd'$, $A'C'D'$; ces cercles représenteront la position des cercles acd, ACD, lorsque le point décrivant a étant parvenu du point a au point a' en traçant la courbe aa', la circonférence du cercle ACD a roulé du point A au point K: par conséquent la ligne AK' est égale à l'arc de roulement AK ou $A'K'$. Par les points a et P soit menée la ligne ab tangente aux deux cercles $a'c'd'$, acd. Les lignes Aa, $K'P$ sont égales puisqu'elles sont les différences des rayons CA et ca, $C'K'$ et $C'P'$ respectivement égaux, et elles sont paralleles puisqu'elles sont toutes les deux perpendiculaires sur la ligne AB. Les lignes AK', aP, qui les joignent, sont donc égales entr'elles, et la ligne aP est par conséquent égale à l'arc $A'K'$. De plus puisque par la construction les rayons $C'P$, $C'K'$ sont entr'eux comme $a\sqrt{g}$ est à b, les arcs $a'P$ et AK' sont dans la même raison on; a donc la proportion, $a\sqrt{g} : b :: a'P : A'K'$

$$A'K' = \frac{b}{a\sqrt{g}} . a'P.$$

Par conséquent la ligne aP est égale à $\frac{b}{a\sqrt{g}}$ multipliée par l'arc $a'P$. A l'égard de la ligne PM, elle est évidemment le sinusverse de l'arc $a'P$; dont le point M est tel, que si l'on prend pour coordonnées à ce point les lignes PM et aP perpendiculaires entr'elles, l'ordonnée PM étant le sinusverse de l'arc $a'P$ d'un cercle dont le rayon

est $= a$, l'abcisse aP sera égale à cet arc multiplié par le rapport $\frac{b}{a\sqrt{g}}$. Le point M appartient donc à la courbe cherchée aMz.

La courbe, dont nous venons de trouver l'équation, répresente l'état de la partie antérieure d'une onde, pendant l'instant durant lequel cette onde est entretenue dans cet état par la pression de la colonne BC; à l'égard de la partie postérieure, son contour a une autre courbure. Car puisque l'expérience nous apprend que les ondes se propagent horizontalement, sans qu'il y ait cependant aucun mouvement réel dans ce sens de particules d'eau dont elles sont composées, il faut nécessairement pour produire cette apparence que les sommets des différentes colonnes, qui composent par exemple la tranche ABC (fig. 95.), parviennent successivement jusques à la ligne horizontale CH, et s'abaissent ensuite, en sorte que chacun de ces sommets, devenant pour un instant le sommet de l'onde, il semble que ce sommet, que l'on s'imagine être toujours le même, se meuve réellement de C en H le long de cette ligne. Or comme ces colonnes d'eau s'abaissent en vertu de leur gravité, et que cet effet leur arrive successivement et d'une manière uniforme, leurs sommets dans chaque tranche verticale doivent être placés de manière à former une parabole, de sorte que le contour de la section d'une onde par un plan vertical, qui passe par son centre, est une courbe semblable à celle dont nous venons de donner l'équation dans sa partie antérieure, et une parabole dans sa partie postérieure, et en effet cette figure composée, que j'avois découpée sur des cartons que je tenois à une petite distance au dessus de la surface d'une eau ondoyante, m'a paru convenir assez bien avec la figure des ondes.

Le tems, que le sommet d'une onde emploie pour parcourir par son mouvement apparent la ligne CH égale à la largeur de cette onde, n'est donc autre chose, que le tems que la colonne A placée à l'extrémité de cette onde emploie pour s'élever jusques à la ligne horizontale CH, par

la pression dans le premier instant de la colonne *BC*, et ensuite successivement par les pressions particulieres de chacune des colonnes comprises entre *B* et *A*, à mesure que chacune de ces colonnes parvient à son tour jusques à la ligne *CH*, et devient ainsi successivement et pour un instant la plus haute colonne de l'onde. Il s'ensuit de cette remarque que la vélocité du mouvement apparent des ondes doit être toujours la même, quelle que soit leur hauteur. Car en premier lieu la largeur des ondes ne dépend que de la distance à laquelle une pression appliquée à la surface de l'eau peut se transmettre à travers ce fluide dans un tems donné, distance qui doit toujours être la même quelle que soit cette pression, puisque cette transmission ne dépend que de l'inertie des particules fluides et de leur situation respestive: en second lieu le sommet de la colonne *A* étant poussé vers la ligne *CH*, c'est à dire au niveau du sommet de la colonne *BC*, par une force toujours proportionnelle à sa distance à cette ligne, ce sommet emploiera toujours le même temps pour y parvenir, quelle que soit la hauteur de la colonne *BC*, ou la distance primitive du sommet de la colonne *A* à la ligne *CH*. Car d'après ce que nous avons dit dans la recherche de l'équation de la courbe, que forme le contour de la partie antérieure de l'onde le sommet d'une colonne poussée primitivement par la pression d'une autre colonne dont la hauteur est $= a$, s'éleve à la hauteur y dans un tems qui est égal à $\frac{1}{a\sqrt{g}}$ multiplié par l'arc dont le sinus-verse est égal au rayon a; c'est à dire par le quart de la circonférence du cercle précédent; donc en nommant ce temps T, et π le rapport de la circonférence au rayon, on aura $T = \frac{1}{a\sqrt{g}} \cdot \frac{\pi a}{4} = \frac{\pi}{4\sqrt{g}}$.

Par la même raison, en nommant T' le temps qu'une colonne poussée primitivement par la pression d'une autre colonne, dont la hauteur est $= c$, emploie pour parvenir à une hauteur égale à cette hauteur c, on aura pareillement

$T' = \frac{1}{c\sqrt{g}} \cdot \frac{\pi c}{4} = \frac{\pi}{4\sqrt{g}}$ par conséquent $T' = T$; ainsi le tems, que la dernière colonne *A* emploie pour s'élever au niveau du sommet de la colonne *BC*, étant toujours le même quelle que soit la hauteur de cette colonne; la largeur *BA* d'une onde étant toujours pareillement la même; et la vîtesse d'une onde n'étant autre chose que le rapport de la largeur d'une onde avec le temps que le sommet de cette onde emploie pour parcourir cette largeur par son mouvement apparent, ou avec le tems que la dernière colonne emploie pour s'élever au niveau du sommet de la première colonne, il s'ensuit que la vîtesse des ondes est toujours la même quelle que soit leur hauteur.

Cette égalité de vîtesse des ondes grandes et petites, qu'on déduit de la théorie précédente, a été confirmée par l'expérience suivante.

III. Expérience. J'ai mesuré le long d'une branche du Rhône, dont l'embouchure étoit fermée de sorte que l'eau y étoit dormante, une longueur de trente pieds. J'ai fait jetter ensuite dans cette eau par un tems calme des petites pierres, vis-à-vis d'une des extrémités de cette longueur, et j'ai observé que les ondes grandes et petites, que le choc de ces pierres faisoit sur la surface de l'eau, employoient, toutes le même tems, c'est à dire à peu près vingt et une secondes, pour parvenir à l'autre extrémité de la longueur mesurée.

Lorsque le sommet d'une colonne, telle par exemple que la colonne *EF* (fig. 95.) parvient par l'action de la colonne *BC* et des colonnes successivement descendantes à la ligne horizontale *CH*, qui passe par le niveau du sommet de la colonne *BC*, c'est à dire à une hauteur $= a$, cette colonne est douée d'une certaine vîtesse, qui lui a été transmise par l'action de ces colonnes descendantes. En vertu de cette vîtesse, cette colonne doit continuer á s'élever; mais comme, à mesure qu'elle monte, le poids de la partie de cette colonne, qui se trouve au dessus de la ligne *CH*, n'est plus contrebalancé par la pression des colonnes voisines, ce poids tend

à diminuer sa vîtesse ; et la colonne étant ainsi retardée par une force proportionnelle à la distance de son sommet à la ligne *CH*, tout de même qu'elle a été accélérée par une force proportionnelle à la distance de son sommet à cette ligne, le mouvement retardé de cette colonne devroit être absolument semblable à son mouvement accéléré, ensorte que le sommet de cette colonne devroit s'élever autant au dessus de la ligne *CH*, qu'il étoit au dessous de cette ligne au commencement de son mouvement; c'est à dire que si cette colonne n'éprouvoit aucune résistance dans son ascension, elle parviendroit à une hauteur $= 2a$.

Parvenue à cette hauteur, sa pression pour faire élever les colonnrs suivantes étant double de celle qu'exerçoit la colonne *BC*, ces colonnes s'éleveroient par conséquent à une hauteur $= 2a$, et parvenues à cette hauteur avec une certaine vîtesse elles s'éleveroient à une hauteur double ou $= 4a$; et ainsi de suite : d'où l'on voit que dans cette supposition la hauteur des ondes augmenteroit rapidement à mesure qu'elles s'éloigneroit du point de leur origine.

Plusieurs causes s'opposent à cette grande augmentation de hauteur des ondes : les principales sont la résistance de l'air, le frottement des particules de l'eau les unes contre les autres, et surtout la ténacité ou l'espèce de viscosité quilie ensemble les particules de ce fluide, et qui fait que la colonne ne peut s'élever sans entrainer avec elle un grand nombre de molécules de la masse fluide située au dessous qui lui sont adhérentes, c'est à dire une quantité d'eau assez considérable, dont le poids détruit bientôt la vîtesse ascensionnelle de cette colonne, et l'empêche de parvenir à la hauteur où elle s'éleveroit si elle étoit libre. On peut déterminer géometriquement l'effet des deux premières causes de résistance, parcequ'elles sont assujetties à des loix connues ; mais à l'égard de la troisième, qui est la plus puissante et qu'il faudroit faire entrer nécessairement dans le calcul, nous ignorons absolument la loi suivant laquelle elle agit, et les hypothèses que nous pourrions former là dessus n'étant appuyées que sur des suppositions précaires

et arbitraires ne seroient propres qu'à nous induire en erreur. Je me bornerai donc à remarquer ici, que quoique par l'effet des résistances susdites la hauteur des ondes n'augmente pas à beaucoup près autant que la théorie précédente semble l'annoncer, cependant cette augmentation de hauteur est très sensible, et l'on observe que les ondes, qui se propagent librement sur la surface d'une pièce d'eau tranquille, augmentent toujours de hauteur à mesure qu'elles s'éloignent du point de leur origine; mais la loi que suit cet accroissement de hauteur est bien difficile à saisir, même en employant le secours de l'expérience, par la difficulté de mesurer la hauteur d'une chose aussi fugitive que l'onde.

§. 219.

Der erste hier von Flaugergues angeführte Versuch, dafs nämlich die Theilchen der Flüssigkeit keine horizontale, sondern nur eine senkrechte Bewegung hätten, ist in Beziehung auf das, was er beweisen soll, hinreichend genau. Er soll nämlich die Meynung widerlegen, dafs bey der Wellenbewegung die Wassertheilchen sich stets nach derselben hoizontalen Richtung mit der Geschwindigkeit vorwärts bewegen, mit welcher die Wellen sich ausbreiten. Wenn es daher gleich unrichtig ist zu behaupten, die Wassertheilchen hätten nie eine hozontale Bewegung, so wird doch völlig durch die Erfahrung bestätigt, dafs die Flüssigkeitstheilchen, vermöge der blofsen Wellenbewegung, nie in einer sich immer gleich bleibenden horizontalen Richtung fortschreiten, sondern in schnell auf einander folgenden Zeiträumen bald vorwärts bald rückwärts, so dafs sie sich nie weit von ihrer ursprünglichen Stelle entfernen. Die höchsten Wellen, die wir bey unsern Versuchen haben hervorbringen können sind die, welche durch das Niederfallen einer Flüssigkeitssäule in einem schmalen Kanale entstanden. Ungeachtet diese weit steiler sind als die Wellen, welche auf die von Flaugergues angegebene Art entstehen, so haben wir doch ihre grofse Flachheit §. 98 kennen gelernt. Je kleiner und flacher aber die Wellen sind, desto geringer ist die horizontale Bewegung, und an

einer freyen Oberfläche, auf welcher Flaugergues beobachtete, wo man keine festen Puncte hat, nach welchen man die Lage des Theilchens auf das genaueste bestimmen kann, unerkennbar. Wir werden sehen, dafs Bremontier selbst auf dem Meere alle horizontale Bewegung der Flüssigkeitstheilchen läugnet. Unsre Beobachtungen sowohl der senkrechten als horizontalen Bewegung der Theilchen, welche durch Wellenbewegung verursacht wird, sind im 5ten Abschnitte S. 117 folg. enthalten, die diese Behauptung Flaugergues's, mit der gemachten Beschränkung, hinreichend bestätigen. Siehe auch §. 127. 128.

Der zweyte Versuch Flaugergues's beweist, dafs die Wellen ihrer Form nach an der Oberfläche der Flüssigkeit stetig fortschreiten, wodurch er also Newton's Theorie vollkommen widerlegt. Noch lange nach diesen von Flaugergues mitgetheilten Beobachtungen, und selbst noch jetzt findet man häufig, vorzüglich in physikalischen Handbüchern, die ganz falsche Ansicht, dafs die Wellen eine solche Oscillation der Flüssigkeiten seyen, wie sie nach der Newtonschen Theorie statt findet, eine Meinung, die von Gravesande und D'Alembert angenommen, und durch sie überall verbreitet wurde. Diese sehr wichtige Beobachtung Flaugergue's, die wir bey allen unsern Versuchen augenscheinlich bestätigt fanden (S. §. 93. 99.), und die Entdeckung, dafs man auch in tropfbaren Flüssigkeiten Berge erregen könne, welche nicht fortschreiten (die aber keine Wellen sind), welche von den frühern Beobachtern mit Wellen verwechselt worden seyn konnten, veranlafsten uns über die Wellenbewegung und die stehende Schwingung in 2 besondern Abtheilungen zu handeln S. S. 29 und S. 258.

Der dritte Versuch Flaugergues's ist schwierig gewesen mit Genauigkeit zu beobachten, da durch das Hineinwerfen eines Steines auf der Oberfläche des Wasser sich mehrere Wellen bilden, deren Zahl sich durch Fortdauer der Schwingung der Theilchen, wo mehrere Wellen vorübergegangen sind, immer vergröfsert, ungeachtet die vordersten Wellen eine nach der andern verschwindet, indem sie sich verflacht.

S. §. 82. 83. 131. Dieser Umstand, und der, dafs die Wellen während des Fortschreitens immer breiter werden, erschwert sehr, dafs man mit Sicherheit den Lauf einer und derselben Welle verfolgen könne. Dafs aber ein Unterschied in der Geschwindigkeit dieser verschiedenen Wellen statt finde, beweist schon, dafs die Breite der Wellen, je weiter sie fortschreiten, zunimmt, woraus sich nothwendig ergiebt, dafs die erstern Wellen schneller fortschreiten als die nachfolgenden. Doch beträgt in diesem besondern Falle die Verschiedenheit der Geschwindigkeit nicht viel, da alle sonstigen Umstände gleich bleiben, und alle diese Wellen sogar durch dieselbe Ursache entstehen. Aber über die Verschiedenheit der Geschwindigkeit der Wellen unter verschiedenen Umständen siehe §. 45. 46. und Abschnitt VI. S. 166. folg.

Die Folgerung, dafs die Wellen im Fortschreiten an Höhe zunähmen, glaubt zwar Flaugergues durch eine oberflächliche Beobachtung bestätigt gefunden zu haben, er hat sich aber nach unsern sehr bestimmten Mefsungen getäuscht, und zwar hat er sich um so eher täuschen können, da die Wellen, die er beobachtet hat, während des Fortschreitens an Breite zunehmen, und dadurch den Anschein einer beträchtlicheren Gröfse erhalten. Siehe aber §. 144. und Abschnitt VII. S. 199 folg.

In den Folgerungen, die Flaugergues aus seinen Beobachtungen gemacht hat, sind, wie wir glauben, folgende 2 Fehler zu erwähnen:

1) dafs er voraussetzt, die Welle schreite mit der Geschwindigkeit fort, als der Stofs sich durch die Flüssigkeit ausbreite, und dafs daher alle Wellen mit gleicher Geschwindigkeit fortschreiten müssen. Siehe darüber §. 195.

2) dafs er annimmt, die höchste Flüssigkeitssäule in einer Welle übe denselben Druck auf alle Säulen des Vordertheils der Welle aus, und zwar denselben, als wenn sie mit jeder von ihnen in einer gekrümmten Röhre in Verbindung stünde, wo dann das von Newton für diesen Fall gefundene Gesetz angewendet werden könnte.

§. 219.

Der fünfte Versuch einer Theorie der Wellen, und zugleich einer der einfachsten, und erfolgreichsten, ist von Gerstner, der außer den Abhandlungen der königl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Prag für das Jahr 1802, und außer Gilbert's Ann. d. Phys. 32 Bd. 1809. p. 412 auch besonders gedruckt sich findet unter dem Titel:

Theorie der Wellen samt einer daraus abgeleiteten Theorie der Deichprofile, von Franz Gerstner, *k. k. Prof. der höhern Mathematik u. s. w. Prag,* 1804.

Diese interessante Abhandlung haben wir um so mehr hierher setzen zu müssen geglaubt, da sie mehrfache Vergleichung mit unsern Versuchen zuläſst, und wir sie nur selten, in ausländischen Abhandlungen über die Wellen nie berücksichtigt gefunden haben. Sie ist wörtlich diese:

I.

1) Wir wollen hier nicht die Art und Weise untersuchen, wie Wellen entstehen oder gestillet werden, sondern annehmen, das Wasser sey bereits in einer Wellenbewegung, und es setzte sie, sich selbst überlassen, fort. Diese Voraussetzung ist dem gewöhnlichen Gange der mathematischen Analysis angemessen, und es wird sich auch hieraus über die erstere Frage Licht verbreiten.

Der statische Druck, den jedes Wassertheilchen erleidet, ist bekannter Maaſsen auf der Oberfläche des Wassers allerorten gleich, und zwar $= 0$, das Wasser mag sich bewegen, oder ruhig stehen. Unter der Oberfläche nimmt dieser Druck mit der Tiefe des Wassers zu. In dem bewegten Wasser aber ist derselbe nicht, so wie im ruhigen, der Tiefe allein proportional, weil die verschiedene Bewegung der Theilchen auch noch einen wechselseitigen Druck hervorbringen kann.

Wir wollen nun einen beliebigen Punct A (Fig. 96) unter der Oberfläche des Wassers annehmen, und alle Puncte, welche mit demselben einen gleichen Druck erfahren, durch die Linie AMN verbunden denken. Es er-

hellet von selbst, dafs die Linie im ruhigen Wasser gerade und horizontal, im bewegten Wasser aber irgend eine krumme Linie seyn werde, für welche wir die Gleichung und übrigen Eigenschaften aufsuchen wollen.

2) Die Beschaffenheit dieser Linie sey, welche sie wolle, so ist schon vorläufig gewifs, dafs sie zugleich den Weg bezeichnet, nach welchem sich die Wassertheilchen *A, M, N* bewegen. Denn wenn ein Wassertheilchen von dieser Linie abweichen, und über dieselbe hinauf oder hinab verschoben werden sollte, so müfste eine Kraft vorhanden seyn, welche dieses Verschieben bewirkte, und also würde der Druck von beiden Seiten dieser Linie nicht *aller Orten gleich seyn*; welches unserer Voraussetzung entgegen ist.

3) Es bewege sich nun irgend ein Wassertheilchen nach der krummen Linie *AMN*. Weil der Druck, den es von den umgebenden Theilchen leidet, auf dieser Bahn von allen Seiten gleich ist, so haben wir bei der Beschleunigung desselben nur auf das Gewicht dieses Theilchens zu sehen, das wir *dM* nennen wollen. Man ziehe durch den höchsten Punct der Bahn, *A*, die Horizontallinie *AQ*; das Theilchen befinde sich in *M*, und man ziehe *MP* senkrecht auf *AQ*, so ist *AM* der wirkliche, *AP* der horizontale, und *PM* der senkrechte Raum, den das Theilchen zurückgelegt hat. Man setze

$$AM = s. \quad AP = x. \quad PM = y.$$
$$MN = ds. \quad PQ = dx. \quad ON = dy.$$

Die Geschwindigkeit des Theilchens in *M* nach der Richtung seiner Bahn sey $= v$; so ist die Geschwindigkeit desselben nach der horizontalen Richtung $= v\frac{dx}{ds}$, und die Geschwindigkeit nach der senkrechten Richtung $= v\frac{dy}{ds}$.

Eben so zerfällt die Kraft der Schwere $MC = dM$, in $MD = dM\frac{dy}{ds}$, welche das Theilchen nach der Richtung seiner Bahn beschleunigt, und in $ME = dM.\frac{dx}{ds}$, welche einen Druck bewirket, dessen Richtung auf die Bahn *MN*

senkrecht ist, folglich die Bewegung des Theilchens weder verzögert noch beschleunigt.

4) Durch die erstere Kraft $\left(MD = dM\frac{dy}{ds}\right)$ wird die Geschwindigkeit des Theilchens, v, während der Zeit dt um dv vermehrt. Setzen wir die Geschwindigkeit, welche die Körper durch freien Fall in einer Sekunde erhalten, $= 2g$; so ist die Geschwindigkeit, welche die Schwere während der Zeit dt giebt, $= 2g\,dt$. Da nun die Kräfte ihren Wirkungen, die sie in der nämlichen Zeit hervorbringen, proportional sind, so haben wir $dM : 2g\,dt = dM\frac{dy}{ds} : dv$. Demnach ist $dv = 2g\,dt\,\frac{dy}{ds}$, oder $\left(\text{wegen } \frac{ds}{dt} = v\right)$ $v\,dv = 2g\,dy$. Das Integrale dieser Gleichung ist offenbar $v^2 = 4gy + C$. Zur Bestimmung der beständigen Gröfse C wollen wir die Geschwindigkeit, welche das Theilchen in A hatte, $= c$, und die Fallhöhe, welche dieser Geschwindigkeit zugehört, oder $\frac{c^2}{4g} = h$ setzen, so haben wir $v^2 = c^2 + 4gy = c^2\left(\frac{h+y}{h}\right)$. (A.)

5) Von der zweiten Kraft, ME, mit welcher das Gewicht des Wassertheilchens senkrecht auf seine Bahn drückt, ist die Fliehkraft dieses Theilchens abzuziehen, mit welcher dasselbe nach der Richtung der Tangente MD fortzugehn, und sich also dem Gesetze der Trägheit gemäfs von der krummen Linie AMN zu entfernen sucht. Es sey der Krümmungshalbmesser des Bogens $MN = r$, so ist diese Fliehkraft, nach dem bekannten Lehrsatze der Mechanik, $= \frac{dM.\ v^2}{2g.\ r}$. Demnach ist der Druck des Wassertheilchens auf die Bahn $= dM\left(\frac{dx}{ds} - \frac{v^2}{2gr}\right)$.

6) Das Wassertheilchen dM hat offenbar die Linie MN zu seiner Grundlinie; wenn wir demnach seinen Druck auf die Bahn mit MN $(= ds = v\,dt)$ dividiren, so erhalten

wir das Element der Wassersäule, womit jeder Punct der Linie *MN* beschweret ist, $=\frac{dM}{v\,dt}\left(\frac{dx}{ds}-\frac{v^2}{2gr}\right)$. Diese Wassersäule ist aber (gemäfs 2.) für alle Puncte der Linie *AMN* beständig; setzen wir also den Krümmungshalbmesser für den Ort *A*, $=k$, so haben wir die Gleichung

$$\frac{dM}{v\,dt}\left(\frac{dx}{ds}-\frac{v^2}{2gr}\right)=\frac{dM}{c\,dt}\left(1-\frac{c^2}{2gk}\right);$$

$$\text{oder } \frac{dx}{ds}-\frac{v^2}{2gr}=\frac{v}{c}\left(1-\frac{2h}{k}\right).$$

Setzen wir nun statt *r* den bekannten Werth des Krümmungshalbmessers $=-\frac{dy}{d.\frac{dx}{ds}}$, und multipliciren alle Glieder mit dv, so erhalten wir $dv.\frac{dx}{ds}+\frac{v^2\,dv}{2g\,dy}.\,d\frac{dx}{ds}=\frac{v\,dv}{c}\left(1-\frac{2h}{k}\right)$.

Nun aber war (nach 4.) $v\,dv=2g\,dy=\frac{c^2\,dy}{2h}$. Setzen wir diese Werthe in unsere Gleichung, und $\frac{1}{2h}-\frac{1}{k}=\frac{1}{m}$, so wird $dv.\frac{dx}{ds}+v.\,d\frac{dx}{ds}=c\,dy\left(\frac{1}{2h}-\frac{1}{k}\right)=\frac{c\,dy}{m}$. Das Integral dieser Gleichung ist offenbar $v\frac{dx}{ds}=C+\frac{cy}{m}$. Und weil im höchsten Puncte der Bahn *A*, $v=c$, $dx=ds$, $y=0$; so ist die beständige Gröfse $C=c$. Demnach haben wir *die Geschwindigkeit des Wassertheilchens nach der horizontalen Richtung*, oder $v.\frac{dx}{ds}=c\left(1+\frac{y}{m}\right)$. (B.)

Und erheben wir diese Gleichung auf das Quadrat, und setzen ds^2-dy^2, statt dx^2, so erhalten wir $v^2\frac{v^2\,dy^2}{ds^2}=c^2+\frac{2c^2y}{m}+\frac{c^2y^2}{m^2}$; und da nach 4. (A.) $v^2=c^2+\frac{c^2y}{h}$ ist, so ergiebt sich, nach den nöthigen Reductionen, *die Geschwindigkeit des Wassertheilchens nach der senkrechten Richtung*, oder $v\left(\frac{dy}{ds}\right)=c\sqrt{\left(\frac{2y}{k}-\frac{y^2}{m^2}\right)}$. (C.)

7) Hieraus folgt: Erstens, dafs die senkrechte Bewegung verschwindet, sowohl für $y = o$, als auch für $y = \frac{2m^2}{k}$

Demnach ist die Höhe der Wellen $BE = \frac{2m^2}{k}$ (Fig. 97)

Zweitens. Die Geschwindigkeit nach der Senkrechten ist am gröfsten für $y = \frac{m^2}{k} = \frac{1}{2} BE$, oder in der Mitte zwischen dem niedrigsten und höchsten Puncte einer Welle.

Drittens. Die horizontale Geschwindigkeit nimmt mit der Tiefe y zu. Sie ist daher am kleinsten im Puncte A, und am gröfsten im niedrigsten Puncte B der Welle. In A ist sie gleich c, und in B ist sie $= c\left(1 + \frac{2m}{k}\right) = c\left(\frac{k+2h}{k-2h}\right)$

8) Die Zeit, in welcher das Theilchen von A nach M gelanget, ergiebt sich am kürzesten aus der Gleichung (C.) Denn man erhält aus ihr ohne Schwierigkeit $\frac{ds}{v} = \frac{dy}{c\sqrt{\left(\frac{2y}{k} - \frac{y^2}{m^2}\right)}} = dt$. Um das Integrale dieser Gleichung zu finden, setze man $1 - \frac{ky}{m^2} = \cos.\varphi$. Es ist dann $y = \frac{m^2}{k}(1 - \cos.\varphi)$; und $dy = \frac{m^2}{k} d\varphi \sin.\varphi$. Mittelst dieser Werthe erhält man nach den nöthigen Reductionen $dt = \frac{m\, d\varphi}{c}$; folglich die Zeit $t = \frac{m}{c}\varphi$. (D.)

Wenn wir nämlich Fig. 97 über den Durchmesser $EB, = \frac{2m^2}{k}$, in den Kreis ERB beschreiben, und durch M die Horizontallinie MS ziehen, welche diesen Kreis in R schneidet, so ist $\cos. ECR = \frac{CS}{CR} = \frac{CE - SE}{CR} = \left(\frac{m^2}{k} - y\right) : \frac{m^2}{k} = 1 - \frac{ky}{m^2} = \cos.\varphi$. Folglich ist der Winkel $ECR = \varphi$. Diesem gemäfs verhalten sich die Zeiten, in welchen das Theilchen von A nach M und B gelangt, wie die Bogen ER und ERB.

9) Setzen wir den obigen Werth von $y = \frac{m^2}{k}(1 - \cos.\varphi)$ in die Gleichungen (B) und (C), so erhalten wir noch folgende Ausdrücke für die *horizontale Geschwindigkeit* $\frac{v\,dx}{ds}$

$$= \frac{cm}{2h} - \frac{cm}{k} \cos.\ \varphi. \qquad \text{(E.)}$$

und für die *senkrechte Geschwindigkeit* $\frac{v\,dy}{ds} = \frac{cm}{k} \sin.\ \varphi.$ (F.)

10) Wir wollen nunmehr die Gleichung für die Bahn *AMB* suchen. Die Gleichung (E) giebt $dx = \left(\frac{cm}{2h} - \frac{cm}{k} \cos.\ \varphi.\right) \frac{ds}{v}$. Weil aber (nach 8.) $\frac{ds}{v} = dt = \frac{m}{c} d\varphi$ ist, so wird $dx = \frac{m^2}{2h} \cdot d\varphi - \frac{m^2}{k} \cos.\ \varphi . d\varphi$, und $x = \frac{m^2}{2h} \varphi - \frac{m^2}{k} \sin.\ \varphi$, wo keine beständige Gröſse hinzu zu setzen kommt, weil für den Punct *A* sowohl *x* als auch φ verschwinden. Die krumme Linie *AMB* wird demnach durch folgende zwei Gleichungen bestimmt

$$y = \frac{m^2}{k}(1 - \cos.\ \varphi) = \frac{m^2}{k}\left(1 - \cos.\ \frac{ct}{m}\right) \qquad \text{(G.)}$$

$$x = \frac{m^2}{2h} \varphi - \frac{m^2}{k} \sin.\ \varphi = \frac{mct}{2h} - \frac{m^2}{k} \sin.\ \frac{ct}{m}. \qquad \text{(H.)}$$

Aus diesen beiden Gleichungen läſst sich für jede beliebige Zeit *t* sowohl die Tiefe y, als auch der horizontale Weg x jedes Wassertheilchens berechnen, wenn für den höchsten Punct der Bahn der Wassertheilchen die Geschwindigkeit c, und der Krümmungshalbmesser k gegeben sind.

Diese Gleichungen zeigen nun, daſs die krummen Linien, welche die Wellen vorstellen, Radlinien (cycloides) sind. Denn es sey (Fig. 98.) der Halbmesser des Kreises, welcher auf der geraden Linie *ID* fortgewälzt wird, *IO* = a, und die Entfernung des die krumme Linie beschreibenden Stiftes vom Mittelpuncte, *AO* = b. Nachdem der Kreis von *I* bis *D* gewälzt worden, befinde sich der Punct I in *i* und der beschreibende Stift *A* in *M*, und es sey der Winkel *DCi* = φ. Dann ist *SV* = *ID* = *iD* = aφ, *MV* = b sin. φ, *CV* = b cos. φ; demnach *PM* = *GC* — *CV* oder y = b — b

cos. φ, und $AP = SV - MV$ oder $x = a\varphi - b$ sin. φ. Hält man diese Gleichungen mit den vorigen (G) und (H) zusammen, so ergiebt sich der Halbmesser des Rades $IO = a = \frac{m^2}{2h}$, die Entfernung des die krumme Linie beschreibenden Stifts vom Mittelpuncte, $AO = b = \frac{m^2}{k}$.

11) Aus der Gleichung (G) $a = \frac{m^2}{2h}$ folgt, $m = \sqrt{2ah} = c\sqrt{\frac{a}{2g}}$. Setzen wir diesen Werth in die Gleichung (D), so erhalten wir folgenden Ausdruck für die Zeit $t = \varphi\sqrt{\frac{a}{2g}}$; und bezeichnen wir mit π das Verhältnifs der Peripherie des Kreises zum Durchmesser, so ergiebt sich hieraus die Zeit einer Welle $= \pi\sqrt{\frac{2a}{g}}$. In dieser Zeit gelangt das Wasser von dem Gipfel einer Welle A (Fig. 97.) zum Gipfel der nächst folgenden Welle. Diese Zeit hängt daher blofs ab vom Durchmesser des Kreises, $2a$, oder von der Breite der Wellen, $2AE$, $= 2a\pi$, und ist von der Tiefe der Wellen, $EB = 2b$, ganz und gar unabhängig. Daraus folgt:

Erstens, dafs *Wellen, die einerlei Breite haben, auch vom Wasser in einerlei Zeit beschrieben werden*, ihre Höhe mag grofs oder klein seyn.

Zweitens. Da $\sqrt{\frac{2a\pi}{g}}$ der Ausdruck der Zeit ist, in welcher ein schwerer Körper von der Höhe $2a\pi$ herabfällt, so verhält sich die Zeit einer Welle, zur Zeit, in welcher ein Körper durch die Breite der Wellen ($2a\pi$) herabfällt, wie die Zahl $\sqrt{\pi}$ zu 1.

Drittens. Die Länge eines einfachen Pendels, das in einer gemeinen Cycloide, die mit dem Halbmesser a beschrieben wird, seine Schwingungen macht, ist bekannter Maafsen $= 4a$. Folglich ist *die Länge eines mit der Welle gleich-*

zeitig schwingenden Pendels doppelt so grofs als der Halbmesser des die Wellencycloide beschreibenden Rades, oder diese Pendellänge ($4a$) verhält sich zur Breite der Wellen ($2a\pi$), wie der Durchmesser eines Kreises (2) zu seiner halben Peripherie (π). NEWTON war der Meinung (Prop. 46.), dafs diese Pendellänge der Breite der Wellen beinahe gleich sey.

Viertens. Wenn wir endlich die Breite der Welle $2a\pi$ mit der Zeit, in welcher die Welle beschrieben wird $\pi\sqrt{\frac{2a}{g}}$ dividiren, so erhalten wir die mittlere Geschwindigkeit des Wassers, $=\sqrt{2ag}$, die wir in Zukunft v nennen wollen. Die Geschwindigkeiten der Wellen verhalten sich daher wie die Quadratwurzeln ihrer Breiten; womit NEWTON's Prop. 45 übereinstimmt.

II.

12) Weil die Gleichungen für die Radlinie (10.) einfacher und leichter zu übersehen sind, so wollen wir noch die Gröfsen m, $\frac{m}{2h}$, $\frac{m}{k}$ und $\frac{m}{c}$ durch Functionen von a und b ausdrücken, und diese Ausdrücke in den Gleichungen D, E, F, G und H substituiren. Die Gleichungen $a=\frac{m^2}{2h}$ und $b=\frac{m^2}{k}$ geben $a-b=m^2\left(\frac{1}{2h}-\frac{1}{k}\right)=m$, weil oben (5.) $\frac{1}{2h}-\frac{1}{k}=\frac{1}{m}$ gesetzt worden. Daher ist $\frac{m}{2h}=\frac{a}{m}=\frac{a}{a-b}$, und $\frac{m}{k}=\frac{b}{m}=\frac{b}{a-b}$. Die Gleichuugen $c=2\sqrt{gh}$ (3.) und $m=\sqrt{2ah}$ (11.) geben $\frac{cm}{2h}=\sqrt{2ag}=v$. Werden diese Werthe in die Gleichungen D, E, F, G und H gesetzt, so wird:

die Zeit $t=\frac{a\varphi}{v}$, oder der Winkel $\varphi=\frac{tv}{a}$. (I.)

die horiz. Geschw. $v\frac{dx}{ds}=v\left(1-\frac{b}{a}\cos.\varphi\right)$. (K.)

die senkrechte Geschw. $v\frac{dy}{ds}=v\frac{b}{a}\sin.\varphi$. (L.)

der nach der Horizontallinie durchlaufene Raum $x =$ $a\varphi - b \sin \varphi$. (M.)

der nach der Senkrechten durchlaufene Raum $y =$ b sin. vers. φ. (N.)

der Mittelpunct des beschreibenden Rades, O (Fig. 98) durchläuft während der Zeit t den Raum $OC = ID = iD = a\varphi = tv$. (O)

die Geschwindigkeit desselben ist daher $= \frac{a\varphi}{t} = v$ (P.)

13) Aus diesen Gleichungen sehen wir, daſs die Theilchen des Wassers, das in Wellenbewegung ist, eine zweifache Bewegung haben: eine horizontale $a\varphi$ oder tv, welche allen Wassertheilchen gemein ist (und Abänderungen leidet, wie wir noch sehen werden); und eine Kreisbewegung, welche durch die Ausdrücke b sin. φ, und b sin. vers. φ, oder b sin. $\frac{tv}{a}$, und b sin vers. $\frac{tv}{a}$ gegeben wird. Jedes Wassertheilchen dreht sich nämlich in einem Kreise um einen Mittelpunct herum, welcher selbst nach der horizontalen Richtung mit der Geschwindigkeit v fortbewegt wird. Beide Bewegungen, die horizontale sowohl, als auch die Kreisbewegung, sind gleichförmig, und nur in ihrer Vereinigung erzeugen sie die an den Wellen sichtbaren Ungleichheiten. Die Einfachheit, welche die Natur bei so vielen andern Wirkungen beobachtet, finden wir also auch hier wieder, und sie verdienen auch hier unsre Bewunderung.

14) Ein einfaches Pendel, dessen Länge sich zur zweifachen Breite der Wellen so verhält, wie der Durchmesser eines Kreises zu seinem Umfange, verrichtet seine Schwingungen in eben der Zeit, in welcher das Wasser seine ganzen Kreise zurücklegt, oder in welcher dasselbe vom Gipfel einer Woge zum Gipfel der folgenden gelangt. Die Durchmesser dieser Kreise sind aber nicht alle von einerlei Gröſse. An der Oberfläche sind sie der Höhe der Wellen gleich, unterhalb der Oberfläche nehmen sie nach dem Gesetz einer

einer geometrischen Reihe ab, wofür das folgende der Beweis ist.

Es mögen *AMN*, *amn*, Fig. 99, die Wege bedeuten, welche zwei nächst beysammen fliefsende Theilchen unter der Oberfläche des Wassers nehmen, und *BC*, *bc* die Wege der Mittelpuncte ihrer Kreisbewegungen. Für das erste Wassertheilchen sey der höchste Punct seiner Bahn in *A*, der dazu gehörige Mittelpunct seiner Kreisbewegung senkrecht darunter in *B*, und zu gleicher Zeit sey das zweyte Wassertheilchen gleichfalls auf dem höchsten Punct seiner Bahn in *a*, und der Mittelpunct seiner Kreisbewegung in *b*; so dafs alle vier Puncte *A*, *a*, *B*, *b*, sich in der gemeinschaftlichen Senkrechten *Gb* befinden. Nach Verlauf der Zeit *t* mögen die Mittelpuncte *B*, *b*, nach *C* und *c* gekommen seyn. Weil sich alle Mittelpuncte mit der gemeinschaftlichen Gechwindigkeit *v* bewegen, so ist $BC = bc = tv = a\varphi$ (nach 12. O.) und die Linie *UCc* ist abermals senkrecht. Macht man die Winkel $UCM = Ucm = \varphi$, und die Halbmesser $CM = BA$, $cm = ba$, so sind die Wassertheilchen *A* und *a*, während der Zeit t nach *M* und *m* gelangt.

Da die Wassertheilchen aus ihren Bahnen nicht austreten (nach 2.), so können wir uns die Wege *AMN*, *amn*, als zwei Ufer vorstellen, zwischen welchen das eingeschlossene Wasser fortfliefst. Durch alle Querschnitte (die wir auf beide einander unendlich nahe liegende Ufer senkrecht annehmen) müssen daher während einerlei Zeit gleiche Wassermengen durchfliefsen, und es müssen daher *die Producte aus jedem Querschnitte (me) in die Geschwindigkeit (v), womit das Wasser durch denselben fliefst, alle einander gleich seyn.* — Es ist bekannt, dafs dieselbe Gleichheit der Producte der Querschnitte in die Geschwindigkeiten sich auch aus dem Grundsatze der Incompressibilität, oder der Unveränderlichkeit des kubischen Inhaltes der Wassertheilchen ableiten läfst.

Die Gröfse des Querschnittes *me* läfst sich folgender Maafsen ausdrücken. Es sey das mit den Mittelpuncten der

Kreisbewegungen sich gleichmäſsig bewegende Wassertheilchen der Oberfläche in U, folglich $CU = BC = bc$; die Tiefe UC sey gleich u, $Cc = du$; und die Halbmesser der Kreisbewegungen seyen $MC = z$, $mc = z - dz$. Man ziehe moi senkrecht, oder parallel zu cCU; so ist $Mo = mc - MC = -dz$; und weil $Moi = MCU = \varphi$; so ist $Mi = -dz \sin. \varphi$; $oi = -dz \cos. \varphi$. Der Raum, den der Punct M während der Zeit dt beschreibt, sey $MN = ds$; folglich $MO = dx$, $ON = dy$, so giebt die Aehnlichkeit der Dreyecke Mir, MON, $ir = Mi.\frac{ON}{MO} =$

$-dz \sin. \varphi \frac{dy}{dx}$

Hieraus folgt: $mr = mo + oi - ir = du - dz \cos. \varphi + dz \sin. \varphi. \frac{dy}{dx}$.

Weil nun auch das Dreyeck emr dem Dreyeck OMN ähnlich ist, so erhalten wir $me = mr \frac{OM}{MN}$, und also den Querschnitt $me = (du - dz \cos. \varphi) \frac{dx}{ds} + dz \sin. \varphi \frac{dy}{ds}$.

Die Wassermenge, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt me flieſst, ist offenbar $= me. v = (du - dz \cos. \varphi) \frac{v dx}{ds} + dz \sin. \varphi \frac{v dy}{ds}$. Vorhin ($K$ und L) war aber $\frac{v dx}{ds} = v(1 - \frac{b}{a} \cos. \varphi)$, und $\frac{v dy}{ds} = v \frac{b}{a} \sin. \varphi$. Setzen wir diese Werthe in die Gleichung, und statt des Halbmessers der Kreisbewegung b die gegenwärtige unbestimmte Benennung desselben z, so ist die Wassermenge

$$me. v = v\left(du - dz \cos. \varphi - \frac{z}{a} \cos. \varphi\, du + \frac{z dz}{a}\right). \qquad (Q.)$$

Da dieser Ausdruck für alle Puncte der Bahn AMN unveränderlich derselbe seyn muſs, so darf er vom Winkel φ nicht abhängen; folglich müſsen die Glieder, welche mit $\cos. \varphi$ multiplicirt sind, für sich verschwinden. Demnach ist $a dz + z du = 0$ und $a \log. z + u = \text{Const.}$ Für die Oberfläche des Wassers sey der Halbmesser der Kreisbewe-

gung oder die halbe Höhe der Wellen $=b$. Da dann für $u=o$, $z=b$ wird, so ist Const. $=a$ log. b; so nach log. $\frac{z}{b}+\frac{u}{a}=o$. Bezeichnen wir daher die Grundzahl der natürlichen Logarithmen mit e, so erhalten wir $z=b\,e^{-\frac{u}{a}}$. (R.)

Werden folglich die Tiefen u in einer arithmetischen Reihe o, u, $2u$, $3u$ genommen, so folgen die dazu gehörenden Halbmesser der Kreisbewegung b, $b\,e^{-\frac{u}{a}}$, $b\,e^{-\frac{2u}{a}}$... dem Gesetze einer abnehmenden geometrischen Reihe.

Setzen wir endlich den Werth $du=-\frac{a\,dz}{z}$ in die Gleichung (Q), so erhalten wir das Element der Wassermenge, welche durch jeden Querschnitt me fliefst, $=v\left(du+\frac{z\,dz}{a}\right)$ $=-v\left(\frac{a^2-z^2}{a\,z}\right)dz$. (S.)

15) Ueber die verschiedenen Bewegungen der Wassertheilchen in den Wellen giebt, dem eben bewiesenen entsprechend, Fig. 100. eine anschauliche Vorstellung.

Für die Oberfläche des Wassers wurde $b=a$ gesetzt. In diesem Falle ist folglich die horizontale Bewegung der Kreisbewegung gleich, und die Wellenlinie $ABCDEFGHIKL$ MA wird eine gemeine Cycloide: der Mittelpunct der Kreisbewegung bewegt sich auf der horizontalen Linie NO, und die Höhe der Wellen ist $AP^2=2\,OG=2\,a$.

Unter der Oberfläche des Wassers sind die Tiefen der Mittelpuncte O^1, O^2, O^3... in arithmetischer Progression genommen, nämlich $OO^1=\frac{1}{2}\,a$, $OO^2=a$, $OO^3=\frac{3}{2}\,a$ u. s. w. Die Halbmesser der Kreisbewegung, welche diesen Tiefen zugehören, sind demnach $O^1\,G^1=\frac{a}{\sqrt{e}}=0{,}6065.\,a$, $O^2\,G^2=\frac{a}{e}=0{,}3679.\,a$, $O^3\,G^3=\frac{a}{e\sqrt{e}}=0{,}2231.\,a$, $O^4\,G^4=\frac{a}{e\,e}=0{,}1353\;a$ u. s. w.

Die Kreise, welche mit diesen Halbmessern aus den Mittelpuncten O, O^1, O^2, O^3, O^4 u. s. w. beschrieben worden, zeigen sowohl die eigentliche Gröfse der Kreisbewegungen, welche auf jeden Punct der Horizontallinien NO, $N^1 O^1$, $N^2 O^2$, u. s. w. vorgehen, als auch ihre Verhältnifsmäfsige Abnahme in der Tiefe.

Endlich habe ich die Peripherien der Kreise in 12 Theile getheilt, und für jeden zwölften Theil die Puncte $B, C, D, E \ldots$, $B^1, C^1, D^1 \ldots$, $B^2, C^2, D^2 \ldots$, u. s. w. auf die in 14. angegebene Art bestimmt. Dem zu Folge sind AB, BC, CD, $DE \ldots$, $A^1 B^1$, $B^1 C^1$, $C^1 D^1 \ldots$, $A^2 B^2$, $B^2 C^2$, $C^2 D^2 \ldots$ u. s. w. die Räume, welche von den Puncten A, A^1, A^2 u. s. w. in gleichen Zeiten zurückgelegt werden; und die Linien $AA^1 A^2 A^3 \ldots$, $BB^1 B^2 B^3 \ldots$, $CC^1 C^2 C^3 \ldots$ u. s. w. zeigen die Stellungen, in welchen sich die Puncte der Senkrechten $A A^1 A^2 A^3 \ldots$ nach gleichen Zeiträumen befinden. Man sieht hieraus offenbar, dafs die gröfste Verschiebung der Wassertheile an der Oberfläche statt findet, und dafs die Bewegung des Wassers in der Tiefe sich sehr bald der Gleichförmigkeit nähert; womit die bereits oben angeführte Erfahrung der Taucher übereinstimmt.

Der Umstand, dafs die Wellen auf ihrer Oberfläche selten eine gemeine, sondern meistens eine gestreckte Cycloide bilden, verändert an unsrer Zeichnung nichts. Denn es kann zu Folge der vorgetragenen Theorie für die Oberfläche des Wassers auch irgend eine von den Linien $A^1 B^1 C^1 D^1 \ldots$, oder $A^2 B^2 C^2 D^2 \ldots$ u. s. w. genommen werden, und die Bewegung des Wassers unter dieser Oberfläche bleibt dann noch immer dieselbe, wie sie die Zeichnung vorstellt.

Wenn u negativ genommen, oder die Bewegung des Wassers oberhalb der gemeinen Cycloide untersucht wird so haben wir den Halbmesser der Kreisbewegung $z = a e^{\frac{u}{a}}$, sonach gröfser als u. Für diesen Fall ist also die Kreisbewegung gröfser als die fortschreitende Bewegung des Wassers, und die Wellenlinie wird eine gedrückte Cycloide, wie Fig. 100. sie für den Fall $u = -\frac{1}{4}a$ durch die punctirte Linie vorstellt. An und für sich scheint

es zwar nicht unmöglich, dafs diejenige Kraft, welche die Kreisbewegung des Wassers hervorbringt, sie auch wohl zuweilen gröfser machen könne, als die fortschreitende Bewegung des Wassers ist; und in der That geschieht dies auch jedes Mal, wenn das Wasser an den Gipfeln der Wellen sich kräuselt. Wenn wir jedoch $e^{\frac{u}{a}}$ in die bekannte Reihe auflösen, so erhalten wir $z = a + u + \frac{u^2}{2a} \ldots$, folglich $OG = z - u = a + \frac{u^2}{2a} \ldots$; OG müfste also gröfser als a seyn, und daher das Wasser in einem Theile seiner Bahn sich unterhalb der Oberfläche, welche die Cycloide AGO beschreibt, bewegen. Hiermit steht aber die allgemeinste Eigenschaft aller physischen Körper, die Undurchdringlichkeit, im Widerspruche. Am Kopfe der Wellen müfste umgekehrt eine negative Undurchdringlichkeit, oder eine Anziehungskraft vorhanden seyn, um die Zerstreuung der Wassertheilchen zu hindern, und sie in ihrer cycloidischen Bahn gehörig umzubiegen, welchem abermals sowohl die vollkommene Flüssigkeit des Wassers, als auch die tägliche Erfahrung widerspricht. Kräuselnde Wellen sind demnach aufser dem Beharrungsstande, welcher allein einer solchen Berechnung fähig ist, und müfsen sonach von dieser Theorie ausgeschlossen werden.

16) Daraus, dafs gegenwärtige Theorie der Wellen auf der Gleichheit des hydrostatischen Drucks beruhet (*n.* 2.), geht von selbst hervor, dafs alle Bewegungen des Wassers, welche an dieser Gleichheit des Drucks nichts ändern, auch die Wellenbewegungen nicht stören. Es können sich daher mehrere Wellen von verschiedener Gröfse und nach verschiedenen Richtungen einander durchkreuzen, und doch jede ihre Bewegung ungestört fortsetzen; welches abermals durch allgemein bekannte Erfahrungen bestätigt wird, und zugleich die mannigfaltigen Erhöhungen erklärt, welche öfters auf der Oberfläche des Wassers sichtbar sind.

17) Die bisherige Theorie unterliegt noch der Voraussetzung, dafs die Gipfel der Wellen unbeweglich sind, und

beständig auf der nämlichen Stelle bleiben. Es ist aber leicht einzusehen, dafs die Gestalt der Wellen, und alles, was wir von der Kreisbewegung des Wassers angeführt haben, unverändert statt finden werde, wenn wir auch dem gesammten Wasser noch irgend eine gemeinschaftliche Bewegung beylegen. Denn dadurch wird offenbar nur die fortschreitende Bewegung der Mittelpuncte der Kreisbewegungen anders bestimmt, aber die Kreisbewegung selbst, die Gröfse der Halbmesser, und die Umlaufszeit bleiben dieselben, wie wir sie in 11. und 12. bestimmt haben.

Wir wollen annehmen, das gesammte Wasser habe nebst der Geschwindigkeit v noch die Geschwindigkeit $\pm$ w; so ist die Geschwindigkeit, womit die Gipfel der Wellen auf der Oberfläche des Wassers fortlaufen, offenbar $= \pm$ w; und die Geschwindigkeit der Mittelpuncte der Kreisbewegung ist $= v \pm w$. Jedes Wassertheilchen beschreibt also während der Zeit t den horizontalen Raum $x = (v \pm w)\, t - z \sin. \frac{tv}{a} = \left(1 \pm \frac{w}{v}\right) a\varphi - z \sin. \varphi$. Der senkrechte Raum $y = z$ sin. vers. φ, und der Halbmesser der Kreisbewegung $z = b e^{-\frac{u}{a}}$ bleiben hier dieselben, wie in (N) und (R).

16) Wenn w und v einander gleich und entgegengesetzt sind, welches auf stehenden Wässern meistens der Fall ist, so haben wir $x = -z \sin \varphi$, $y = z$ sin. vers. φ, und die ganze Bewegung eines jeden Wassertheilchens ist $= z\varphi = z \frac{tv}{a}$. (T.) In diesem Falle beschreiben die Wassertheilchen nur Kreise, deren Mittelpuncte ruhen: sie haben keine fortlaufende horizontale Bewegung, sondern kommen in ihren Kreisen immer wieder auf ihre vorige Stellen zurück; aber die Gipfel der Wellen laufen auf der Oberfläche des Wassers mit der Geschwindigkeit $w = v = \sqrt{2ag}$ fort, und die Richtung dieser scheinbaren Bewegung ist die nämliche mit der Richtung des Wassers auf den Gipfeln der Wellen: im Thale zwischen zwei Wogen aber ist die Bewegung des Wassers der Bewegung der Wellen entgegengesetzt. Man begreift hieraus deutlich, wie die Winde die Meereswogen

vor sich hertreiben können, ohne daſs dadurch das Wasser merklich von seiner Stelle kömmt: eine Erscheinung, über deren Erklärung man bisher allgemein in Verlegenheit war.

Wenn in diesem Fall die Dauer einer Welle, nämlich die Zeit, in welcher das Wasser oder ein schwimmender Körper von der Höhe einer Woge auf die Höhe der nächstfolgenden kommt, gegeben ist, oder durch Beobachtung bestimmt wird, so läſst sich daraus sowohl die Breite der Wellen, als auch der Raum, den die Gipfel der Wellen in jeder gegebenen Zeit zurücklegen, folgender Maaſsen finden. Es sey die Dauer einer Welle in Sekunden ausgedrückt $= \tau$, so ist (nach 11.) $\pi \sqrt{\frac{2a}{g}} = \tau$; folglich (wenn $g = 15{,}09$ Par. F.) die Breite der Wellen $B = 2a\pi = g\frac{\tau^2}{\pi} = 0{,}801\,\tau^2$, und ihre Geschwindigkeit $w = v = \frac{2a\pi}{\tau} = 0{,}801\,\tau$. Sonach ist der Raum der Wellen in einer Stunde $= 2883{,}5\,\tau$ Toisen $= 0{,}0505.\,\tau$ Grade der geographischen Breite. Wellen, deren Dauer z. B. 2 Sekunden beträgt, verbreiten sich in 10 Stunden einen Grad oder 15 deutsche Meilen weit.

Findet man diese berechnete Geschwindigkeit der Wellen von der beobachteten verschieden, so zeigt der Unterschied die wirkliche Geschwindigkeit des Wassers an.

19) Ueberhaupt sehen wir aus der vorgetragenen Theorie, daſs die Breite und die Höhe der Wellen, und die wirkliche Bewegung des Wassers drey von einander unabhängige Gröſsen sind, welche in jedem Falle erst durch Beobachtung bestimmt werden müssen. Die Dauer einer Welle (τ) aber hängt mit ihrer Breite (B) mittelst der Gleichung $B\pi = g\tau^2$ zusammen; und wenn wir die absolute Geschwindigkeit des Wassers A nennen, so ist die Geschwindigkeit der Wellen $\pm w = A - g\frac{\tau}{\pi} = A - \sqrt{\frac{Bg}{\pi}}$. Man sieht von selbst, wie man hieraus auch wieder umgekehrt die wirkliche Bewegung des Wassers bestimmen kann, wenn nebst der Geschwindigkeit der Wellen noch ihre Dauer oder Breite gegeben ist.

20) Die Erhöhung der Mittelpuncte der Kreisbewegungen verdient hier noch besonders bemerkt zu werden. Die Gleichungen (M) und (N) in 12. geben das Element der Fläche $PMNQ$ (Fig. 97.) $= y\,dx = b\,(1 - \cos.\varphi)\,(a - b\cos.\varphi)\,d\varphi$. Hieraus folgt die Fläche $APM = \int y\,dx$ $= ab\varphi - b\,(a + b)\sin.\varphi + \frac{b^2}{2}(\varphi + \sin.\varphi\cos.\varphi)$. Setzen wir $\varphi = 2\pi$, so ist die Fläche der gestreckten Cycloide $= 2\,AMBE = (2ab + b^2)\,\pi$. Die doppelte Fläche $ABDE$ ist offenbar $= 2.\,AE.\,EB = 2a\pi.\,2b$. Demnach ist der Inhalt einer Welle $= 2\,(ADBE - AMBE)$ $= (2a - b)\,b\pi$. Bei ruhigem Wasser steht dieser Inhalt über der Linie $2DB$ ($= 2a\pi$) durchaus gleich hoch; seine Höhe ist daher $= \frac{(2a - b)\,b\pi}{2a\pi} = b - \frac{b^2}{2a}$. Vergleicht man diese Höhe mit der Höhe der Mittelpuncte der Wellen ($= b$), so erhellet, daſs die Höhe der Mittelpuncte um $\frac{b^2}{2a}$ gröſser ist als die Höhe der Oberfläche des ruhigen Wassers.

Im Falle der gemeinen Cycloide ist $b = a$; folglich wird diese Erhöhung $= \frac{1}{2}\,a$, oder so groſs als der vierte Theil der Höhe der Wellen.

Weil die nämliche Rechnung auch für die Wellenlinien unter der Oberfläche des Wassers gilt, wenn wir uns statt b den Halbmesser z oder $be^{-\frac{u}{a}}$ setzen, so folgt überhaupt, daſs es zur Hervorbringung der Wellen nöthig ist, sämmtliche Wassertheile nicht nur in Kreisbewegungen zu setzen, sondern auch sie zu erhöhen.

Die Wassersäule, welche das Maaſs des hydrostatischen Drucks für jedes Wassertheilchen abgiebt, finden wir auf folgende Art. Das Element der Wassermenge, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt me (Fig 99.) flieſst, war (nach 14.) $= v\left(du + \frac{z\,dz}{a}\right)$. Daher ist die ganze Wassermenge, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt AA^n, oder GG^n (Fig. 100.) (wo wir statt n jede beliebige Zahl setzen können) flieſst, $= v\left(u + \frac{z^2 - b^2}{2a}\right)$. Wird nun

diese mit der mittlern Geschwindigkeit des Wassers v dividirt, so haben wir die Wassersäule, womit jeder Punct der Linie $A^n B^n C^n D^n \ldots$ beschwert ist, $= u + \frac{z^2 - b^2}{2a}$.

Im ruhigen Wasser sind die Halbmesser der Kreisbewegungen b und $z = 0$; dadurch wird diese Wassersäule $= u$, übereinstimmend mit dem bekannten Gesetze der Hydrostatik.

Setzen wir für eine beträchtliche Tiefe $z = 0$, so ist daselbst diese Wassersäule $= u - \frac{b^2}{2a}$. Wir haben aber zuvor gesehen, daſs die Mittelpuncte der Wellen auf der Oberfläche des Wassers gleichfalls um $\frac{b^2}{2a}$ höher stehen als das ruhige Wasser. Hieraus folgt, daſs die Bewegung der Wellen den hydrostatischen Druck des Wassers in der Tiefe unverändert läſst.

21) Sollte Jemand dabey einen Anstand finden, daſs hier die Wassermenge $v\left(du + \frac{z\,dz}{a}\right)$, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt me flieſst, nur mit der mittlern Geschwindigkeit des Wassers v, und nicht vielmehr mit der Geschwindigkeit v, welche in dem Querschnitt me wirklich vorhanden ist, dividirt worden, so ist zu merken, daſs die (14) gefundene Formel $v\left(du + \frac{z\,dz}{a}\right)$ ein allgemeiner Ausdruck der Wassermenge für jeden Querschnitt ist, welcher nicht von der wirklichen Geschwindigkeit des Wasser v, sondern nur von der mittlern v abhängt, und daher auch nur mit dieser letztern dividirt werden kann.

Dieselbe Wassersäule folgt aber auch unmittelbar aus den ersten Grundsätzen dieser Abhandlung. Das Element der drückenden Wassersäule, welche für alle Puncte der Linie AMN (Fig. 96.) eine gleiche Gröſse hat, $= \frac{dM}{c\,dt}\left(1 - \frac{2h}{k}\right)$. Wir fanden $\frac{m^2}{2h} = a$, und $\frac{m^2}{k} = b = z$, (wenn nämlich statt des Halbmessers der Kreisbewegung an der Ober-

fläche b die später für jede Tiefe gebrauchte allgemeinere Benennung z gesetzt wird). Wird von diesen 2 Gleichungen die zweyte mit der ersten dividirt, so haben wir $\frac{2h}{k} = \frac{z}{a}$. Das Element der Wassermenge dM ist in der Senkellinie $A A^1 A^2 A^3$ (Fig. 100.) offenbar $= c\,dt \,.\, d\,(P A^n) = c\,dt \,.\, d(u - z)$. Hieraus folgt $\frac{dM}{c\,dt}\left(1 - \frac{2h}{k}\right) = (du - dz)\left(\frac{a-z}{a}\right)$ Weil aber $a\,dz + z\,du = 0$ (14.), so erhalten wir hieraus das Element der drückenden Wassersäule $= du + \frac{z\,dz}{a}$, wie zuvor.

22) Im Eingange dieser Abhandlung ist bereits erinnert worden, daſs man bey dem Vortrage dieser Theorie vorzüglich auf Leichtigkeit und Deutlichkeit Rücksicht genommen, um so viel möglich auch Anfängern begreiflich zu werden. Aus diesem Grunde ist der einzelne Fall, wenn nämlich die fortschreitende Bewegung des Wassers so beschaffen ist, daſs die Gipfel der Wellen auf der Oberfläche des Wassers nicht fortlaufen; sondern auf ihren Stellen stehen bleiben, zuerst vorgetragen, und durch die ersten 16 §§. möglichst erläutert worden. Dieser Fall kann aber nur auf einem tiefen Wasser statt finden, welches sich mit derselben Geschwindigkeit den Wellen entgegen bewegt, mit welcher die Gipfel der Wellen auf dem ruhenden Wasser fortlaufen würden.

Wenn wir hingegen die Wellenbewegung von der Bewegung des Wassers unabhängig und für sich allein betrachten; so ergiebt sich von selbst, daſs wir das Wasser ohne fortschreitende Bewegung nehmen, sonach in der §. 17 vorgetragenen allgemeinen Theorie die Geschwindigkeit des Wassers $v - w = 0$ setzen müssen. Für diesen Fall haben wir bereits oben gesehen, daſs die Wassertheile nur Kreise, und zwar mit gleichförmiger Bewegung beschreiben. Die Halbmesser dieser Kreise giebt nämlich die Gleichung $z = b\,e^{-\frac{u}{a}}$; und die Winkelgeschwindigkeit ist $= \frac{v}{a} = \sqrt{\frac{2g}{a}} = \frac{\pi}{\tau}$. Aus der Gleichung $v - w = 0$ folgt übrigens von selbst, daſs die

Geschwindigkeit der Wellen w der oben angegebenen Geschwindigkeit des Wassers v gleich ist, und dafs sonach auch alle Sätze, welche wir dort von den Wellen, oder eigentlich von der Geschwindigkeit des Wassers angeführt haben, in diesem letztern Falle den Wellen allein zukommen.

Dieser Fall findet übrigens auf allen stehenden Wässern, und auch bey fliefsenden Wässern kann immer angenommen werden, dafs die ganze Wellenbewegung des stehenden Wassers mit der Geschwindigkeit des Stroms fortgetragen werde.

23) Zu dieser Absicht sind (Fig. 101.) $ABCDEFG$, und $HIKLMNO$ zwey Kreise, welche von zweyen auf der Oberfläche des Wassers befindlichen Wassertheilchen A und H beschrieben werden. Wir wollen diese Kreise in etliche gleiche Abtheilungen z. B. in 8 Theile, und so auch die Zeit, in welcher diese Kreise zurückgelegt werden, in 8 gleiche Theile abtheilen. Im ersten Augenblicke befinden sich die Wassertheilchen A und H in der Wellenlinie $PAHQR$, welche für diesen Augenblick die Oberfläche des Wassers vorstellet. Nun geht während der ersten Zeitabtheilung das Theilchen A nach B, und das Theilchen H nach I, so dafs beyde sich wieder in der Wellenlinie $SBITU$ befinden, welche die Oberfläche des Wassers für den ersten Augenblick der zweyten Zeitabtheilung vorstellet. Dann geht während dieser zweyten Zeitabtheilung das Theilchen B nach C, und befindet sich nun auf dem Gipfel der Welle; das Theilchen I aber geht nach K, und beyde befinden sich in der Wellenlinie $CKVW$. Endlich geht C in der dritten Zeitabtheilung vom Gipfel der Welle herab nach D, und K geht auf den Gipfel der Welle nach L; beyde befinden sich immerfort auf der Oberfläche des Wassers, und zwar gegenwärtig in der Wellenlinie DLY u. s. w.

Das nämliche, was hier für die Oberfläche des Wassers angeführt worden, geschieht auf ähnliche Art auch unter der Oberfläche des Wassers. Wenn wir nämlich aus den Mittelpuncten X und Z die Senkellinien $Xx\xi$, $Zz\zeta$ hinablassen, und für die Tiefen Xx, $X\xi$, die zugehörigen Halb-

messer ax, $\alpha\xi$, suchen, so beschreiben auch die Theilchen a, α um ihre Mittelpuncte x, ξ die gleichzeitigen Kreise $abcdef$, $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\vartheta$; dasselbe thun auch die Theilchen h, η.... Es tritt demnach das in dem Raum $AHh\eta\alpha aA$ eingeschlossene Wasser nach und nacb in die Stellungen $BIi\iota\beta bB$, $CKk\varkappa\gamma cC$, $DLl\lambda\delta dD$, $EMm\mu\varepsilon eE$, u. s. w.

24) Hieraus ist deutlich zu sehen, wie die Gipfel der Wellen $P, S, C, L, \ldots$ auf der Oberfläche des Wassers eine gleichförmig fortlaufende Bewegung zeigen, da doch die Wassertheilchen selbst nur Kreise um ruhende Mittelpuncte beschreiben.

Die Richtung dieser Wellenbewegung ist offenbar die nämliche, nach welcher sich jedes Wassertheilchen C auf dem Gipfel der Welle in seinem Kreise nach D fortbewegt. Dagegen ist die Richtung, nach welcher sich jedes Wassertheilchen in dem niedrigsten Puncte der Welle bey G nach der Kreislinie GAB bewegt, der Wellenbewegung der Gipfel C, L entgegengesetzt.

Wir sehen auch, dafs bey den Wellen überhaupt die Wassertheilchen nicht zwischen einander laufen, sondern immer von denselben Wassertheilchen umgeben sind, dafs sich nur die Neigungen der Flächen AH, BI, CK, ... ah, bi, ck ... den angeführten Kreisbewegungen gemäfs abändern; und dafs die Wassermasse $AahH$ bey ihrer Erhebung gegen den Gipfel der Wellen in der Stellung $BIibB$, oder $CKkcC$ nach der Höhe verlängert, und dann bey ihrer Erniedrigung in der Stellung $QogG$ wieder in die Breite gezogen werde.

Diese Betrachtungen zeigen offenbar, dafs auf solche Art nicht nur alles Zusammenstofsen, sondern auch alle Reibung der Theile unter einander vermieden wird. Die Wellenbewegung enthält demnach in sich keinen Grund zu Verminderung oder Zerstörung: sie ist vielmehr den Flüssigkeiten eben so natürlich als die mit einer horizontalen Oberfläche verbundne Ruhe. In jeder vollkommnen Flüssigkeit, wofür man das Wasser gewöhnlich annimmt, würde die einmal angefangene Wellenbewegung in Ewigkeit fort-

dauern, wenn das Wasser nicht durch äufsere Ursachen, nämlich durch das Reiben am Boden und an den Wänden, durch Aufwühlen des Grundbetts, Abschälen der Untiefen und Ufer u. d. m. in seinen Bewegungen gehindert und aufgehalten würde.

Aus derselben Ursache wird aber zum vollkommnen Beharrungsstand der Wellen auch eine unendliche Tiefe des Wassers erfordert. Da jedoch die Wellenbewegungen in die Tiefe hinab sehr schleunig abnehmen, so ist diejenige Tiefe, wo die Wellenbewegung so klein ist, dafs ihr Abgang die Wellen des Wassers an der Oberfläche nur unmerklich stören kann, nicht allzuweit unter der Oberfläche des Wassers entfernt. Wenn wir nun von dieser Tiefe aufwärts rechnen, so erhellet von selbst, dafs auf seichterem Gewässer keine so grofse Wellen statt finden können, als auf tieferem.

Die Ursache, warum jede irreguläre Bewegung, die dem Wasser ertheilet wird, immer zuletzt in eine Wellenbewegung übergehe; ist sehr begreiflich, wenn wir bedenken, dafs die widersinnigen Bewegungen der Wassertheile einander aufheben, und dafs nur die dem Wasser natürliche Wellenbewegung übrig bleiben könne.

Aus dem Umstande endlich, dafs die Theile der Flüssigkeit bey ihrer Erhebung nach der Höhe gestreckt, und bey ihrer Erniedrigung wieder in die Breite gezogen werden, folgt von selbst, dafs zähere Flüssigkeiten der Wellenbewegung nicht in dem Grade fähig sind, als die flüssigern. Hieraus erkläret sich die bekannte Erfahrung des D. Franklin und andrer, dafs nämlich die Wellen durch aufgegossenes Oel besänftigt oder vermindert werden.

25) Uebrigens sind noch keine Versuche oder Erfahrungen bekannt, wodurch die gleichförmige Kreisbewegung der Wassertheile, und die geometrische Reihe, nach welcher dieselbe in die Tiefe hinab abnimmt, genau bestätigt, oder widerlegt werden könnte. Die gröfsten Meereswogen finden bekannter Maafsen nur zur Zeit der Sturmwinde statt, wo es aus mancherley Ursachen schwer fällt auf dem Wasser

etwas vorzunehmen. Vielleicht gelingt es aber doch dem Scharfsinne eines geschickten Experimentators noch hierüber das Nöthige zu erhalten. Die Deichbaukunst würde schon daraus grofse Vortheile ziehen können, wenn nur jemand, der hiezu Gelegenheit hat, bey hohem und niedrigem Wasser die Wellenzeit oder die Zeit, in welcher die Wellenschläge auf einander folgen, und die Höhe der Wellen, nebst der Höhe des Wassers aufzeichnen und bekannt machen möchte.

Indessen ist jede Beobachtung schätzbar, wodurch einige hieher gehörige Umstände in ein gröfseres Licht gesetzt werden. In dieser Rücksicht will ich noch ein Paar Beobachtungen über das Ueberschlagen und Kräuseln der Wellen anführen, welche ich dem durch seine herausgegebenen Schriften rühmlichst bekannten Hrn. Woltmann, Direktor der Wasserbauwerke im hamburgischen Amte Ritzebüttel verdanke. Derselbe hatte die Güte, in einem Schreiben vom 8. Dec. 1802 über diese Theorie der Wellen folgendes anzuführen:

„Die Resultate Ihrer Rechnung scheinen ungemein mit der Erfahrung zu treffen; selbst die Bemerkung dafs die Wellen zuweilen überfallen, und an den Gipfeln Knoten beschreiben, ist gar nicht ungewöhnlich. Sie fallen rückwärts über, wenn ihr Gang dem Strome entgegen ist: wenn aber der Lauf der Wellen durch Mangel an Wasser, oder durch Untiefe retardiret wird, so schlagen sie vorwärts über; dies geschieht gegen Sände, Strand, Ufer und Deiche, und ist die sogenannte Brandung. In beyden Fällen, sie mögen vorwärts oder rückwärts überschlagen, bekommen sie weifse Köpfe oder sie schäumen."

Zur Erklärung des ersten Falls ist vorläufig zu merken, dafs durch die Versuche der Hrrn. Brünings, Woltmann, u. a. bereits erwiesen worden, dafs die Ströme an ihrer Oberfläche geschwinder fliefsen als in der Tiefe und am Grundbette. Demnach werden auch die Wellen, welche z. B. aus dem Meere in die Mündung eines Stroms hineinlaufen, vom Stromwasser an der Oberfläche weiter zurückgetragen als in der Tiefe. Hierdurch erhalten die Linien,

welche durch die Scheitel der Wellen gehen (Fig. 102.) $Xx\xi$, $X'x'\xi'$, $X''x''\xi''$, ... immer gröſsere Neigung zum Horizont; woraus dann von selbst folgt, daſs die Wellen endlich rückwärts überschlagen müssen.

Wenn im Gegentheil die Wellen über eine Untiefe, oder gegen Sand, Ufer und Deiche anlaufen, so kömmt erstlich der Widerstand des Grundbettes der Oberfläche näher; und dann fehlt es auf der zunehmenden Untiefe an Wasser, um die Wellen der Oberfläche durch ähnliche Wellenbewegung des Wassers in der Tiefe zu unterstützen. Da nun auf solche Art die Wellen des hohen Wassers ihre nöthige Unterstützung auf der zunehmenden Untiefe vorwärts verlieren, so folgt von selbst, daſs sie auch vorwärts einstürzen, und auf Strand, Ufer und Deiche niederfallen müssen.

Die angeführten weiſsen Köpfe oder das Schäumen der Wellen wird offenbar durch die Luft, welche hinter oder zwischen das überstürzende Wasser tritt, verursacht.

§. 220.

Es vereinigt sich mehreres, diese Untersuchung Gerstner's nicht für eine Theorie der Wellen, sondern für eine Theorie einer besondern Art der stehenden Schwingung zu halten. Gerstner betrachtet nicht das Entstehen der Wellen, sondern denkt sich, die ganze Oberfläche sey schon mit Wellen bedeckt. Wir werden nachher sehen, daſs Poisson den Fall betrachtet, wo man nicht an einem bestimmten Orte, sondern gleichförmig auf der ganzen Oberfläche der Flüssigkeit Wellen erregt, und daſs er findet, daſs die Erscheinung hierbey wesentlich verschieden sey von der Wellenbewegung, die sich von einem bestimmten Orte aus nach und nach über die ganze Oberfläche verbreitet. Er findet, daſs gewisse Theile der Bewegung, die in letzterm Falle statt finden, im erstern Falle sich aufheben. Gerstners und Poissons Untersuchung dieses besondern Falles führen auf das Gesetz, daſs die Bewegung im Innern der Flüssigkeit, wenn man die Entfernungen von der Oberfläche in arithmetisch zunehmender Reihe nimmt, in geometrischer Reihe abnehme, welches Gesetz nach Pois-

son für die gewöhnlichen Wellen nicht gilt. Wir wissen aber durch unsre Versuche 1) dafs die Bewegung, welche auf die von Poisson in diesem besondern Falle bestimmte Art entsteht, eine stehende Schwingung bilde, wie wir diefs bey der Poissonschen Abhandlung besonders anführen werden; und 2) dafs in einem von regelmäfsig gestalteten Wänden umschlossenen Gefäfse jede Wellenbewegung sich nach und nach in eine stehende Schwingung verwandle. Gerstners Untersuchung sagt aber dasselbe, da sie beweist, dafs jede Wellenbewegung endlich der von ihm gefundenen ähnlich werden müfste. Beträfe nun aber die Gerstnersche Untersuchung die stehende Schwingung, so könnte von keiner scheinbaren Bewegung der Wellen die Rede seyn. Und Gerstner spricht auch nur von der Möglichkeit einer solchen Bewegung in dem Falle, dafs die ganze Wassermasse aufser der schwingenden Bewegung der einzelnen Theilchen eine gemeinsame Bewegung habe. Dafs diese Bemerkung nicht hinreiche um das scheinbare Fortschreiten der Wellen zu erklären, hat Herr Prof. Brandes bemerkt als besondern Einwurf gegen die Gerstnersche Theorie.

Es heifst in der Gerstnerschen Theorie (22):

„Im Eingange dieser Abhandlung ist bereits erinnert worden, dafs man bey dem Vortrage dieser Theorie vorzüglich auf Leichtigkeit und Deutlichkeit Rücksicht genommen, um soviel möglich auch Anfängern begreiflich zu werden. Aus diesem Grunde ist der einzelne Fall, wenn nämlich die fortschreitende Bewegung des Wassers so beschaffen ist, dafs die Gipfel der Wellen auf der Oberfläche des Wassers nicht fortlaufen, sondern auf ihren Stellen stehen bleiben, zuerst vorgetragen, und durch die ersten 16 §§. möglichst erläutert worden.“

Es ist hier aber wohl zu bemerken, dafs Gerstner nirgends in der Untersuchung der ersten 16 §§. diese Hypothese gemacht habe, wodurch er also für den ersten Theil seiner Untersuchung den Fall, wo die Wellen scheinbar an der Oberfläche fortschreiten, wirklich vor der Hand ausgeschlossen hätte. Er ist durch seine ganz allgemeine durch nichts

beschränkte Untersuchung dahin gekommen, daſs nach seinen Voraussetzungen die Theilchen, wenn das Wasser in Wellenbewegung sey, und bloſs der statische Druck die Wellenbewegung unterhalte, keine andre Bewegung machen könnten, als in Cycloiden, daſs ferner auch die äuſsere Gestalt der Welle eine Cycloide sey, und zwar diejenige, in welcher die Theilchen an der Oberfläche sich bewegten. Dieses sind in den meisten Fällen gestreckte Cycloiden. Gerstner sagt darüber §. 15: „Der Umstand, daſs die Wellen auf ihrer Oberfläche selten eine gemeine, sondern meistens eine gestreckte Cycloide bilden, verändert an unsrer Zeichnung nichts" u. s. w. Dann aber: Ist die Wellenlinie eine gedrückte Cycloide, so entstehen kräuselnde Wellen. „Kräuselnde Wellen sind auſser dem Beharrungsstande, welcher allein einer solchen Berechnung fähig ist, und müssen sonach von dieser Theorie ausgeschlossen werden."

Damit schlieſst Gerstner selbst den Fall aus der Berechnung aus, wo die cycloidische Bewegung sich einer Kreisbewegung annähern könnte. Die Cycloidische Bewegung der Theilchen kann in den in der Rechnung begriffnen Fällen wohl gestreckt seyn, aber nie gedrückt, sie kann sich wohl der Bewegung in einer geraden horizontalen Linie annähern, aber nicht der Bewegung in einem Kreise.

Gerstner hat gefunden, daſs nach seinen Voraussetzungen irgend eine vorhandene Wellenbewegung durch den *bloſsen statischen Druck nur fortbestehen könne indem die Wassertheilchen sich in Cycloiden bewegen*, entweder in gemeinen, oder in gestreckten, oder in gedrückten: in dem letzten Falle könne man die Bewegung nicht der Rechnung unterwerfen. Es folgt daraus, daſs, wenn bloſs der statische Druck wirke, die Erhebungen und Vertiefungen an der Oberfläche nicht fortschreiten, daſs die Wellen stehen bleiben.

Etwas anders ist es, wenn man dem gesammten Wasser eine vom *statischen Drucke völlig unabhängige Bewegung zuschreibt*. Daſs dann die Wellenbewegung noch auf eine andre Weise fortdauern könne und müsse, ist sehr

einleuchtend, und auf welche Weise sie dann wirklich fortdauern würde, zeigt Gerstner in diesem zweyten Theile. Aber findet dieser Fall, wie Gerstner sagt, in den meisten stehenden Wassern statt? Allerdings haben hier die Theilchen keine fortdauernde horizontale Bewegung. Aber nach Gerstners Rechnung sollte dieses Stehenbleiben daraus hervorgehen, dafs alle Wassertheilchen ins gesammt sich *vermöge des statischen Druckes* mit einer bestimmten Geschwindigkeit horizontal fortbewegten, und dafs eine Kraft, welche von dem *statischen Drucke ganz unabhängig* wäre, sie wieder um eben so viel rückwärts bewegte. Der statische Druck könnte aber eine fortdauernde horizontale Bewegung der gesammten Flüssigkeit nur hervorbringen, wenn der Boden des Gefäfses oder Canales geneigt wäre, und nur auf einem sehr tiefen Wasser, (wie Gerstner selbst (22) sagt), wo die Oberfläche des Wassers, auch wenn keine Wellen vorhanden sind, geneigt wäre. Bey keinem ruhenden Wasser findet erstens aber dieses statt. Zweytens ist auch bey keinem stehenden Wasser eine Kraft gegeben, die unabhängig von dem statischen Drucke die ganze Wassermasse mit constanter Geschwindigkeit zurückschiebe. Also fände die ganze Berechnung auf ruhende Wasser keine Anwendung. Man kann allerdings statt der wirklichen Ruhe in der Berechnung 2 entgegengesetzte gleiche Bewegungen annehmen. Es ist aber eine unstatthafte Voraussetzung, dafs eine dieser entgegengesetzten Bewegungen durch den statischen Druck hervorgebracht werde, während die andre von ihm unabhängig sey.

Herr Professor Mollweide und Herr Professor Möbius in Leipzig haben uns mündlich ihr Urtheil mitgetheilt, dafs der Theorie der Wellen von Gerstner, eine Hypothese zu Grunde liege, die aus den allgemein angenommenen Grundeigenschaften der Flüssigkeit nicht folge. Gerstner sagt nämlich 1) dafs der Druck senkrecht auf die Bahn eines Theilchens von beyden Seiten gleich grofs seyn müsse, weil aufserdem das Theilchen entweder nach oben oder nach unten abweichen müfste: und dieses ist unläugbar richtig; er sagt

aber auch zugleich 2) daſs alle die Kräfte, die senkrecht auf *verschiedne* Puncte der Bahn drückten, gleich wären. Dieser zweyte Satz wäre nun eine reine Hypothese, welche aus den bekannten allgemeinen Eigenschaften der Flüssigkeit unmittelbar durchaus nicht folge. Und da dieser Satz zum Theil die Grundlage der ganzen Gerstnerschen Theorie ausmache, so müſste diese Voraussetzung durchaus früher gerechtfertigt seyn, ehe man die Richtigkeit der Folgerungen annehmen könne.

Gerstner sagt (3): „Weil der Druck, den das Wassertheilchen von den umgebenden Theilchen erfährt, auf dieser Bahn von allen Seiten gleich ist, so haben wir bey seiner Beschleunigung nur auf sein Gewicht zu sehen.“

Denken wir uns die auf M und N senkrecht auf die Bahn des Theilchens wirkenden Kräfte durch mM und $m'M$, nN und $n'N$ proportional dargestellt, und wären alle diese Kräfte unter einander gleich, so würde die Beschleunigung des Theilchens M allein von seinem Gewichte abhängen. Wären aber zwar $mM = m'M$, $nN = n'N$ aber $mM > nN$ (wovon bloſs nach den bisher allgemein anerkannten nothwendigen Eigenschaften einer vollkommenen Flüssigkeit die Möglichkeit durchaus nicht geläugnet werden kann); so würde, da jeder Druck in der Flüssigkeit nach allen Seiten wirkt, das Theilchen M in seiner Bahn nach N wirklich beschleunigt werden auch durch den auf dasselben wirkenden von allen Seiten gleichen Druck, und die Beschleunigung des Theilchens vermöge seiner Schwere noch vergröſsern.

Vermöge der Voraussetzung, daſs im ganzen Canal, dessen Tiefe und Länge unbegrenzt gedacht werden, Wellenbewegung statt finde, ist, wie in dem von Poisson besonders behandelten Falle, die von uns stehende Schwingung benannte Bewegung Gegenstand der Untersuchung bey Gerstner, womit dann die Uebereinstimmung des Gesetztes über die Abnahme der Bewegung in der Tiefe in der Gerstnerschen und Poissonschen Theorie sehr wohl harmonirt. Aber es scheint ferner auch nicht einmal die ganze Klasse der stehenden Schwingung der tropfbaren Flüssigkeit Gegenstand der Unter-

suchung Gerstners zu seyn, sondern in seiner Theorie scheint nur ein specieller Fall dieser Erscheinung geprüft zu werden.

Wir haben nämlich gesehen, daſs bey der stehenden Schwingung die Flüssigkeit (wie wir es genannt haben, und wie es in einem ähnlichen Falle auch Chladni in seiner Akoustik nennt) sich in ein gewisses Gleichgewicht setze, so daſs die Schwingungen der einzelnen Flüssigkeitsabtheilungen in einer solchen Harmonie sind, daſs nicht die eine die andre hervorbringt, wie dieſs bey der Fortpflanzung der Wellen statt findet, sondern daſs jede Abtheilung von selbst die Bewegung macht, zu der sie im entgegengesetzten Falle von der angrenzenden Abtheilung genöthigt werden würde, daſs also alle Abtheilungen, ohne einander zu hindern, frey schwingen.

Jenes Gleichgewicht, oder diese vollkommen freye Schwingung findet aber dann nur vollkommen statt, wenn die Geschwindigkeit jedes Theilchens in seiner Bahn bloſs durch seine Schwere beschleunigt oder verlangsamt wird, wenn also die Seitendrucke nicht allein von allen Seiten gleich, sondern auch in allen Puncten der Bahn gleich sind. Dieſs aber würde nichts anders seyn, als die Voraussetzung, welche Gerstner gemacht hat, und von der wir oben bemerkt haben, daſs sie nicht aus den allgemein anerkannten Eigenschaften der Flüssigkeit hergeleitet werden könne.

Wir müssen aber bemerken, daſs zur stehenden Schwingung dieses vollkommne Gleichgewicht, diese völlige Gleichheit der Seitendrucke in allen Puncten der Schwingungsbahn eines Theilchens nicht nöthig sey, daſs im Gegentheile schon hinreiche, wenn in dieser Schwingungsbahn periodisch dieselben Ungleichheiten der Seitendrucke wiederkehren. Und diese Arten der stehenden Schwingungen, welche die gewöhnlichen sind, sind in der Theorie von Gerstner nicht eingeschlossen.

Man sieht sehr leicht, daſs bey der stehenden Schwingung der Theil der Bewegung, um welchen das Theilchen M durch die Seitendrucke mM und $m'M$ beschleunigt wor-

den wäre, wenn auf N kein so grofser Seitendruck wirkte, als auf M, jetzt, wo die Seitendrucke $nN = n'N = mM = m'M$ sind, aufgehoben wird. Diese Aufhebung einer Klasse von Bewegungen, welche bey der Fortpflanzung einer einzelnen Welle auf einer sonst ruhigen Flüssigkeit wohl statt findet, setzt Gerstner in allen Tiefen im vollkommensten Grade voraus, welches bey der stehenden Schwingung nicht unumgänglich überall gleichmäfsig statt zu finden braucht. Was Gerstner hier vorausgesetzt hat, darauf ist Poisson in seiner Theorie durch Rechnung gekommen. Poisson findet nämlich in dem besondern Falle, der, wie wir gesagt haben, die Theorie der stehenden Schwingung umfafst, dafs je tiefer man in diesem Falle die Flüssigkeitstheilchen nehme, in desto vollkommnern Grade hebe sich jene Klasse von Bewegungen, die bey der Ausbreitung einzelner Wellen statt habe, auf. Diese Abtheilung der Poissonschen Theorie umfafst in so fern weit mehr, als die Gerstnersche, da die letztere blofs den Fall betrachtet wo sich diese ganze Klasse von Bewegungen überall in der Flüssigkeit, sowohl an der Oberfläche, als in der Tiefe, aufhebt; die Poissons Untersuchung auch die Fälle umfafst, wo erst in der Tiefe diese Aufhebung beginnt.

Die Gerstnersche Untersuchung ist daher sehr speciell, aber darum in gewisser Hinsicht sehr interessant, da man das allgemeine in der Theorie von Poisson findet. Und zwar ist sie gegen des Verfassers Willen so speciell geworden, vermöge der unerwiesenen Hypothese, die er gemacht hatte.

Das grofse Gebiet der zu untersuchenden Theorie der Wellen beschränkte Gerstner durch eine einzige, sehr einfache, leicht in Rechnung zu bringende Voraussetzung auf ein sehr kleines, völlig abgeschlossenes, und von dem ganzen übrigen Gebiete auf eine merkwürdige Weise sich unterscheidendes Feld. Diese Voraussetzung drückt nämlich die charakteristische Eigenschaft der denkbar vollkommensten stehenden Schwingung aus, die nämlich, dafs zwischen den schwingenden Flüssigkeitstheilchen (zwar kein absolutes Gleichgewicht, denn alsdann wäre wirkliche Ruhe

der Theilchen vorhanden, aber) ein relatives Gleichgewicht statt finde, und zwar das vollkommenste, welches neben ihrer schwingenden Bewegung sich denken läſst. Die auf diese Voraussetzung gegründete Rechnung zeigt nun die Bedingungen, unter welchen eine solche stehende Schwingung möglich sey. Wenn auch diese Bedingungen vollkommen in der Wirklichkeit zu erfüllen nicht gelingt, so bleibt doch Gerstner's Untersuchung nicht allein interessant, sondern auch nützlich, in sofern man sich jenen Bedingungen in gewissem Grade doch annähern, auch seine Rechnung in Zukunft durch beschränktere Voraussetzungen als die jetzige erweitern kann.

Dieses ist unsre Ansicht von der Gerstnerschen Theorie der Wellen, die wir bey unsrer Untersuchung über diesen Gegenstand gewonnen haben. Die Beurtheilung derselben überlassen wir den Lesern, welche auſser der Gerstnerschen Theorie sich mit der Poissonschen und den andern mathematischen Untersuchungen, die über diesen Gegenstand Licht verbreiten, vertraut gemacht haben; dabey aber auch wohl die Versuche kennen, welche wir vorzüglich über die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten gemacht haben.

Wir wollen endlich noch zwey specielle Lehrsätze der Gerstnerschen Theorie mit unsern Versuchen vergleichen. Gerstner behauptet, daſs die Durchmesser der Bahnen der Wassertheilchen, welche in einer senkrechten Linie unter einander liegen, in einer geometrischen Reihe abnehmen müssen, wenn die Entfernungen in arithmetischer Reihe zunehmen.

Nach unsern Versuchen haben wir einen Unterschied machen müssen zwischen der abnehmenden Reihe der senkrechten Durchmesser und der horizontalen Durchmesser der Bahnen jener Wassertheilchen. Die erstere Reihe nimmt weit schneller ab als die letztere. Selbst in sehr beträchtlichen Tiefen in Vergleich zur Höhe der Wellen haben wir §. 104 Tabelle II. gesehen, daſs noch sehr beträchtliche Bewegungen wahrgenommen werden. Diese Bewegungen finden aber in einer so weit die Beobachtung reicht

vollkommen horizontalen Richtung statt. Was diese Wirkung in die Tiefe betrifft, scheint Gerstners Theorie mit der nachher aufzuführenden Poissonschen nicht übereinzustimmen. Gerstner bestätigt die Aussage der Taucher, daſs die Wirkung der Wellen schon in unbedeutenden Tiefen unbemerkbar werde. Poisson dagegen bestätigt die neuere Widerlegung dieser Aussage durch Bremontier, die wir als sehr überzeugend werden kennen lernen, und mit der auch vollkommen die Beobachtungen von la Coudraye übereinstimmen. Auch die Resultalte unsrer Versuche stimmen mit der Aussage der Taucher nicht überein. Die Wellen bringen noch in beträchtlichen Tiefen in Vergleich zu ihrer Höhe bedeutende horizontale Bewegungen hervor. DieseBewegungen in derTiefe heben sich aber gegenseitig auf nach Poisson, wenn die Wellenbewegung regelmäſsig über die ganze Oberfläche verbreitet ist (was nach unsern Versuchen gewöhnlich so viel heiſst als wenn die Flüssigkeit sich in einer stehenden Schwingung befindet), und diesen Fall hat, wie wir gesehen haben, Gerstner betrachtet. Es erhellt sonach deutlich, warum nach seiner Theorie die horizontale Bewegung in der Tiefe eben so schnell abnehme als die senkrechte, und alle Wassertheilchen in allen Tiefen Kreisbahnen beschreiben, welches das zweyte Gesetz ist, welches durch Versuche geprüft werden könnte. Nach unsern Beobachtungen der Wellen beschreiben diese Theilchen, wie wir wissen, elliptische Bahnen, und es ist nur *die* Uebereinstimmung mit der Gerstnerschen Theorie, daſs die Wassertheilchen an der Oberfläche einer tiefen Flüssigkeit eine dem Kreise sich sehr nähernde Bahn hatten.

Was aber die Abnahme der Bewegung in der Tiefe betrifft, so sollte das Gerstnersche Gesetz, der Wahrscheinlichkeit nach, für die Abnahme der senkrechten Durchmesser der Bahnen der Wassertheilchen gelten, und mit diesen wollen wir es wirklich vergleichen. §. 104. Tabelle II. findet man folgende Angaben über diesen senkrechten Durchmesser. Bey 23 Zoll tiefem Wasser in einem 1 Zoll 1,4 Linien breiten 6 Fuſs langen Kanale betrug der senkrechte Durchmesser der

Bahn eines Wassertheilchens an der Oberfläche 3 Fuſs von dem Ende entfernt, wo durch eine 9 Zoll hohe Wassersäule eine Welle erregt wurde,

1 Linie darunter	0,8 Linien.
3 Zoll darunter	0,4 —
6 Zoll darunter	0,32 —
9 Zoll darunter	0,2 —

Die Zeit in welcher dasselbe Theilchen seine Bahn durchlief war 40,8 Tertien; und in 1 Sec. 11 Tertien durchlief der Gipfel der Welle die Rinne, also 6 Fuſs. Daraus findet man die Breite der Welle 3 Fuſs 5 Zoll 4 Linien = 496 Linien. Aus diesen Angaben ergiebt sich für die von Gerstner gegebene Formel, daſs für diesen Fall

$a = 79$ Linien
$b = 0{,}4$ —
$u = 36$ Linien gewesen ist.

Daraus ergiebt sich, daſs,

wenn die zunehmenden Entfernungen von der Oberfläche sind	die abnehmenden senkrechten Durchmesser der Bahnen	nach der Berechnung folgende seyn sollten	nach der Beobtung aber gefunden worden sind
0 = 0 Lin.	$2b$	0,8 Lin.	0,8 Lin.
u = 36 Lin.	$2be^{-\frac{u}{a}}$	0,5 —	0,4 —
$2u$ = 72 Lin.	$2be^{-\frac{2u}{a}}$	0,32 —	0,32 —
$3u$ = 108 Lin.	$2be^{-\frac{3u}{a}}$	0,2 —	0,2 —

Diese Uebereinstimmung ist um so mehr zu beachten, als diese Versuche, welche an und für sich sehr schwierig zu machen waren, ohne die geringste Rücksicht auf das angeführte Gerstnersche Gesetz angestellt worden sind.

Wir unterlassen nicht, hier sogleich einige Bemerkungen von Brandes über Gerstners Theorie der Wellen beyzufügen, die man in folgender Schrift findet: *Die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung flüssiger Körper dargestellt von* Leonhard Euler *übersetzt mit einigen Abände-*

derungen und Zusätzen von H. W. Brandes, Leipzig 1806 pag. 223.

Nachdem Brandes die Gerstnersche Theorie aus einandergesetzt und einige in der Demonstration scheinbar unerwiesene Voraussetzungen zu rechtfertigen oder einzuschränken gesucht hat, fährt er wörtlich fort: „Obgleich wir aber hierdurch im Besitze einer Theorie der Wellen zu seyn scheinen, so darf man doch diejenigen Umstände auch nicht übersehen, über welche unsre Theorie keine genügende Aufschlüsse giebt. Diese sind vorzüglich das Fortlaufen der Welle auf der Oberfläche des Wassers, und die Abhängigkeit der Wellenbewegung von der Tiefe des Gewässers. In Rücksicht des letzteren Gegenstandes nämlich giebt die Theorie zwar an, daſs die tiefer liegenden Cycloiden immer flacher werden, aber erst in einer unendlichen Tiefe verwandeln sie sich in gerade Horizontallinien, und es könnten daher hiernach über einem horizontalen Boden nur Wellen deren Höhe gegen die Tiefe des Wassers unendlich klein wäre, entstehen. Man sieht also zwar, daſs sehr hohe Wellen, nur auf sehr tiefen Gewässern Statt finden können, aber über das Gesetz wie Höhe der Wellen und Tiefe des Wassers von einander abhängen, fragt man die Theorie vergebens. Dagegen giebt sie aber ein Gesetz an wie l, und eben dadurch auch wie c unterhalb der Oberfläche abnehmen soll, und in der Natur findet höchst wahrscheinlich auch dieses Gesetz nicht Statt; denn die Störung des Gleichgewichts, welche Wellen hervorbringt, findet meistens ursprünglich nur an der Oberfläche Statt, dahingegen unsere Theorie zu verlangen scheint (denn eigentlich fragen wir nach dem Anfange und der Ursache der Bewegung gar nicht), daſs sie nach einem genau bestimmten Gesetze auch in der Tiefe noch wirke *). Das Fortlaufen der Wellen streitet zwar mit der gegenwärtigen Theorie nicht, denn diese besteht allerdings auch dann, wenn die ganze Wassermasse mit einerlei Ge-

*) Dieser Einwurf wird durch unsere Versuche, so wie durch die Erfahrungen von La Coudraye und Bremontier gehoben.

schwindigkeit horizontal fortgeführt wird; aber wodurch diese allen Theilen gemeinschaftliche Bewegung hervorgebracht werden mag, darüber belehrt die Theorie uns nicht. Indeſs ist so viel gewiſs — wenn die Geschwindigkeit *c* auf dem Gipfel einer Welle gröſser ist, als sie nach dem Werthe von *l* und *k* seyn sollte, so wird die reguläre Bewegung nicht eher statt finden können, als bis die Wellen eine, jenem Uebermaaſse von Geschwindigkeit angemessene fortrückende Bewegung angenommen haben. Ueber die Art, wie diese fortrückende Bewegung hierdurch hervorgebracht wird, lieſsen sich allenfalls Untersuchungen anstellen, aber, so viel ich einsehe, dürften diese nicht auf die Voraussetzung gegründet werden, daſs der Weg jedes Theilchens mit den Linien, welche gleichen Druck leiden, einerley sey. Nimmt man auf dieses Fortlaufen der Wellen Rücksicht, so läſst sich eine Wellenbewegung denken, wobey jedes Wassertheilchen blos einen Kreis beschreibt, also immer auf seine vorige Stelle zurück kommt. Dieses findet nämlich statt, wenn man annimmt, die ganze Wassermasse werde eben so schnell rückwärts bewegt, als der Mittelpunct des rotirenden Kreises, welcher die Cycloide beschreibt, vorwärts rückt."

§. 221.

La Coudraye und Bremontier.

Ein sechster und siebenter Versuch zu einer Theorie der Wellen ist von La Coudraye, dem im Jahre 1796 von der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Koppenhagen der Preiſs zuerkannt worden ist, und von Bremontier. Diese Untersuchungen sind (wenige Versuche von Bremontier abgerechnet) bloſs auf Beobachtungen auf dem Meere, keineswegs auf Versuche gegründet, die genaue Folgerungen zulassen, weil man die Umstände kennt, und nach Belieben abändern kann, von welchen die Wellenerscheinungen selbst abgeändert werden. Eben so wenig findet man in diesen Arbeiten einen Versuch, die Theorie der Wellen durch Rechnung aufzuklären. Die einzelnen Stellen, welche aus diesen beyden Abhandlungen für uns hier von Wichtigkeit seyn könnten, werden wir im Folgenden einzeln wie-

dergeben. Wir haben schon einige Stellen aus beiden Abhandlungen, vorzüglich darüber, daſs die Meereswellen auch in beträchtlichen Tiefen wirken, in dem ersten Abschnitte der ersten Abhandlung dieser Schrift angeführt. La Coudraye's Abhandlung ist, verbunden mit einer Theorie der Winde, unter dem Titel: Théorie des vents et des ondes, pièces qui ont remporté le prix cet. par M. le Chevalier De La Coudraye, Emigré français etc. Copenhague 1796 (page 105 — 150) erschienen. Diese Schrift ist bloſs eine Beantwortung der Preiſsaufgabe der Kopenhagner Academie: Comment, et dans quel rapport, la hauteur, la largeur et la longueur des ondes dependent-elles des dimensions des eaux dans lesquelles elles sont formées?

Um diese Frage zu beantworten, sagt La Coudraye, müsse man die Kraft des Windes gegen das Wasser, und den Widerstand des letztern kennen, desgleichen die andern einwirkenden Kräfte, um alsdann aus dem Unterschiede zwischen der Gröſse und Gestalt der Wellen, wie sie diesen Kräften gemäſs seyn sollten, und der Gröſse und Gestalt der Wellen, wie man sie auf dem Meere findet, den Einfluſs des Locals zu bestimmen.

„Die Schiffe, welche zwischen den Küsten von Norwegen, die sehr steil sind, und den Küsten von Dänemark fahren, bemerken nahe am Lande einen groſsen Unterschied der Wellen beyder Ufer. An den flachen Küsten verschwindet die Welle fast nach und nach mit der Tiefe. In den tiefen Meeren sind die Wirkungen des von den Küsten in groſsen Massen zurückgeworfenen Wassers unter gewissen Umständen sehr merkbar für die Schiffe."

La Coudraye unterscheidet auch auf dem Meere von den gewöhnlichen fortschreitenden Wellen eine schwingende Bewegung, die unabhängig sey von der Richtung des Windes, und die erst lange nachdem der Wind, der sie veranlaſst, aufgehört hat, erfolge, und die der Oberfläche des Wassers eine gewisse Regularität der Gestalt giebt, auch in Hinsicht der Länge der wellenartigen Erhebungen und Vertiefungen, die bey den gewöhnlichen Wellen

durch sehr mannichfache Ursachen sehr verschieden zu seyn pflegt.

„Die Erfahrung beweist, dafs die Dauer aller Wellen, unter denselben Umständen und in einem freyen Meere isochronisch ist, und unabhängig von ihrer Breite und Höhe, ein Gesetz, welches Newton entdeckt hat. Nach diesem Gesetze hat ein französischer Marine-Officier Goimpy die Breite der Wellen aus ihrer Geschwindigkeit in einer Tabelle über Höhe, Breite und Geschwindigkeit der Wellen nach der Geschwindigkeit des Windes bestimmt, abgeleitet." Diese Tabelle hat La Coudraye auf dem Meere geprüft, und gefunden, dafs sie keine zuverläfsige Angaben giebt.

Goimpy hat also das von Newton gegebene Gesetz benutzt, aber nicht durch Erfahrung bewiesen. Unsere Versuche stehen, wie wir früher gesehen haben, in offenbarem Widerspruche mit demselben; doch können wir darüber noch folgende Bemerkungen machen. Wir haben zwar in unsern Versuchen gesehen §. 147 Seite 202, dafs eine Welle, die wir in einem Kanale erregt hatten, an Breite sehr schnell zunahm, und doch wenigstens ihr Gipfel immer dieselbe Geschwindigkeit behielt, und zwar weil die Welle immer mehr an Höhe abnahm. Es ist aber ein grofser Unterschied in dieser Hinsicht zwischen einer Welle, die ganz einzeln auf einer ruhenden Flüssigkeit erregt wird und sich fortpflanzt, und einer Welle in einem Wellenzuge, welcher eine grofse Anzahl Wellen vorausgehen und nachfolgen. Eine Welle in einem Wellenzuge hat fast, zumal wenn schon eine grofse Menge von Wellen vorausgegangen ist, dieselbe Geschwindigkeit und Breite, welche die frühern Wellen haben, während die Höhe, wenn kein Wind noch eine andre Ursache die Wellen verstärkt, der nachfolgenden Wellen kleiner wird als die der frühern. Und so kann man denn die Geschwindigkeit der Wellen in einem solchen Wellenzuge als von ihrer Breite abhängig betrachten, und die Höhe als von gar keinem Einflusse auf Geschwindigkeit, und in diesem Falle nähert sich vielleicht das Newtonsche Gesetz der Wahrheit. Jede grofse Welle bildet aber bey hinreichen-

der Tiefe einen Wellenzug, und diese Wellen des Wellenzuges werden durch den fortdauernden Wind fast gleich hoch. Hört aber der Wind auf, so werden die sich nun noch nachbildenden Wellen immer niedriger, während sie doch Breite und Höhe fast beybehalten. So findet denn der dem Newtonschen Gesetz sich nähernde Fall auf dem Meere gewöhnlich statt. Anders verhält es sich aber, wenn man den Lauf einer einzeln erregten Welle verfolgt, und wenn man die ersten Wellen verschiedner Wellenzüge vergleicht. Die Geschwindigkeit einer Welle, die, indem sie fortschreitet, in einer ruhenden Flüssigkeit zuerst Bewegung hervorbringt, hängt von der Masse der Flüssigkeit ab, welche die Welle bildet; ihre Breite dagegen hängt von dieser nicht allein, sondern zugleich von dem Umfang des ursprünglich in Bewegung gesetzten Wassers ab. Es können daher die ersten Wellen zweyer Wellenzüge sehr verschiedne Breite, und doch gleiche Geschwindigkeit haben; und eine und dieselbe Welle, welche einzeln auf einer Flüssigkeit erregt worden, und nicht grofs genug ist, um einen bedeutenden Wellenzug hervorzubringen, nimmt, wie wir §. 147 gesehen haben, schnell an Breite zu, und ihr Gipfel behält in einem Kanale doch dieselbe Geschwindigkeit und wird sogar auf einer freyen Oberfläche immer langsamer, das entgegengesetzte von dem was nach dem Newtonschen Gesetze erfolgen sollte.

Wir bemerken endlich noch aus dieser Abhandlung, dafs La Coudraye die Wirkung des Oels zur Besänftigung der Wellen auf dem Meere läugnet, doch ohne dawider sprechende Erfahrungen anzuführen. Er sagt: Je dois dire que cette opinion est dénuée de fondement, et n'a jamais pu être justifiée par des expériences faites en grand et avec soin.

Von Bremontier's Abhandlung findet sich ein Auszug unter dem Titel: Recherches sur le mouvement des ondes, in dem Journal de Physique par Delamétherie, Tome LXXIX page 73. Sie hat zum Zwecke die Unzweckmäfsigkeit grofser Böschungen (talus), welche gegen die Wuth der Wellen sichern sollen, zu zeigen, und zu beweisen, dafs der Meersand noch in grofsen Tiefen von den Wellen be-

wegt werde, endlich zu untersuchen, ob es nicht möglich wäre, den Punct zu bestimmen, wo in der Tiefe die Wellenbewegung aufhöre.

„Wenn man an dem einen Ende eines Bassins von 96 Fufs Länge, 4 Fufs Tiefe und 18 Fufs Breite einen runden Stein fallen läfst von 13 — 14 Linien Durchmesser, so werden die dadurch entstehenden Wellen ohne Zweifel sehr schmal seyn und eine proportionale Höhe haben; diese Wellen brauchen ungefär 60 Secunden um ans andre Ende zu gelangen. Ihre Geschwindigkeit in 1 Secunde wird also etwa 1½ Fufs betragen."

„Wenn der Durchmesser dieses Steines 3 — 4 Zoll beträgt, so werden die Wellen gröfser seyn, und in einem kürzern Zeitraume denselben Raum durchlaufen."

„Läfst man endlich von derselben Höhe ein volles Wasserfafs von 500 Pfund Schwere fallen, so werden die Wellen grofs genug seyn um denselben Raum in 30 Secunden zu durchlaufen, wo die Geschwindigkeit der Welle in 1 Secunde 3 Fufs beträgt."

„Man kann daraus folgern, dafs die Geschwindigkeit der Wellen mit ihrem Volumen in Verhältnifs stehe, und dafs diese Geschwindigkeit desto beträchtlicher ist, je voluminöfer der Körper, der sie hervorbringt."

„Wellen, welche von einem Steine der 1 Fufs Durchmesser hat entstehen, sind zwar auf der Oberfläche des Wassers sehr kenntlich, erheben sich aber gegen einen perpendicular eingetauchten Stab in der Entfernung von 15 Fufs von ihrem Entstehen nur ½ Linie über das Niveau. Die Wellen, welche durch den Fall des vollen Wasserfasses entstanden, erhoben sich an einer senkrecht eingetauchten Tafel, in der Entfernung von 45 Fufs, 1 Zoll über das Niveau."

„Stelle man in derselben Entfernung neben der erstern oder von ihr getrennt eine zweyte Tafel von 3 Fufs Breite so geneigt auf, dafs sie mit der Wasseroberfläche einen Winkel von 25° — 30° bildet, und ihr unteres Ende den Grund berührt, während ihr oberes so weit über die Oberfläche hervorragt, dafs die Wellen nicht über sie weggehen können, so erheben sich die Wellen, die an der senkrech-

ten Tafel nur 1 Zoll über dem Niveau hervorragen, an der geneigten Tafel über 6 Zoll über dasselbe Niveau."

„Giebt man der Tafel eine Neigung von 45° gegen die Oberfläche, so steigt das Wasser nur 3 bis 4 Zoll."

„Eine Welle schreitet nie allein fort, sondern es pflanzen sich stets mehrere, eine Gruppe bildend, fort. Die mittelsten Wellen sind immer die gröfsten, und die an beyden Enden die schwächsten. Die kleinsten, die mittlern, und die grofsen scheinen zusammen ein System zu bilden, und alle in gegenseitiger Abhängigkeit von einander zu stehen. Es ist also möglich, dafs die vorausgehenden in ihrer Bewegung durch die Folgenden beengt werden, und nur verschwinden können, indem sie an Masse abnehmen (weil sie an Höhe abnehmen, ohne an Breite zunehmen zu können). Jede Welle behält ziemlich ihre Breite, und kann nur in dem Verhältnifs gröfser werden als das ganze System zunimmt."

§. 222.

POISSON.

Wir kommen nun zu der sehr wichtigen Arbeit POISSON's über die Bewegung der Wellen, von der wir die Resultate mittheilen werden. Sie geht so sehr ins Einzelne ein, dafs sie uns sehr vielfältige Gelegenheit darbietet, die Resultate dieser Theorie mit der Erfahrung zu vergleichen. Wir werden daher eine Reihe von Anmerkungen in französischer Sprache beyfügen, in welchen wir die wichtigsten Resultate unsrer Arbeit zusammenfassen, und dadurch auch denjenigen das Verständnifs unsrer Beobachtungen möglich machen, welche der deutschen Sprache unkundig sind. Es war dieses um so nöthiger, da wir zu der Zeit, als wir unser Buch ausgearbeitet hatten, die sehr wichtige Arbeit POISSON's noch nicht gelesen hatten, und daher eine Vergleichung der Resultate mit seiner Theorie bisher noch nicht anstellen konnten, wie wir das hinsichtlich der Theoreme NEWTON's und GERSTNERS gethan haben.

Diese Abhandlung POISSON's findet man in den Mém. de l'Acad. Roy. des scienc. Paris 1816 page 71 — 186. unter dem Titel: Mémoire sur la théorie des ondes.

§. 223.

„Lorsqu'on agite l'eau en un endroit de sa surface, on „voit aussitôt se former des ondes, qui se propagent circu-„lairement autour d'un centre commun, et qui sont dues aux „élevations et aux abaissemens successifs du fluide au-dessus „et au-dessous de son niveau naturel. Ce phenomène est „un des cas les plus simples du mouvement des fluides, et „l'un des premiers qui se présentent aux recherches des géo-„mètres: cependant on n'est point encore parvenu à déter-„miner d'une manière satisfaisante les lois de ces oscillations „qu'on a si souvent l'occasion d'observer.

„Newton, dans le livre des Principes, les compare aux „oscillations de l'eau dans un syphon renversé; de cette com-„paraison, il conclut que la vîtesse de la propagation des „ondes doit être proportionnelle à la racine carrée de leur „largeur, et que chaque onde doit parcourir sa largeur en-„tière dans un temps égal à celui des oscillations d'un pen-„dule simple qui auroit, pour longueur, le double de cette „même largeur. On entend ici par *largeur* des ondes l'in-„terval compris entre les sommets de deux ondes consecu-„tives, l'une saillante et l'autre tracée en creux à la surface „du fluide; il resteroit donc à déterminer cet interval pour „un ébranlement donné de la masse fluide, et à reconnaitre „s'il demeure constant, ou s'il varie pendant la durée du „mouvement; mais en y réfléchissant avec toute l'attention „que le nom de Newton demande, on ne trouve pas une „analogie suffisante de ces deux mouvemens dont ce grand „physicien supposoit l'identité; et son hypothèse ne paroit „pas assez fondée, pour servir de base à une détermination „exacte de la vitesse des ondes.

„Mr. La Place est le premier qui ait cherché à soumettre „cette question à une analyse regulière. Cet essai est im-„primé à la suite des recherches sur les oscillations de la „mer et de l'atmosphère, qui se trouvent dans le Volume „de l'acad. des sc. pour l'année 1776. On y forme les équa-„tions différentielles du mouvement des fluides incompres-„sibles et pesants modifiées par la seule hypothèse que les

„vîtesses et les oscillations des molécules restent toujours assez „petites pour qu'on puisse négliger leur produit et leurs „puissances supérieures à la première; supposition permise, et „sans laquelle ce problème deviendroit si compliqué qu'on „n'en pourroit espérer aucune solution. Celle que Mr. La „Place donne de ces équations différentielles conviennent „au cas où le fluide n'a reçu primitivement aucune vîtesse, et „où il a été dérangé de son état d'équilibre, en faisant pren-„dre à sa surface, dans toute son étendue, la forme d'un „throchoide, c'est à dire d'une courbe serpentante, dont „l'ordonnée verticale est exprimée par le cosinus d'un arc „proportionnel à l'abscisse horizontale; mais dans la théorie „des ondes le cas qu'on doit avoir en vue, est, au contraire, „celui où la surface n'a été deformée que dans une petite „étendue; et la solution dont nous parlons ne sauroit s'y „appliquer, lors même que, dans cette étendue, la surface „auroit reçu la figure d'une portion de throchoide.

„Environ dix ans après, La Grange dans les Mémoires „de Berlin, et ensuite dans la mécanique analytique, traita „directement le cas où la profondeur du fluide est supposée „très petite et constante. Il démontre qu'alors la propaga-„tion des ondes a lieu suivant les mêmes lois que celle du son; „en sorte que leur vîtesse est constante et indépendante de „l'ébranlement primitif; et de plus il l'a trouvée pro-„portionnelle à la racine carrée de la profondeur du fluide, „lorsqu'il est contenu dans un canal qui a la même largeur „dans toute son étendue. Il suppose ensuite que le mouve-„ment excité à la surface d'un fluide incompressible, d'une „profondeur quelconque, ne se transmet qu'à de très-petites „distances au-dessous de cette surface; d'où il conclut que „son analyse donne encore la solution du problême, quelque „grande que soit la profondeur du fluide que l'on considère; „de manière que si l'observation faisait connoître la distance „à laquelle le mouvement est insensible, la vîtesse de la „propagation des ondes à la surface, seroit proportionnelle „à la racine carrée de cette distance; et reciproquement si „cette vitesse est mesurée directement, on en pourra déduire la

„petite profondeur, à laquelle le mouvement parvient. Mais „qu'il nous soit permis d'exposer ici quelques observations „fort simples qui prouvent que cette extension, donnée à la „solution de La Grange, ne peut pas être légitime, et que „les choses ne se passent pas ainsi lorsqu'on a égard à la „transmission du mouvement dans le sens vertical.

„En effet le mouvement dans ce sens n'est pas brusque- „ment interrompu; les vîtesses et les oscillations des molé- „cules diminuent à mesure que l'on s'enfonce au-dessous de „la surface; et la distance à laquelle on peut le regarder „comme insensible en admettant même, pour un moment, „quelle soit très-petite, n'est pas une quantité determinée, „qui puisse entrer, comme on le suppose, dans l'expression „de la vîtesse à la surface. Pour fixer les idées, supposons „la profondeur et les autres dimensions du fluide infinies ou „assez grandes pour qu'elles ne puissent avoir aucune influ- „ence sur les lois de son mouvement; supposons aussi que „la masse entière n'a reçu primitivement aucune vîtesse, et „que l'ébranlement a été produit à la manière suivante, qui „est la plus facile à se représenter. On plonge dans l'eau, „en l'enfonçant très-peu, un corps solide d'une forme con- „nue; on donne au fluide le temps de revenir au repos, puis „on retire subitement le corps plongé; il se produit, autour „de l'endroit, qu'il occupait, des ondes dont il s'agit de „déterminer la propagation. Or il est évident que, la pro- „fondeur du fluide ayant disparu, les seules lignes qui soient „comprises parmi les données de la question, sont les dimen- „sions du corps plongé, et l'espace que parcourt un corps „pesant dans un temps déterminé; par conséquent l'espace „parcouru par chaque onde à la surface de l'eau ne peut „être qu'une fonction de ces deux sortes de lignes. Si donc „la vîtesse des ondes est indépendante de l'ébranlement pri- „mitif, c'est à dire de la forme et des dimensions du corps „plongé, il faudra, d'après les principes de l'homogénéité „des quantités, que l'espace qu'elles parcourent dans un „temps quelconque, soit égal à l'espace parcouru dans le „même temps par un corps pesant, multiplié par une quan-

„tité abstraite, indépendante de toute unité de ligne ou de „temps; donc alors le mouvement des ondes sera semblable „à celui des corps graves, avec une accélération qui sera un „certain multiple, ou une certaine fraction de l'accélération „de la pesanteur. Si au contraire le mouvement des ondes „est uniforme, il faut, d'après les mêmes principes de „l'homogénéité, que leur vitesse dépend de l'ébranlement „primitif; de manière que l'espace, parcouru dans un temps „donné, soit une moyenne proportionnelle entre deux lignes, „savoir: la ligne décrite dans le même temps par un corps „grave, et l'une des dimensions, ou plus généralement, une „fonction linéaire des dimensions du corps plongé. Il pour-„roit encore arriver que le mouvement des ondes fut accéléré, „et que l'accélération dépendît du rapport numérique qui „existe entre ces dimensions: c'est au calcul à décider lequel „de ces mouvemens doit avoir effectivement lieu; mais on „voit, a priori, qu'ils sont l'un et l'autre également con-„traires aux résultats de la mécanique analytique.

„Telles étoient, à ma connoissance, les seules recher-„ches théoriques publiées sur le problème des ondes, lors-„que l'institut le proposa pour sujet du prix de 1816. Long „temps auparavant je m'étois occupé de cette importante que-„stion; mais ce n'est que dans ce dernier temps que j'en ai „obtenu une solution qui m'a complètement satisfait, sous le „rapport de la rigueur, et sous celui de la simplicité. La pre-„mière partie de mon Mémoire a été déposée au bureau de „l'institut avant qu'aucune pièce destinée au concours, y fut „parvenue; j'en ai fait lecture le 2 Oct. 1815, époque de „l'expiration du concours; elle contenoit les formules géné-„rales en intégrales définies qui renferment implicitement la „solution du problème, et comme conséquence de ces for-„mules la théorie des ondes qui se propagent d'un mouvement „uniformément accéléré. Au mois de Décembre suivant j'ai „lu la deuxième partie ou plutôt un second Mémoire sur le „même sujet; celui-ci renfermoit la théorie des ondes qui „se propagent avec une vitesse constante: elles sont, comme „on le verra, beaucoup plus sensibles que les ondes accélé-

„rées, et pour cette raison beaucoup plus importantes à „considérer. Enfin, depuis cet époque j'ai tâché de perfec- „tionner cette recherche, sur-tout sous le rapport de la pro- „pagation du mouvement dans le sens vertical. *)

„Mr. Biot a fait autrefois des expériences sur le mou- „vement des ondes produites par l'immersion de différens „solides de revolution, et même par des cônes et des cy- „lindres. Il a reconnu que leur vîtesse ne dépend ni de la „figure de ces corps, ni de la quantité dont ils sont enfoncés „dans le fluide, mais qu'elle varie avec le rayon de leurs „sections à *fleur d'eau* **), ce qui est conforme à la théorie „qu'on trouvera dans mon Mémoire et suivant laquelle „la vîtesse des ondes est proportionnelle à la racine carrée „de ce rayon. On y trouvera aussi l'application de cette „théorie à quatre expériences, dont Mr. Biot avoit con- „servé la note: l'accord satisfaisant que l'on remarquera „entre le calcul et l'observation, fourniroit, s'il en étoit „besoin, une vérification de l'analyse dont j'ai fait usage, et „du résultat principal auquel j'ai été conduit."

„Les oscillations verticales des molécules, qui produisent „l'apparence des ondes qui se propagent à la surface du fluide, „diminuent de grandeur à mesure que l'on s'éloigne du milieu „d'ébranlement primitif: leur amplitude suit la raison inverse „de la racine carrée de distance à ce point, quand le fluide est

*) Cette propagation des ondes dens le sens vertical ne peut être observée si la pression se propage dans un moment immesurable jusqu'au fond et du fond jusqu'à la surface.

**) D'après nos expériences la vîtesse de l'onde semble dépendre surtout de la masse et de la vîtesse du corps qui, en tombant dans le fluide, produit l'onde. Ainsi, quand on produit une onde par une colonne d'eau subitement élevée et retenue en un tuyau de verre légerement enfoncé, la vîtesse de l'onde dépend de même de la masse de l'eau élevée, d'où l'on conclura, que la vîtesse de l'onde produite par la rélevation d'un corps qui étoit enfoncé dans le fluide dépend et du diamètre horizontal et du diamètre perpendiculaire du corps enfoncé et de la vîtesse avec laquelle il est élevé.

„contenu dans un canal d'une largeur constante *): elle suit „la raison inverse de cette distance lorsque le fluide est libre „de toute part, et que les ondes se propagent circulairement „autour d'un centre commun. Les espaces que parcourent „les molécules de l'intérieur du fluide, situées au-dessous de „l'ébranlement primitif, décroissent suivant une loi plus „rapide: suivant la raison inverse de la profondeur ou de „son carré, selon que le fluide est contenu ou non dans „un canal; en sorte qu'à de très-grandes distances du lieu „de l'ébranlement, le mouvement doit être plus sensible à „la surface que dans l'intérieure de la masse fluide. Néan- „moins cette loi de décroissement dans le sens de profondeur „que j'ai conclue de mon analyse, n'est pas tellement rapide „que le mouvement ne puisse encore se faire à d'assez grandes „profondeurs; résultat qui suffiroit pour détruire l'hypothèse „de La Grange dont il a été question plus haut, lors même que „nous n'aurions pas prouvé a priori, que la solution qu'il a don- „née du problême des ondes, ne sauroit s'étendre au cas d'un „fluide d'une profondeur quelconque.

„Cette transmission du mouvement à de grandes profon- „deurs a été remarquée, ce me semble, pour la première „fois, par l'ingénieur Bremontier dans un ouvrage sur le „mouvement des ondes publié en 1809. A la vérité les rai- „sonnemens qu'il emploie pour établir son opinion, sont loins „d'être satisfaisants; mais les faits, qu'il cite, ne permettent „pas de douter que le mouvement produit à la surface de l'eau „ne soit encore sensible à de grandes distances au-dessous de „cette surface; et l'on peut regarder ce résultat de l'analyse „comme étant aussi confirmé par l'observation. Il seroit à „désirer que quelque habile observateur entreprit de vérifier, „par de nouvelles expériences, tous les points de la théorie

*) D'après nos expériences la hauteur des ondes propagées dans le canal de parois parallèles et àplomb semble se diminuer en progression arithmétique si l'on prend successivement l'onde en distances de son origine augmentées en progression géometrique. Nous en parlerons ensuite.

„que je vais exposer dans ce Mémoire: l'accord que présen-„teroient, sans doute, le calcul et l'observation ne seroit pas „sans intérêt pour les physiciens; et les géomètres ne ver-„roient pas non plus sans plaisir réaliser, pour ainsi dire, les „diverses circonstances du mouvement des fluides qui sont con-„tenues dans leurs formules.

„Les intégrales relatives au problême des ondes, que l'on „trouvera dans ce Mémoire, conviennent au cas où le fluide a „une profondeur quelconque; mais on s'est spécialement appli-„qué à traiter le cas le plus ordinaire, celui où cette profon-„deur devient très-grande et comme infinie par rapport à l'éten-„due des oscillations des molécules. Dans un autre Mémoire, „je me propose de considérer l'influence que peut avoir le plus „ou moins de profondeur du fluide sur le mouvement de ces „molécules, c'est à dire la réflexion du mouvement dans le sens „vertical, due au fond sur lequel le fluide repose; en même „temps j'essaierai de déterminer les lois de la reflexion des „ondes à la surface produite par les parois latéraux et fixes „qui contiennent le fluide. *)

§. 223.

„(§. II.) Intégration des équations précédentes dans le „cas où l'on fait abstraction d'une dimension horizon-„tale du fluide.

„Ainsi que nous l'avons expliqué au commencement de „ce Mémoire, les ondes, dont nous aurons à examiner la „propagation, seront censées produites par l'immersion d'un „corps d'une forme donnée. Le fluide étant contenu dans

*) Pour completer à la théorie des ondes de Mr. Poisson il faudroit des recherches particulières

1) sur la rencontre des ondes
2) sur leur réflexion
3) sur leur inflexion
4) sur les tournans naissant par inflexion
5) sur l'oscillation fixe naissant par la rencontre.

Nous en parlerons à la fin de cet extrait. Voyez aussi les traités plus complets sur ces sujets §. 158—169 et §. 174—180.

„un canal vertical, et les molécules ne devant pas avoir de „vitesse dans le sens de sa largeur, il faudra que ce corps „soit un cylindre horizontal perpendiculaire aux parois du „canal, et qui en occupe la largeur entière: on l'enfonce „dans le fluide jusqu'à une certaine profondeur, et après avoir „donné au fluide le temps de revenir à l'état de repos, on „retire subitiment le cylindre, et l'on abandonne le fluide à „l'action de la pesanteur. L'immersion du cylindre détermine la figure initiale du fluide."

Nous avons employé à nos expériences un canal semblable à celui dont Mr. Poisson parle ici. Fig. 12. représente un canal de verre fermé aux deux extremités dont les parois sont à plomb et parallèles. Son espace intérieur a 5 pieds 4 pouces 3 lignes de longueur, 6,7 lignes de largeur et 8 pouces de profondeur. Fig. 13. représente un canal semblable avec des parois de bois parallèles, dans lesquels des lames de verre sont pratiquées de l'un et l'autre côté, et dont le creux a 6 pieds de longueur, 1 pouce 1,4 ligne de largeur, $2\frac{1}{2}$ pieds de profondeur. Voy. §. 91.

Nous ne produisions pas les ondes dans nos expériences par l'élevation d'un cylindre enfoncé: nous enfoncions un tuyau de verre, dont le diamètre égaloit la largeur du canal Fig. 12., et nous y élevions le fluide au moyen de la bouche jusqu'à une hauteur déterminée. Nous pouvions observer par les parois de verre les ondes produites de cette manière, et voir et mesurer avec un microscope les mouvemens des petits corps opaques, qui flottent dans l'eau et partagent ses mouvemens, parce qu'ils ont le même poids spécifique. Une autre manière de produire des ondes est d'enfoncer un corps solide dans l'eau, ou, ce qui revient au même, d'y enfoncer un tuyau de verre comme ledit, un peu au-dessous de la surface du fluide, d'élever alors le fluide, dans le tuyau jusqu'à un certain point, et de faire tomber la colonne de fluide élevée, quand le fluide du canal est revenu à un repos parfait. Cette seconde manière a un effet contraire à la première: La partie antérieure de l'onde qui naît par une co-

lonne élevée est une élevation, tandisque la partie antérieure de l'onde qui naît par une colonne baissante est un creux. Voy. §. 87. 88. Il faut remarquer, que nous avons toujours produit les ondes à l'une des deux extrémités du canal Fig. 12., et que les ondes produites ici sont et plus rapides et plus grandes que les ondes produites par la même force dans le milieu du canal. Mr. Poisson a supposé le canal infini. D'ailleurs pour la méthode de produire les ondes proposée par Mr. Poisson, il y avoit deux raisons pourquoi nous n'en faisions pas usage: 1° parceque nous ne savions pas encore l'intérêt que cette méthode a par rapport au calcul de Mr. Poisson, n'ayant pas encore reçu son Mémoire, lorsque nous faisions nos expériences; 2° parceque la méthode que nous avons suivie avoit outre cela un avantage dans l'exactitude des expériences. La vitesse, avec laquelle une colonne d'eau élevée par un tuyau retombe, est dans les mêmes circonstances toujours la même; mais il n'y a pas un appareil aussi simple, par lequel un corps enfoncé fut relevé verticalement toujours avec la même vitesse. Nous avons reconnu que toutes les deux méthodes conduisent en effet aux mêmes résultats, ce que prouve tab. XXXIII des expériences faites sur cet objet, §. 228.

§. 224.

„Ces résultats montrent que dans un fluide incompres„sible, comme celui que nous considérons, l'ébranlement „produit en un point quelconque se transmet instantanément „dans toute l'étendue de la masse.“

„Ainsi les premières vitesses des molécules sont les mêmes „à distances égales du lieu de l'ébranlement; elles suivent la „raison inverse du carré de cette distance, et sont propor„tionnelles au temps et à l'aire A. On voit aussi, d'après „le rapport de la vitesse verticale à la vitesse horizontale, „que chaque molécule commence à se mouvoir suivant une „direction qui fait avec la verticale un angle 2ϑ, double de „celui qui repond à la direction du rayon r.

Nous avons représenté par une figure ce théorème de Mr. Poisson. Pour comparer le théorème de Mr. Poisson avec nos expériences soit Fig. 104 Z la section verticale du cylindre enfoncé, A, B, C etc. et A, B, C etc. soient quelques molécules situées dans la circonférence de deux cercles concentriques. Voyons les sens dans lesquels ces molécules vont se mouvoir quand le cylindre est écarté verticalement. D'après Mr. Poisson elles commenceront de se mouvoir dans les sens indiqués par les flèches Fig. 104 en A, B, C etc.; car, par exemple, l'angle ϑ est égal en D à 45°, or $2\,\vartheta$ sont égales à 90°. Le sens du premier mouvement de la molécule D est donc perpendiculaire au sens vertical, donc il est horizontal. D'ailleurs toutes les molécules situées dans la circonférence d'un même cercle ont, d'après Mr. Poisson, la même vitesse quand elles commencent de se mouvoir, mais dans la circonférence AGN une vitesse quatre fois plus grande que dans la circonférence A G N. Fig. 30 fait voir les mouvemens de chaque molécule tels que nous les avons observés dans notre canal (Fig. 12.) rempli d'eau à 6 pouces. Nous faisions naître les ondes en élevant une colonne d'eau qui avoit 21 pouces 3 lignes de longueur, et 2,9 lignes de diamètre avec une grande et constante vitesse, dans un tuyau de verre que nous avions enfoncé 7,8 lignes au-dessous de la surface du fluide *). On ne peut y observer exactement la direction du premier mouvement des petits corps flottants, mais on peut observer la direction principale du mouvement entier qui est représenté Fig. 30 par des flèches courbées, en prenant garde à la direction du plus grand diamètre de l'oscillation de ces petits corps. On peut déterminer assez exactement le sens du mouvement initial des molécules qui parcourent une route ou parfaitement droite, ou très-peu courbée. p c. des molécules G, G, F, H. Les molécules G, G, F, H sont selon nos expériences mûes dans le même sens que Mr. Poisson leur donne par la théorie; car

*) Nous avons enfoncé le tuyau obliquement à un angle de 22°. De cette manière on réussit mieux à tenir la colonne élevée.

la déviation de 2° de la molécule F de la direction du mouvement selon la théorie est moindre que les fautes d'observation Mais la molécule *E*, qui doit se mouvoir selon la théorie avec la molécule E en sens parallèles, se meut, selon nos expériences, beaucoup plus verticalement en dessus. Les molécules E et *E* Fig. 30. ne se meuvent donc pas sensiblement en sens parallèles, comme nous l'avons dessiné Fig. 104 E et *E*. Les molécules situées plus près de la surface ont un mouvement trop courbé pour admettre une comparaison. Leur mouvement initial peut donc bien être aussi vertical en dessous que Mr. Poisson le détermine, quoique l'observation de la première section de la route offre un mouvement beaucoup plus horizontal. Voy. §. 121 — 123. Tab. VIII.

§. 225.

„(§. III.) Propagation des ondes à la surface dans le „cas d'un canal vertical, d'une largeur constante et d'une „très-grande profondeur.

„Relativement à une racine quelconque de cette équa„tion on aura $x = \frac{g\,t^2}{2\sqrt{p}}$, où l'on voit que le mouvement „apparent de chaque ordonnée *maxima* ou *minima* *) est „analogue à celui des corps pesants dans le vide, avec une „vitesse indépendante de l'ébranlement primitif, et qui sera „à celle de ces corps, comme l'unité est à $\sqrt{p}$. Chacune „de ces ordonnées ayant ainsi sa vitesse particulière, les „sommets des ondes s'écarteront les uns des autres, à mesure „qu'ils s'éloigneront du lieu de l'ébranlement; et les inter„valles entre deux sommets successifs, qu'on peut prendre „pour largeurs des ondes, croîtront en raison directe du „carré du temps. Au contraire, leur hauteur, ou les or„données de leurs sommets, suivront la raison inverse de

*) On entend sous *l'ordonnée maxima* le sommet de l'onde, et sous *l'ordonnée minima* l'endroit le plus bas du creux de l'onde qu'on voit se propager à la surface.

„ce carré, ou, ce qui est la même chose, la raison inverse de „leur distance au lieu de l'ébranlement."

Si l'on regarde avec attention la partie antérieure d'une onde produite par le débaissement d'une colonne élevée, on aperçoit que la surface n'est pas égale, mais qu'elle monte en dégrés comme un escalier, et que les dégrés les plus proches au sommet de l'onde paroissent plus élevés, et en plus grandes distances horizontales, tandis que les dégrés plus éloignés du sommet de l'onde paroîssent plus bas, et se succèdent en moindres distances. On les voit très-distinctement, si l'on fait tomber une seule goutte sur une surface d'eau grande et égale, mais plus distinctement, si l'on produit de grandes ondes dans notre canal, Fig. 12., rempli de mercure jusqu'à un pouce de profondeur. Voyez §. 84, Fig. 20., qui représente une onde dentelée. Ce contour gradué de la partie antérieure de l'onde est très-visible, quand on fait passer une onde de mercure le long d'un plan incliné, Fig 33. *CD*, dont la largeur n'est pas tout-à-fait couverte de mercure. Voyez page 198. Ces dégrés ou ces dents qui couvrent la surface des grandes ondes, d'après Mr. Poisson, n'ont pas seulement lieu à la partie antérieure de l'onde, mais aussi à la partie postérieure: mais, dans la nature, nous ne les avons pas vues clairement à la partie postérieure, pendant qu'elles étoient très-visibles, très-régulières et nettes à la partie antérieure. Mr. Poisson donne à ces petites ondes, qu'il a nommées des *dents*, une vitesse tout-à-fait indépendante de celle de la grande onde qu'elles couvrent. La loi de Mr. Poisson, que nous avons citée, ne se rapporte point aux grandes ondes, mais seulement aux dents, dont elles sont couvertes. Les expériences que nous avons faites, ne nous ont donné, par rapport à cette loi, que le résultat que les dents plus éloignées du sommet de la grande onde semblent se propager plus vite que les dents plus voisines au sommet de l'onde, car les distances des dents entre-elles augmentent, lorsque ces dents, se sont propagées plus loin, es les plus élevées de ces dents qui sont dans l'inclinaison antérieure d'une grande onde, et

le plus près du sommet, se rapprochent à ce sommet, et elles en restent même enfin en arrière; mais elles y deviennent si applanies qu'elles ne peuvent être poursuivies plus loin par les yeux. D'où l'on voit que l'expérience semble constater le théorème de Mr. Poisson, que ces dents ont une vîtesse tout-à-fait différente de celle du sommet de la grande onde, puisque les dents premières se meuvent plus rapidement que le sommet, en s'éloignant en devant de ce sommet, et les dents, qui les suivent, et d'abord se trouvent encore à la partie antérieure de l'onde, se propagent plus lentement que le sommet, de manière qu'elles s'y rapprochent de plus en plus, et enfin en restent en arrière.

„Parmi ces ondes successives, la plus importante à con„sidérer est celle dont le mouvement est le plus rapide, ou „qui précède toutes les autres, parceque encore bien que le „mouvement se transmette instantanément dans toute la masse „fluide, cependant c'est à cette onde qu'on peut rapporter „le premier ébranlement sensible de la surface aux points „où elle parvient. Elle repond à la plus petite ra„cine de l'équation (16); or, après un très-petit nombre „d'essais on trouve que cette racine est comprise entre 9,4 „et 9,5; et, par la méthode ordinaire, on obtient pour sa „valeur approchée, $p = 9{,}4482$. On aura donc le mouve„ment du sommet de la première onde $x = \frac{g t^2}{2}(0{,}3253)$; ce „qui montre que ce point se propage avec une vîtesse qui „est un peu moindre que le tiers de celle des corps pesants. „On trouve pour son ordonnée, calculée par le moyen de „la série précédente et correspondante à cette racine de l'équa„tion (16), $z' = \frac{h l}{g t^2}(3{,}6777)$, ou $z' = \frac{h l}{x}(0{,}5982)$. La „seconde racine de cette équation est comprise entre 71 et „72; en prenant $p = 71{,}5$ on a pour le mouvement de la „deuxième onde, rapporté à son sommet, $x = \frac{g t^2}{2}(0{,}1183)$; „et pour l'ordonnée verticale de ce point $z' = -\frac{h l}{g t^2}(25{,}114)$, „ou $z' = -\frac{h l}{x}(1{,}4512)$.

§. 226.

„Il en résulte donc qu'à de grandes distances du lieu „d'ébranlement primitif, les ondes dont les lois sont com- „prises dans la nouvelle formule, seront beaucoup plus sen- „sibles, que celles que nous avons précédemment examinées. „Ces nouvelles ondes sont, par cette raison, celles qu'il im- „porte le plus de considérer, et nous allons déterminer, „dans le plus grand détail les lois de leur propagation."

La formule, que Mr. Poisson mentionne ici, regarde la seconde classe des ondes, celles qui seules ont été obser- vées jusqu'à présent. On avoit tout-à-fait négligé la pre- mière classe des ondes ou les dents des grandes ondes dont nous avons parlé jusqu'ici, parce qu'elles s'évanouissent bientôt, étant très-petites déjà à leur naissance. La seconde classe diffère de la première en ce qu'elle retient bien plus long temps une grandeur visible.

§. 227.

„Cette amplitude, c'est-à-dire la distance du point le „plus élevé au point le plus bas de chaque oscillation, sera „égale à $2\sqrt{2}\,.\,k$; d'où il résulte, d'après la valeur de k, „que les amplitudes des oscillations d'égales durées seront „reciproques aux racines carées des distances des points, où „elles se font, au lieu de l'ébranlement primitif."

„Ce qui montre que la durée des oscillations, en un „point quelconque, est proportionnelle à la racine carrée de „la largeur des ondes au même point et au même instant.

„Suivant Newton, cette durée devroit être la même „que celle des oscillations d'un pendule simple d'une longueur „égale à la demi-largeur des ondes, ou, autrement dit, elle „devroit être égale à $\pi\sqrt{\frac{\lambda}{2g}}$; ce qui surpasse la vraie valeur „de t dans le rapport de $\sqrt{\pi}$ à $\sqrt{2}$, ou de $1{,}2248$ à l'unité.

„Lorsqu'on a $K = 0$, l'amplitude des oscillations verti- „cales est nulle; par conséquent les racines de cette équation „détermineront, à chaque instant, sur la surface fluide „des points qui n'auront aucun mouvement vertical, et qu'on

„pourra regarder comme des espèces de noeuds mobiles à „cette surface: l'espace compris entre deux noeuds consé- „cutifs forme un groupe d'ondes, que l'on peut aussi consi- „dérer comme une seule onde *dentelée* dans toute son éten- „due, laquelle paroît se mouvoir à la surface, en s'élargis- „sant à raison de la différence des vîtesses des deux noeuds „qui la terminent.

„Pour chaque valeur réelle et positive de k tirée de cette „équation $K = 0$, nous aurons $x = \frac{t\sqrt{gl}}{2\sqrt{k}}$, d'où l'on voit que „le mouvement de chaque noeud est uniforme, avec une „vîtesse proportionnelle à la racine carrée de l, ou la racine „carrée de la largeur de l'ébranlement primitif."

Mr. Poisson avoit parlé auparavant des mouvemens que les molécules en dedans du fluide ont à la naissance des ondes; à présent il parle des mouvemens que les molécules font pendant la propagation d'une onde. Nous avons traité de ce mouvement à la section cinquième §. 99 — 118, où il a été montré, que le mouvement d'une onde ne peut être comparé avec le mouvement d'un corps solide, parceque les molécules de celui-ci ont un mouvement dépendant de celui du corps entier auquel elles appartiennent. Le mouvement d'une onde est plutôt le mouvement de la forme dans laquelle une partie de la surface et des couches parallèles au-dessous de la surface se trouvent, produit par une oscillation propagée des molécules du fluide. La ligne 11111 Fig 28. représente une onde entière avec deux ondes demies confinées, qui prennent après un premier espace de temps le lieu indiqué par la ligne 22222, et après un second espace de temps le lieu indiqué par la ligne 33333. Pendant la propagation de l'onde, les molécules *A, B, C, D, E, F,* situées à la surface de l'onde 11111 parcourent d'abord les lignes *A*a*a*α, *B*b*b*β, *C*c*c*γ, *D*d*d*δ, *E*e*e*ε, *F*f*f*ζ, que nous avons appelées les *routes d'oscillation* des molécules. Car pendant que l'onde se propage de 11111 à 22222, les molécules se meuvent dans les routes représentées par des arcs de cercle, de *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* à a, b, c, d, e, f; et pendant

que l'onde se propage de 22222 à 33333 les molécules se meuvent par des arcs de a, b, c, d, e, f, à *a, b, c, d, e, f*. Fig. 29. nous avons représenté les routes d'oscillation toutes entières, et nous les avons divisées chacune en six parties, de sorte qu'on peut voir les situations diverses que l'onde prend en avançant pendant le mouvement des molécules dans leurs routes. Dans le premier espace de temps les molécules se propagent de *A, B, C, D, E, F* à a, b, c, d, e, f, et l'onde simultanément de 11111 à 22222. Dans le second espace de temps les molécules se propagent à *a, b, c, d, e, f*, et l'onde à 33333; dans un troisième espace de temps les molécules à $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$, et l'onde à 44444; dans un quatrième les molécules à 𝔄, 𝔅, ℭ, 𝔇, 𝔈, 𝔉; et l'onde à 55555; dans un cinquième les molécules à 𝔞, 𝔟, 𝔠, 𝔡, 𝔢, 𝔣, et l'onde à 66666; enfin dans un sixième espace de temps les molécules reviennent au lieu d'où elles sont parties, après quoi l'onde s'est propagée autant qu'elle est large. Cette représentation du mouvement ondulatoire explique donc le fait remarquable, que la durée de l'onde, c'est le temps dans lequel l'onde parcourt l'espace de sa largeur *), est égale au temps de l'oscillation d'une molécule, ou au temps dans lequel une molécule finit sa route. Ces routes d'oscillation reviennent en elles-mêmes ou parfaitement ou en aberrant très-peu, selon que les élévations ressemblent, pour le volume, parfaitement ou non aux creux d'ondes qui leur succèdent. Elles ont presque la forme circulaire à la surface et immédiatement au-dessous de celle-ci, quand le fluide est très-profond, mais elles sont elliptiques dans de plus grandes profondeurs, et près du fond ou en très-grandes profondeurs elles ressemblent à des lignes droites et horizontales. Voy. Tab. I. et II. page 123. 124.

Les expériences contenues dans tab. I. sont faites dans le canal Fig. 12 rempli d'eau à 6 pouces. L'eau fut élevée à

*) Nous avons nommé la *largeur* ce que plusieurs physiciens ont appelé la *longueur*, savoir l'amplitude de l'onde dans la direction de la propagation.

son extrémité par un tuyau de verre de 5,7 lignes d'épaisseur à une hauteur de 2 pouces; et nous fîmes retomber cette colonne d'eau lorsque le fluide étoit parfaitement tranquille. Nous avons observé le mouvement des petits corps opaques flottant dans l'eau par une loupe ayant $4\frac{1}{2}$ lignes de distance focale. La grandeur de ces mouvemens demeuroit assez constante dans le même endroit du canal en plusieures expériences faites sous les mêmes circonstances, mais elle varioit dans de diverses profondeurs. Nous l'avons mesurée au moyen d'un petit compas à ressort dont les extrémités étoient interposées entre le paroi de verre du canal et la loupe, et nous avons déterminé de cette manière le diamètre vertical et horizontal des routes d'oscillation des petits corps opaques. Les expériences dans tab. II. ont été faites dans le canal Fig. 13., où le fluide avoit 22 pouces de profondeur. Les ondes y furent produites par le débaissement d'une colonne d'eau de 5,7 lignes d'épaisseur, et de 9 pouces de longueur. Les petits corps opaques furent observés dans une distance de 3 pieds de l'endroit de l'ébranlement primitif.

Tab. I, la première section verticale indique la distance que les petits corps opaques flottant dans l'eau ont de la surface; la seconde montre la longueur du diamètre vertical de la route d'oscillation du corps; la troisième le diamètre horizontal.

Quand les élevations et les creux d'ondes se succédans ne sont pas d'égale grandeur, les routes d'oscillation ne reviennent pas en elles-mêmes, et ressemblent aux fig. 22 — 26. Le diamètre vertical des routes d'oscillation est toujours moindre que le diamètre horizontal, ce qui peut être regardé comme un effet du fond. Car selon nos expériences les quotients des diamètres verticaux divisés par les diamètres horizontaux sont presque dans la même proportion entre-eux que les profondeurs du fluide dans différents canaux. Voy §. 105. page 125. 126. Il faut remarquer que les petits corps opaques flottant près de la surface ne parcourent pas si vite leurs routes que ceux qui se trouvent en dessous et qui sont plus éloignés de la surface. Nous avons pu déterminer très-exactement cet espace de temps par la montre à tierces

dont nous avons fait usage, et que nous fîmes aller au moment où les ondes, en avançant, commençoient de mouvoir le petit corps opaque. Ce petit corps parcourut quatre fois la route d'oscillation, pendant que les quatre premières ondes, produites par le débaissement d'une colonne d'eau de 2 pouces de hauteur et de 5,7 lignes d'épaisseur, passoient au-dessus du corps. Aussitôt que le corps avoit parcouru la quatrième fois sa route, nous retînmes la montre, en retirant le doigt par la pression duquel nous l'avions fait aller. La montre indiqua de cette manière le nombre des tierces nécessaires pour que le petit corps parcourût quatre fois la route d'oscillation. Les observations tab. IV. page 139. montrent que le nombre des tierces étoit assez constant quand une expérience fut répétée. On voit que les molécules d'une couche d'eau inférieure parcourent leurs routes d'oscillation plus vite que les molécules de la surface. Mais par d'autres expériences nous avons reconnu, que l'onde se propage avec la même vîtesse dans la surface et dans les couches inférieures. Nous en devons donc conclure que les ondes dans les couches inférieures ont une moindre largeur que dans la surface.

Tab. IV. la seconde section verticale montre le temps nécessaire pour qu'un petit corps flottant immédiatement au-dessous de la surface parcoure quatre fois la route; la troisième le montre pour un corps qui se trouve à 1 pouce au-dessous de la surface; la quatrième, pour un corps qui se trouve à 2 pouces au-dessous de la surface; la cinquième, pour un corps qui se trouve à 3 pouces au-dessous de la surface. Les moyennes de ces observations sont indiquées en dessous. Le canal étoit rempli d'eau à 6 pouces.

D'après nos expériences, plus une onde s'éloigne du lieu où elle étoit produite, plus l'amplitude verticale de l'élévation et du creux de cette onde devient petite. La hauteur et la profondeur de l'élevation et du creux d'onde jointes ensemble sont égales à la distance verticale du plus profond point au point le plus élevé de la route d'oscillation d'une molécule qui est à la surface de l'onde. Or l'amplitude verticale des routes d'oscillation diminue avec l'éloignement de l'endroit où l'onde étoit produite. Nous avons mesuré les

diamètres des routes d'oscillation dans le canal d'ondes Fig. 12., en observant par une loupe de $4\frac{1}{2}$ lignes de distance focale le mouvement des petits corps opaques flottant dans l'eau. Par des observations répétées nous avons mesuré le diamètre de la route d'oscillation au moyen d'un compas avec une vis que nous interposions entre le verre objectif de la loupe et le paroi de verre du canal. On peut déterminer le diamètre vertical de la route d'oscillation des petits corps opaques flottant à la surface des ondes par l'observation de la hauteur des ondes, parceque ces deux longueurs sont égales (voyez §. 112.), tandis que le diamètre horizontal de la route d'oscillation est indépendant de la largeur de l'onde. Voyez §. 113. page 134. Pour mesurer les élevations de l'onde nous enfoncions dans l'eau une lame de verre terni dans une position verticale et parallèle aux parois du canal, de manière, qu'elle touchoit le fond, et se levoit au-dessus de la surface du fluide. Si l'on relève cette lame de verre verticalement, la ligne, qui sépare la partie humide de la sèche, indique la profondeur ordinaire du fluide. Qu'on marque cette ligne par un trait, qu'on enfonce alors de nouveau la lame verticalement jusqu'au fond, et qu'on fasse passer une onde. L'élevation de l'onde mouillera en passant la lame de verre au-dessus du trait qui indique le niveau ordinaire de la surface du fluide. De cette manière l'élevation de l'onde elle-même indique exactement sa hauteur. Nous avons mesuré la hauteur de l'élevation de l'onde jointe à la profondeur du creux d'onde avec un compas, en mesurant le diamètre vertical de la route d'un petit corps flottant à la surface du fluide, comme nous l'avons déjà décrit. Par ces observations nous sommes convaincus que l'onde diminue de hauteur en avançant, et par d'autres observations on voit que sa largeur augmente en même temps. Selon nos expériences la hauteur de l'onde semble diminuer dans une progression arithmétique, tandis que les distances du lieu de la production de l'onde augmentent dans une progression géométrique. Voyez §. 144. page 191. Tab. XX, XXI, XXII.

Tab. XX la colonne d'eau baissante avoit 6 pouces de hauteur; tab. XXI, 4 pouces; tab. XXII, 12 pouces; dans toutes les trois tables cette colonne avoit 5,7 lignes de diamètre, et la profondeur de l'eau dans le canal étoit d'un pouce. La première section verticale de ces tables montre la distance de l'onde de l'endroit où elle naît; la seconde, la hauteur de l'onde en lignes selon l'observation; la troisième, la hauteur de l'onde hypothétique; la quatrième les différences des hauteurs hypothétiques et des hauteurs observées.

Nous devons remarquer que, dans la distance de 96 pouces (tab. XX), l'onde étoit déjà rejetée, parceque notre canal n'avoit que 64 pouces 3 lignes de longueur. Les trois premières observations dans toutes ces tables s'accordent avec le théorème de Mr. Poisson: que les hauteurs décroissent en raison inverse des carrés des distances. Plus loin les ondes se sont propagées, plus elles s'éloignent de cette théorie. Nous n'avons pu déterminer, s'il y avoit d'autres circonstances qui causoient cette différence. On voit, par les expériences qu'on trouve tab. XV page 181, que les ondes produites sous les mêmes circonstances sont et demeurent plus élevées dans un fluide plus cohérent que dans un fluide moins cohérent; les ondes du mercure sont plus élevées que celles de l'eau, et les ondes de l'eau sont plus élevées que celles de l'alcool; ensuite, que les ondes produites sous les mêmes circonstances sont et demeurent plus élevées dans un fluide moins profond que dans un fluide plus profond, parceque dans le second les ondes croissent plus promtement en largeur, en se propageant. Leur largeur s'augmente aux dépens de leur hauteur.

Table XV est divisée en deux parties. La première montre la hauteur et la vitesse des ondes qui se propagent par le canal Fig. 12, quand le fluide y avoit la profondeur d'un pouce; la seconde partie la montre quand le fluide dans le canal a la profondeur de deux pouces. L'une et l'autre contient cinq sections horizontales, dont la première indique la hauteur de la colonne fluide produisant l'onde par son débaissement; la seconde la hauteur de l'onde d'eau produite de cette manière; la troisième la hauteur de l'onde de mercure; la quatrième la vitesse de l'onde d'eau; la cinquième la vitesse de l'onde de mercure.

Mr. Poisson n'a pas examiné l'influence de la profondeur du fluide sur la vîtesse des ondes, en supposant le fluide infiniment profond. Selon nos expériences la vîtesse des ondes se diminue avec la diminution de la profondeur du fluide. Si la profondeur décroit en progression arithmétique, la vîtesse décroit beaucoup plus lentement. Cela est évident par la table IX page 172, qui concerne l'onde produite à l'extrémité du canal Fig. 12 par le débaissement d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur, 3,7 lignes d'épaisseur.

Tab. IX, la 2e, 3e, 4e, 5e et 6e section verticale montrent les vîtesses, quand la profondeur du fluide étoit de 1, 2, 3, 4, 6 pouces. On y trouve les moyennes du temps que l'onde emploie pour parcourir les 64 pouces 3 lignes que le canal Fig. 12 a en longueur, et la vîtesse de l'onde par seconde.

Dans ces tables le temps a été déterminé au moyen d'une montre à tierces très-exacte, en mesurant le temps entre le moment où la colonne à l'une extrémité du canal commence à baisser, et le moment où le sommet de l'onde arrive à l'autre extrémité du canal.

Tab. X page 173. montre la même chose quand l'onde est produite par une colonne d'eau de 12 pouces de hauteur, 5,7 lignes d'épaisseur. La première section verticale montre la profondeur de l'eau; la seconde la vîtesse de l'onde par seconde.

La vîtesse des ondes produites par le choc d'un corps en mouvement dépend de la masse et de la vîtesse du corps choquant, parceque la grandeur des ondes résulte de ces deux circonstances, ce qui est confirmé par la table XVII. page 185.

On y voit dans la première section verticale la profondeur du fluide, qui étoit successivement de 1, 2, 3, 4, 6 et 8 pouces; dans la seconde la hauteur de la colonne d'eau baissante, qui produit les ondes, et a 5,7 lignes de diamètre; dans la troisième *) quatrième et cinquième la vîtesse de l'onde du mercure, de l'eau et de l'alcool.

*) Il est à remarquer que les observations contenues dans la troisième colonne sur l'onde qui est produite dans un fluide profond de 6 pouces ou davantage, ne sont pas faites sur le mercure mais sur une solution saturée de soude muriatique.

Cette table contient le résultat des expériences représentées dans la table ajoutée. On voit par cette table que l'onde est plus rapide à mesure que la colonne de fluide qui la produit a plus de volume; mais que l'augmentation de la vîtesse de l'onde n'est pas dans une simple raison à l'augmentation du volume de la colonne. Cette augmentation est plus grande dans les fluides de petite profondeur, et beaucoup plus petite dans les fluides de grande profondeur. Car si le fluide a 8 pouces de profondeur dans le canal, il n'y a pas grande différence entre la vîtesse de deux ondes produites par la chûte d'une colonne de 8 et de 12 pouces. Ensuite on voit par cette table, que le poids spécifique n'a pas d'influence sur la vîtesse des ondes quand le fluide a 6 ou 8 ou plusieurs pouces de profondeur. On voit la vîtesse des ondes dans un fluide de 6 à 23 pouces de profondeur tab. XVIII page 188. Quand la profondeur des fluides est très-petite, la réaction du fond sur la colonne baissante, qui diffère selon le poids spécifique du fluide, produit une différence de vîtesse, telle qu'on la voit tab. XI, XII, XIII, XIV. La montre à tierces, par laquelle nous avons mesuré la vîtesse de ces ondes, est un instrument très-bien construit, appartenant à l'appareil physical de l'université de Halle. La grande exactitude de cet instrument se reconnoit à la petite différence des nombres de tierces tab. XVII, quand les ondes furent produites sous les mêmes circonstances, et à la différence constante du nombre de tierces, quand les circonstances ne différoient entre-elles que très-peu.

Lorsque les ondes se propagent dans un canal avec des parois verticaux, les molécules du fluide vont dans des routes elliptiques dont le point le plus bas est verticalement au-dessous du point le plus élevé de la route. Mais lorsqu'elles se propagent dans un canal Fig 33. dont les deux parois sont perpendiculaires l'un sur l'autre, les molécules du mercure se meuvent de manière que plus elles sont situées près de la limite du mercure, plus les points les plus bas de leurs routes s'éloignent de la ligne verticale, qui traverse le point le plus élevé de la route. Les ondes produites dans le canal

Fig. 33. ont un mouvement très-lent, qui se ralentit à mesure que le paroi incliné se rapproche du plan horizontal. Nous avons changé la situation du canal *ABCD* Fig. 33 par les vis *G* et *G'*, de manière que l'angle sous lequel le paroi *CD* s'élève sur la plaine horizontale varioit de 45° à 7° 30'. Tab. XXIV page 198 contient nos expériences sur la vitesse des ondes, quand la situation du canal est changée de cette manière. Les expériences ont été faites avec du mercure; nous fîmes tomber à l'extrémité du canal une colonne de mercure de 5,7 lignes d'épaisseur, et de 1 pouce de hauteur; la largeur de la surface étoit un peu plus d'un pouce.

La première section verticale montre l'inclinaison du plan CD; la seconde les observations sur le temps que les ondes mettent à parcourir la longueur du canal de 4 pieds; la troisième les moyennes de ces observations; la quatrième les vitesses des ondes par seconde.

Il s'en suit que la vitesse diminue presque en progression arithmétique tandis que les angles augmentent en progression géométrique. Il semble que la diminution de la vitesse dépend surtout de l'inclinaison des routes d'oscillation, comme le mouvement d'un corps tombant sur un plan incliné est retardé par l'obstacle, qui empêche sa chûte verticale.

Une molécule de la surface qui est parvenue au point le plus élevé ou le plus bas de sa route d'oscillation n'a pas dans ce moment un mouvement vertical, mais seulement un mouvement horizontal, et se trouve par conséquent dans le point de l'onde que Mr. Poisson nomme un *noeud*, par exemple D Fig. 29. Au contraire une molécule de la surface, qui est dans le point où sa route d'oscillation se croise avec le niveau du fluide, se meut avec la plus grande vitesse dans la direction verticale, mais le mouvement horizontal lui manque tout-à-fait; elle se trouve par conséquent dans le point de l'onde que Mr. Poisson nomme un *maximum* d'oscillation, par exemple C et E Fig. 29.

Mr. Poisson est conduit par le calcul à un résultat très-remarquable, qui convient tout-à-fait avec l'expérience, savoir: Les *noeuds* et les *maxima d'oscillation* se propagent

continuellement, en quoi la théorie de Mr. Poisson est contraire à la théorie de Newton, selon laquelle les sommets et les creux des ondes n'ont pas un mouvement progressif en tant que les sommets descendent après un certain temps dans les fonds des creux, et *vice versa*. Voyez §. 124. 125. On comprendra facilement par Fig. 28 et 29 le procédé de la propagation des ondes comme Mr. Poisson l'a expliquée.

§. 228.

„Ce qui montre que les points de la surface, qui répon-„dent aux *maxima des oscillations*, se meuvent, comme les „noeuds qu'on vient de considérer, uniformément et avec „une vitesse proportionnelle à $\sqrt{l}$. La plus petite de ces „racines étant moindre que la plus petite valeur de k du „numéro précédent, il s'ensuit que le premier *maximum* „précède le premier noeud; ensuite il y a un *maximum* „compris entre le premier et le second noeud; un autre, en-„tre le second et le troisième; et généralement un *maximum* „pour chaque onde dentelée. C'est à ces *maxima* qu'il est „naturel de rapporter le mouvement de cette espèce d'ondes; „ainsi, par vîtesse d'une onde dentelée, nous entendrons la „vîtesse apparente du point de cette onde qui répond aux „plus grandes oscillations verticales."

Une onde qui se propage entre deux parois parallèles et verticaux retient en avançant une vîtesse presque constante; elle ne semble se ralentir que par la friction. Voyez tab. XIX, §. 144.

Tab. XIX, la première section verticale contient le nombre des passages de l'onde par la longueur de 64 pouces 3 lignes du canal Fig. 12; la seconde, les observations du temps nécessaire pour les passages; la troisième, la moyenne de ces observations; la quatrième, le ralentissement de l'onde.

La vîtesse des ondes dépend premièrement de leur largeur, secondement du temps dans lequel les molécules de l'onde parcourent leurs routes; car c'est le temps que l'onde emploie pour parcourir l'espace de sa largeur.

D'après Mr. Poisson la vîtesse avec laquelle le *maximum d'oscillation* ou le *noeud* d'une onde se propage dépend du diamètre de l'ébranlement primitif: c'est à l'égard de l'onde première le diamètre du corps plongé dans un fluide qui subitement relevé, produit l'onde. (Si l'on regarde la profondeur, jusqu'où le corps est plongé, la vîtesse des ondes dépend de la masse d'eau écartée par le corps). L'élevation et le débaissement réitéré du fluide, à la place où le corps enfoncé fut relevé, produit successivement plusieurs ondes. D'après Mr. Poisson la vîtesse de la seconde, de la troisième et des ondes suivantes dépend aussi du diamètre de l'ébranlement réitéré à la place où le corps fut élevé. La vîtesse du mouvement ascendant et descendant y influe aussi. Mr. Poisson fait aller chaque *noeud* et chaque *maximum d'oscillation* d'une onde toujours avec la même vîtesse, ce qui n'empèche pas que les *maxima* et les *noeuds* des ondes, qui naissent l'une après l'autre, n'aillent pas avec des vitesses différentes. Cela est confirmé par l'expérience, car on voit que la distance entre deux points les plus élevés de deux ondes augmente à mesure que les ondes se propagent plus loin, d'où l'on doit conclure que le noeud de chaque onde suivante se propage avec une vîtesse plus petite que le noeud d'une onde précédente. On peut aussi comprendre facilement la cause que la théorie de Mr. Poisson en présente, parceque le diamètre de l'ébranlement du fluide au lieu où l'onde fut produite semble se diminuer de plus en plus, et enfin s'évanouir tout-à-fait. D'après Mr. Poisson la vîtesse des ondes dépend uniquement du diamètre du corps plongé, par exemple d'un cylindre. Mais il faut remarquer 1° que Mr. Poisson n'a trouvé ce théorème que par la supposition que les vîtesses et les oscillations des molécules restent toujours assez petites pour qu'on puisse négliger leur produit et leurs puissances supérieures à la première, ce qui suppose que le corps soit très-peu enfoncé. Toutefois, quand on plonge le corps produisant l'onde à une profondeur considérable, on voit clairement que les vîtesses des ondes produites augmentent quand le corps étoit enfoncé plus profon-

dement: 2° qu'une plus grande vîtesse, avec laquelle le corps plongé remonte, produit aussi une augmentation de la vîtesse de l'onde.

Cela a pu être conclu par l'analogie des expériences communiquées tab. XXVII, d'après lesquelles les ondes sont plus rapides à mesure que les colonnes d'eau dont le débaissement les produit sont plus grandes. Cependant, afin de prouver directement par l'expérience ces points, nous avons encore fait une série d'expériences, dans lesquelles nous avons produit les ondes de la manière supposée par Mr. Poisson. Nous avons enfoncé verticalement à l'extrémité du canal Fig 12. un cylindre de verre solide qui a une épaisseur de 6,1 lignes presque égale à la largeur du canal, à une profondeur de 2, de 4, et de 6 pouces. On pouvoit lever le cylindre verticalement par un fil attaché à son axe. Après nous être exercés de lever ce cylindre avec deux vitesses différentes, déterminées et constantes, nous sommes parvenus aux résultats réunis dans les tables suivantes, et nous y avons comparé les vîtesses des ondes produites de cette manière avec celles des ondes produites par le débaissement d'une colonne d'eau de 5,7 lignes d'épaisseur, et de 2, de 4, et de 6 pouces de hauteur.

Table XXXIV.

pour comparer les vîtesses des ondes qui sont produites par la relevation lente et uniforme d'un cylindre solide qui avoit 6,1 lignes d'épaisseur. Dans la première classe des expériences le cylindre fut enfoncé à 2 pouces, dans la seconde à 4 pouces, dans la troisième à 6 pouces. La profondeur de l'eau dans le canal étoit de 6 pouces.

Hauteur du cylindre enfoncé, et de la colonne d'eau baissante produisant les ondes.		Temps dans lequel les ondes produites par la relevation d'un cylindre parcourent le canal.	Temps dans lequel les ondes produites par le débaissement d'une colonne d'eau parcourent le canal.
2 pouces		1 sec. 51 tierces.	1 sec. 40 tierces.
		1 — 46 —	1 — 39 —
		1 — 46 —	1 — 39 —
		1 — 52 —	
	moyennes	1 sec. 49 tierces.	1 sec. 39 tierces.
	vîtesses par seconde	35 pouces 4 lign.	38 pouces 11 lign.
4 pouces		1 sec. 44 tierces.	1 sec. 38 tierces.
		1 — 40 —	1 — 34 —
		1 — 48 —	1 — 34 —
		1 — 38 —	
	moyennes	1 sec. 43 tierces.	1 sec. 35 tierces.
	vîtesses par seconde	37 pouces 5 lign.	40 pouces 7 lign.
6 pouces		1 sec. 38 tierces	1 sec. 32 tierces.
		1 — 46 —	1 — 32 —
		1 — 43 —	1 — 32 —
	moyennes	1 sec. 39 tierces.	1 sec. 32 tierces.
	vîtesses par seconde	38 pouces 11 lign.	41 pouces 11 lign.

Table XXXV.

pour comparer les vîtesses des ondes qui sont produites par la relevation uniforme d'un cylindre solide qui avoit 6,1 lignes d'épaisseur, et 6 pouces de longueur. Le cylindre fut relevé lentement dans la première classe, et vîte dans la seconde classe des expériences.

Profondeur du fluide dans le canal.	Vîtesses lorsque le cylindre est relevé lentement.	Vîtesses lorsque le cylindre est relevé vîte.	Vîtesses lorsque les ondes sont produites par le débaissement d'une colonne d'eau de 6 pouces de hauteur, et de 5,7 lignes d'épaisseur.
6 pouces	1 sec. 38 tierces.	1 sec. 28 tierces.	1 sec3[illegible] tierces.
	1 — 36 —	1 — 32 —	1 — 32 —
	1 — 43 —	1 — 24 —	1 — 2 —
		1 — 32 —	
moyennes	1 sec. 39 tierces.	1 sec. 29 tierces	1 seo. 32 tierces.
vîtesses par seconde	38 pouc. 11 lign.	43 pouc. 4 lign.	41 pouces 11 lignes.
8 pouces	1 sec. 28 tierces.	1 sec. 18 tierces.	1 sec. 26 tierces.
	1 — 24 —	1 — 24 —	1 — 28 —
	1 — 32 —	1 — 24 —	1 — 26 —
	1 — 28 —		1 — 28 —
	1 — 28 —		
moyennes	1 sec. 28 tierces.	1 sec. 22 tierces.	1 sec. 27 tierces.
vîtesses par seconde	43 pouc. 10 lign.	47 pouces.	44 pouces 4 lignes.

On voit par tab. XXXIV que lorsque le cylindre fut enfoncé à 4 pouces, l'onde en naissant surpassait de 2 pouces 1 ligne en vîtesse l'onde qui naissoit par la relevation d'un cylindre enfoncé à 2 pouces; et que, lorsque le cylindre fut enfoncé à 6 pouces, l'onde en naissant surpassoit de 1 pouce 6 lignes en vîtesse l'onde qui naissoit par la relevation d'un cylindre enfoncé à 4 pouces: ce qui est une augmentation de vîtesse semblable à celle qui a lieu lorsqu'on fait tomber successivement dans le même tuyau de verre des colonnes d'eau qui croissent en hauteur: car lorsque la colonne tombante avoit 4 pouces de hauteur, l'onde en naissant surpassoit de 1 pouce 8 lignes en vîtesse l'onde qui naissoit par la chute d'une colonne de 2 pouces de hauteur; et lorsque la

colonne tombante avoit 6 pouces de hauteur, l'onde en naissant surpassoit de 1 pouce 4 lignes en vîtesse l'onde qui naissoit par la chute d'une colonne de 4 pouces de hauteur. Ensuite on voit par tab. XXXV que l'onde, qui naissoit par la relevation rapide du cylindre, surpassoit de 4 pouces 5 lignes en vîtesse l'onde qui naissoit par la relevation lente, lorsque la profondeur du fluide dans le canal étoit de 6 pouces; et qu'elle la surpassoit de 3 pouces 2 lignes en vîtesse, lorsque la profondeur du fluide dans le canal étoit de 8 pouces. La vîtesse de l'onde, naissant par le débaissement de la colonne d'eau qui avoit 5,7 lignes d'épaisseur et 6 pouces de hauteur, étoit entre celles de l'onde qui naissoit par la relevation lente, et de l'onde qui naissoit par la relevation rapide du cylindre enfoncé dans l'eau à 6 pouces qui avoit 6,1 lignes d'épaisseur.

Nous avons pu observer très-bien avec les yeux l'accroissement de la largeur de l'onde, mais nous n'avons pas trouvé le moyen de la mesurer directement, nous n'avons donc pu que conjecturer sa mesure par l'observation du temps pendant lequel une molécule fait une oscillation (car dans ce temps-là l'onde parcourt l'espace de sa largeur), et par l'observation de la vîtesse avec laquelle une onde semble se propager. On verra les largeurs de quelques ondes trouvées de cette manière tab. VII page 148. Les expériences contenues dans cette table ont été faites dans le canal Fig. 12. dans de l'eau de 6 pouces de profondeur. Les ondes y étoient produites à l'extrémité du canal par le débaissement de colonnes d'eau de 2 pouces de hauteur et de 5,7 lignes d'épaisseur. Nous mesurions le temps qu'il faut à une molécule pour faire son oscillation dans une distance horizontale de 18 pouces du lieu de l'ébranlement primitif. La vîtesse de la propagation de l'onde étoit de 3 pieds 5 pouces par seconde.

La première section verticale de la table VII. montre la distance à laquelle les petits corps opaques, dont la route d'oscillation a été observée, sont de la surface; la seconde indique le temps dans lequel une molécule de l'onde parcourt sa route pendant le passage de l'onde première; la troisième le temps dans lequel cette molécule parcourt sa route pendant le passage de l'onde seconde; la quatrième le temps dans lequel une molécule qui

appartient successivement aux quatre premières ondes parcourt les quatre premières oscillations; et la cinquième donne la hauteur de l'onde première.

Les résultats montrent que la largeur de l'onde comparée avec sa hauteur est très-grande, et que les ondes sont plus étroites dans la profondeur du fluide que dans la surface. Pour la hauteur elle y étoit à sa largeur comme 0,73 : 29. Une seconde manière pour trouver la largeur des ondes est celle de mesurer l'éloignement du point d'interférence parfaite *) de l'extrémité du canal où l'onde est réfléchie pendant que l'élevation de l'onde et son creux s'y pénètrent. Voyez §. 167. Car si l'élevation et le creux d'onde sont de grandeur égale, la distance du point de l'interférence parfaite du paroi réfléchissant doit être égale, comme nous l'avons vu §. 166. 167., à la moitié de la largeur de l'élevation ou du creux de l'onde, c'est à dire au quart de l'onde entière. Tab. XXVIII page 231 donne les résultats de cette détermination. Les ondes étoient produites dans le canal Fig. 12 par le débaissement d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur, 5,7 lignes d'épaisseur.

Nous fîmes tomber cette colonne, comme on voit dans la première section verticale, ou dans l'extrémité, ou dans le milieu du canal de 5 pieds 4 pouces 3 lignes de long Fig. 12. La seconde section verticale montre la profondeur de l'eau dans le canal; la troisième la profondeur à laquelle le tuyau de verre contenant la colonne d'eau qui produit l'onde, fut plongé, la quatrième la distance du point de l'interférence parfaite à l'extrémité du canal; la sixième la largeur de l'onde qui résulte de ces données.

On voit par cette table que les ondes produites en fluides, moins profonds sont et demeurent plus étroites qu'en fluides profonds, et que les ondes pendant leur propagation augmentent en largeur; car une onde qui n'avoit parcouru que la moitié du canal avoit la largeur de 28 pouces pendant

*) Quand une onde est réfléchie, il est un moment, où l'on ne voit rien de toute l'onde, et il y a un point de la surface qui retient cet état de repos le plus long temps. C'est le point que nous avons appelé le point d'interférence parfaite.

qu'une onde produite sous les mêmes circonstances, qui s'étoit propagée par le canal entier avoit 44 pouces de largeur. Enfin on y voit, que les ondes sont plus larges à proportion que le tuyau de verre contenant la colonne d'eau qui les produit est plus enfoncé dans le fluide; car des ondes produites de la même manière avoient 56 pouces de large, quand le tuyau étoit enfoncé 2 pouces; mais elles avoient 44 pouces de large, quand le tuyau touchoit seulement la surface.

§. 229.

„Il s'ensuit donc que les deux premiers *maxima* sont „plus grands que tous les autres, et que ceux-ci forment „à la surface fluide une suite décroissante dans le sens où „ils se rapprochent de l'origine des ondes."

L'amplitude verticale de l'onde première, produite de la manière que nous avons employée dans nos expériences, est plus grande que celle de la seconde, celle de la seconde est plus grande que celle de la troisième, celle de la troisième est plus grande que celle de la quatrième etc., si toutes les ondes sont l'effet d'un seul ébranlement. Cependant nous avons aperçu que, si le canal Fig. 13. étoit rempli d'eau à une hauteur de 2 pieds, ce décroissement des hauteurs des ondes varie, quand elles se propageoient plus loin. Car, si l'on mesure les hauteurs de la première, seconde et troisième onde à quelque distance de leur origine, on trouve la seconde plus élevée que la première et que la troisième. Si l'on mesure les hauteurs de ces ondes à une distance encore plus grande, on trouve la seconde plus élevée que la première, mais plus petite que la troisième, et celle-ci plus grande que la quatrième. Voyez §. 118. page 146. 147. On voit un phénomène semblable, quoiqu'on ne puisse l'observer aussi exactement, quand on fait tomber un corps solide dans l'eau tranquille. Les ondes suivantes retiennent en se propageant une plus grande hauteur par la pression que les ondes précédentes exercent en derrière. Voyez §. 83.

§. 230.

„(§. IV.) Propagation du mouvement dans le sens de la „profondeur du fluide.

„Les excursions verticales des molécules, situées au-dessous de l'ébranlement primitif, suivent, comme on voit, „la raison inverse de la profondeur z, et leurs vîtesses à „l'instant du *maximum* diminuent suivant la puissance $\frac{3}{2}$ de „cette quantité. Ces décroissemens sont assez peu rapides „pour que le mouvement du fluide soit encore très-sensible „à de très-grandes profondeurs; et c'est un résultat d'autant „plus remarquable, qu'il n'en seroit plus de même, si l'é„branlement primitif avoit eu lieu dans toute l'étendue de la „surface au lieu d'avoir été circonscrit dans un endroit déter„miné.

„En effet, supposons, par exemple, qu'on ait donné pri„mitivement à la surface dans toute sa longueur la forme „d'une courbe serpentente. On en déduit pour les vî„tesses verticale et horizontale du fluide en un point et en un „instant quelconque...., où l'on voit que, par rapport à la „profondeur z la loi de ces vîtesses est exprimée par une ex„ponentielle; ensorte qu'elles décroissent en progression géo„métrique quand z croît en progression arithmétique. Or, il „résulte d'un tel décroissement, qu'à de grandes profondeurs „relativement à la quantité $2l$, ces vîtesses seront très„affoiblies, et incomparablement moindres que dans le cas „d'un ébranlement partiel.

„Au reste cet ébranlement de la surface dans toute son „étendue, peut être regardé comme une suite d'ébranlemens „partiels, dont la largeur commune seroit $2l$, et dons les „uns résulteroient d'une élevation de la surface, et les autres „d'un abaissement: ces ébranlemens partiels produisent dans „la masse fluide des vîtesses de signes contraires; et le cal„cul montre qu'elles ce détruisent à très-peu près, quand „la profondeur z est un multiple de $2l$, qui n'a pas même „besoin d'être très-élevé. C'est de cette manière qu'on peut „concevoir la différence essentielle que nous remarquons

„entre le cas d'un ébranlement partiel, et celui d'un ébranlement qui s'étend à la surface entière."

Nous avons fait des expériences pour trouver la loi du décroissement du mouvement des molécules dans la profondeur, quand une onde est produite verticalement au-dessus. Nous enfonçames un tuyau de verre, de 5,7 lignes de diamètre et de 8 pouces de longueur, à 6 lignes au-dessous de la surface de l'eau dans le canal Fig. 12. rempli d'eau à 8 pouces. L'un de nous s'exerça à remplir ce tuyau toujours uniformément en tirant l'eau par la bouche. Ensuite l'autre de nous observa le mouvement des petits corps opaques qui étoient verticalement au-dessous de l'ouverture du tuyau dans les profondeurs différentes, et il mesura la distance de leurs ascensions verticales dans le moment où l'autre remplit le tuyau d'eau. La table adjointe montre ces distances du mouvement vertical dans les profondeurs différentes, et elle présente une série qui convient assez avec la loi de Mr. Poisson.

Table XXXVI.

sur le décroissement du mouvement vertical des petits corps opaques flottant dans les profondeurs différentes de l'eau verticalement au-dessous du tuyau de 5,7 lignes d'épaisseur et de 8 pouces de longueur, enfoncé à 6 lignes au-dessous de la surface.

Les profondeurs dans lesquelles les petits corps opaques étoient observés.	La hauteur de l'ascension verticale du petit corps dans le moment où le tuyau verticalement au-dessus, fut rempli d'eau.	Une série dont les membres sont dans la raison inverse des profondeurs z.
1 pouce 6 lignes.	5,6 lignes.	3,4 lignes.
2 — - —	3,2 —	2,55 —
2 — 6 —	2,5 —	2,04 —
3 — - —	1,73 —	1,7 —
3 — 6 —	1,34 —	1,45 —
4 — - —	1,2 —	1,27 —
4 — 6 —	0,88 —	1,13 —
5 — - —	0,7 —	1,01 —
5 — 6 —	0,57 —	1,92 —
6 — - —	0,43 —	0,84 —

On voit par cette table, que le décroissement de l'ascension verticale ne convient avec la loi de Mr. Poisson qu'à la profondeur de 3 à 4 pouces. Ce décroissement est plus rapide dans le voisinage du fond, et plus lent dans le voisinage de l'ouverture du tuyau qui est rempli d'eau. La différence première entre les expériences et la théorie se dérive vraisemblablement de l'influence du fond que Mr. Poisson a supposé infiniment éloigné; la seconde différence vient de l'élevement d'eau par le remplissement du tuyau. Les expériences dans le canal, dont le fond étoit plus éloigné de la surface de l'eau, rapportées §. 106. font croire que le mouvement des molécules produit par les ondes est sensible jusqu'à de grandes profondeurs; car nous avons observé le mouvement vibratoire des petits corps opaques encore dans une profondeur qui surpassoit 350 fois la hauteur de l'onde.

Nous avons nommé le phénomène que Mr. Poisson examine ici, et sur lequel nous avons fait des recherches avant de connoître le travail de Mr. Poisson, l'oscillation fixe, *oscillationem fixam*, en lui opposant le mouvement ondulatoire ordinaire, *oscillationem progressivam.* Voyez page 1 — 7 et 14 — 22. La figure de l'onde qui ne contient qu'une partie du fluide pendant que l'autre partie est tranquille et unie, se propage continuellement dans le fluide; la figure, au contraire, que l'oscillation fixe produit dans la surface, c'est à dire la figure de la surface couverte dans toute sa longueur par des ondes semblables dont la largeur commune est un *aliquotum* de la longueur du canal, n'a aucun mouvement progressif, mais ses parties qui sont situées alternativement au-dessus et au-dessous du niveau ordinaire font une oscillation verticale semblable à celle d'une lame divisée en sections vibrantes en sens contraires et bornées par des lignes nodales. Dans les ondes ordinaires les noeuds ou les endroits dans lesquels le mouvement vertical est nul se meuvent; dans les oscillations fixes les noeuds restent toujours dans leur place. Dans les ondes ordinaires (l'oscillation progressive) les noeuds dans lesquels le mouvement vertical est nul sont situés dans l'élevation et dans la

dépression la plus grande de l'onde; dans l'oscillation fixe les *maxima* de l'oscillation verticale se trouvent dans ces lieux, et les noeuds sont situés aux endroits où la surface est au niveau ordinaire du fluide. L'oscillation fixe des fluides incompressibles est donc un phénomène semblable à celui que Mr. Chladni a découvert dans les lames sonores qui sont en vibration simple ou composée de plusieurs sections regulières, dont Mr. Chladni a fait voir les noeuds par du sable répandu à la surface supérieure. Nous avons représenté l'oscillation fixe de l'eau dans un canal Fig. 74. Cette oscillation naquit quand des ondes produites successivement par le mouvement d'une lame à l'extrémité du canal, et dont la largeur égaloit la longueur du canal, passoient par le canal en directions contraires de sorte, que les parties analogues des ondes se traversoient mutuellement. Concevons le temps, pendant lequel une onde entière est produite ou parcourt sa largeur, partagé en 4 espaces égaux. Pendant 11 espaces de cette longueur la surface du fluide prendra successivement les figures représentées Fig. 75., et nous remarquons, que dans les endroits où deux élevations sont transmises simultanément, une élevation presque de la double hauteur est produite, et que dans les endroits où deux creux sont transmis un creux d'onde presque de la double profondeur est produit; enfin, dans les endroits où une élevation et un creux d'onde sont transmis simultanément, la surface se trouve dans ce moment au niveau ordinaire. Voy. page 227 — 230. Fig. 75 les élevations sont indiquées par des lignes pleines, les creux par des lignes ponctuées, la rencontre de deux élevations ou de deux creux est indiquée par deux lignes pleines ou ponctuées, et l'interférence, c'est à dire la rencontre d'une élevation et d'un creux, par deux lignes dont l'une est pleine et l'autre ponctuée. Lorsqu'on poursuit le mouvement des ondes dans ces figures, on voit que les ondes primitivement produites traversent les ondes rejetées, et qu'elles prennent dans l'espace 9e, 10e et 11e trois situations, qui depuis se succèdent régulièrement de manière que la dixième situation renait

dans le douzième espace, la neuvième situation dans le treizième espace, la dixième situation dans le quatorzième espace, et la onzième situation dans le quinzième espace etc.; le fluide se trouve dans une oscillation fixe avec deux noeuds. L'oscillation fixe avec trois noeuds Fig. 46. naît semblablement. Une oscillation fixe se produit dans un vase carré Fig. 71. où une lame est mise qu'on peut tourner un peu autour de son arète inférieure. Lorsqu'on tourne et retourne cette lame b avec une certaine vîtesse constante, les ondes primitives et rejetées se rencontrent bientôt très-régulièrement. Dès ce moment les ondes ne se propagent plus, et la surface se transforme en un certain nombre d'élevations conoidales dans un ordre régulier, entre lesquelles un certain nombre de creux conoidaux sont dans un ordre analogue, qui ne se transmettent plus horizontalement, mais qui font un mouvement vertical, les cônes se transformant dans des creux et *vice versa.* Il est des lignes entre les cônes et les creux qui n'ont point de mouvement vertical (Fig. 72.) et qui répondent donc aux lignes nodales que Mr. Chladni a découvertes. Nous avons représenté se phénomene des cônes et des creux fixes faisant des oscillations verticales dans la moitié d'un vase carré, Fig. 70. Fig. 73. montre tout le mouvement nécessaire pour produire ce phénomène successivement dans dix-sept espaces, dont quatre sont égaux au temps dans lequel une onde parcourt sa largeur. Les ondes dont les élevations sont indiquées par des lignes pleines et les creux par des lignes ponctuées partent de la hypoténuse parallèlement avec elle, elles sont rejetées deux fois par les cathètes, et ensuite elles se rapprochent à la hypoténuse parallèlement avec elle. On y voit que deux élevations se rencontrent en même temps dans certains endroits par toute leur longueur en allant dans des directions contraires, et que la même rencontre se fait dans les creux. Deux élevations ou creux d'ondes doublés s'assemblent et se renforcent dans certains points du vase. Dans ces points de rencontre quadruple paroissent les cônes et les creux conoidaux. Mais il y a aussi des moments où les élevations s'unissent avec les

creux, et dans lesquels la surface est située dans le niveau ordinaire. Ces momens passent si rapidement, que ce phénomène n'est aperçu qu'imparfaitement. Tel est le moment de l'interférence dans le seizième espace de temps. Les situations 15e, 16e, 17e se succèdent ensuite toujours de manière que la situation de l'espace 16e renaît dans l'espace 18e, la situation de l'espace 15e dans l'espace 19e, la situation de l'espace 16e dans l'espace 20e, la situation de l'espace 17e dans l'espace 21e. On peut aussi produire l'oscillation fixe dans un vase carré et rempli à quelques pouces avec de l'argent vif quand on enfonce et relève un corps alternativement au milieu du vase avec une vîtesse réguliere, ce que montre Fig. 80. et 81. Les oscillations de ce genre sont plus compliquées quand on place un vase rond ou carré sur un plan élastique tendu, par exemple, sur le filet de paille d'une chaise, qu'on choque dans des intervalles réguliers. Il est très-curieux d'observer dans ce cas la transformation subite du mouvement progressif en une oscillation fixe sans qu'il y ait un état intermédiaire. Ce phénomène est tout-à-fait différent de celui que Mr. Oerstaedt, Wheatstone et Savart ont observé en couvrant des lames sonores avec des couches minces de fluide, où l'on aperçoit un grand nombre de lignes élevées et creusées, se rencontrant régulièrement, formées par le fluide. On réussit le mieux dans la production du phénomène observé par les nommés physiciens quand on couvre la surface vibrante avec une couche d'eau très-mince; mais on réussit le mieux dans la production de l'oscillation fixe, quand les vases sont remplies de fluide à une profondeur considérable. D'ailleurs celle-ci se produit, comme nous l'avons déjà dit, aussi sans l'influence du fond vibrant, qui est couvert du fluide. On n'y voit pas, comme dans la couche d'eau sur la plaque vibrante, des lignes élevées et creusées, mais on voit des cônes et des creux conoidaux, et ceux-ci sont beaucoup plus grands qu'ils ne peuvent être produits par les oscillations moléculaires. Cependant ces cônes et ces creux conoidaux sont souvent couverts par des lignes qui ressemblent à celles qui naissent par les

vibrations moléculaires des lames sonores. Par exemple, lorsqu'on sécoue un vase carré rempli de mercure reposant sur un plan tendu et élastique, la surface du mercure est couverte d'abord par un grand nombre d'élévations et de creux rectilignes se croisant de manière qu'ils représentent un plan divisé en carrés. On voit dans les plus grands carrés, formés par les élevations et les creux, un grand nombre d'élevations et de creux plus petits représentant des carrés plus petits, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'ils ne sont plus aperçus par les yeux. Quand les endroits de rencontres multiples se changent en cônes et creux conoidaux, la surface sillonnée s'aplanit aussitôt, et les cônes et les creux conoidaux ne restent couverts que par les élevations et les creux linéaires les plus petits. Nous montrerons dans la seconde partie de ce livre, que l'oscillation fixe peut naître aussi dans les corps solides par le mouvement ondulatoire.

§. 231.

„(§. V.) Intégration des équations du §. Ier, dans le „cas où l'on considère les trois dimensions du fluide.

„Pour connoître les lois des *premières* vîtesses des molé„cules, nous conserverons seulement le premier terme de „cette série.

„La première est négative pour toutes les molécules, ce „qui signifie qu'elles commencent toutes à se mouvoir, en „se rapprochant dans le sens horizontal du lieu de l'ébranle„ment; l'autre est négative pour les unes et positive pour „les autres: par exemple, elle est negative pour les molé„cules situées au-dessous de l'ébranlement primitif, et posi„tive pour celles de la surface; de sorte qu'à l'origine du „mouvement les premières se lèvent, et les dernières s'a„baissent verticalement."

Mr. Poisson traite ici du mouvement des molécules, quand on produit une onde par l'émersion d'un corps plongé sous des circonstances où l'onde peut se propager dans toutes les deux dimensions de la surface. Le mouvement, que les molécules font, est composé pour la plupart d'un mou-

vement horizontal et d'un mouvement perpendiculaire. Mr. Poisson regarde ces deux mouvemens isolément, et il appelle mouvement horizontal négatif celui qui se dirige sur le lieu où le corps étoit déplongé, et mouvement positif celui qui est contraire à celui-là. De même il appelle mouvement vertical négatif celui qui tend en-dessus (vers le corps enfoncé), et positif celui qui tend en-dessous. Toutes les molécules, quant au mouvement horizontal, commencent par se mouvoir négativement, et les seules molécules qui sont situées dans l'axe vertical ne prennent aucune part au mouvement horizontal. Quant au mouvement vertical, qui a lieu dans les molécules simultanément, les molécules situées verticalement sous le corps enfoncé commencent par se mouvoir négativement ou en dessus; au contraire, les molécules qui sont à la surface commencent par se mouvoir négativement ou en dessous. Il en suit que tous les petits corps opaques et flottants, à l'exception de ceux qui sont verticalement au-dessous du corps enfoncé, ont déjà d'abord un mouvement curviligne, ce qui est conforme aux observations que nous avons faites dans le canal Fig. 12. Les flèches qui représentent les oscillations des molécules G et *G* Fig. 30, sont droites de même que celles qui représentent le mouvement des petits corps F et H, E et *E*, I et *I*. D et K étoient encore si peu curvilignes qu'on n'en pouvoit déterminer la courbure. Mais les mouvemens des petits corps sont plus courbés, plus les molécules sont près de la surface. La courbure s'augmente en C et *C*, L et *L*, B et M, A et *A*, N et *N* à mesure que les petits corps se rapprochent de la surface.

„Ce qui montre que sur un même rayon, ou pour une „même valeur de ϑ, les premières vitesses des molécules „suivent la raison inverse du cube des distances. On voit „aussi qu'à distances égales et pour des directions différentes „les molécules reçoivent des vitesses différentes, ce qui n'a„voit pas lieu dans le cas d'un fluide contenu dans un canal."

Si l'on relève un corps de revolution enfoncé dans l'eau, toutes les molécules situées dans la circonférence d'un cercle horizontal qui a le même centre que le corps, ont, d'après

Mr. Poisson, un premier mouvement égal; mais les molécules qui ont la même situation relative dans un cercle vertical ont des vîtesses différentes, parceque l'angle θ, ou l'angle du rayon avec la verticale varie pour chaque molécule.

„On voit, par ces résultats, qu'après un temps très-„considérable le mouvement horizontal des molécules fluides „est insensible par rapport à leur mouvement vertical. La vî-„tesse finale, dans le sens vertical, est indépendante de leurs „coordonnées, et suit la raison inverse de la cinquième „puissance du temps. Comme elle est négative, cela signifie „que chaque molécule achève de se mouvoir en s'élevant „verticalement; le contraire a lieu, comme on l'a vu, pour „un fluide contenu dans un canal d'une largeur constante.

§. 232.

„(§. VI) Propagation des ondes à la surface du fluide en „ayant égard à ces deux dimensions horizontales.

„Chaque ordonnée *maxima* (c'est-à-dire la hauteur des ondes) „repondra donc à une valeur déterminée dp: par conséquent, „en s'éloignant du centre de l'ébranlement, elle décroîtra „suivant la loi que nous venons d'énoncer. Elle se propagera „d'un mouvement uniformément accéléré, et son mouvement „apparent sera compris dans l'équation $r = \frac{gt^2}{2\sqrt{p}}$.

„L'onde formée par l'intervalle compris entre deux „*maxima* consécutifs s'élargira proportionnellement au carré „du temps; pour cette raison, et à cause de l'abaissement ra-„pide de leurs sommets les ondes de cette espèce ne seront „pas, en général, très-apparentes à la surface de l'eau. Né-„anmoins nous allons déterminer la vîtesse des deux som-„mets qui précèdent tous les autres, et qui répondent aux „deux plus petites racines de l'équation (e). Le nombre des „racines de cette équation est infini, et leurs grandeurs n'ont „pas des limites."

Mr. Poisson examine premièrement le mouvement des très-petites ondulations très-souvent invisibles, qui couvrent

la surface des ondes plus grandes, celles que nous avons comparées avec les dégrés d'un escalier, et que Mr. Poisson appelle les dents de l'onde dentelée.

„D'où il résulte pour le mouvement de la première or-„donnée *maxima*

$$r = \frac{gt^2}{2}(0{,}3672);$$

„en sorte que l'accélération de son mouvement est à celle „de la pesanteur comme 0,3672 est à l'unité; ou l'on peut re-„marquer qu'elle est un peu plus rapide que pour un fluide „contenu dans un canal d'une largeur constante. On trouve „pour la grandeur de cette ordonnée calculée au moyen de „la série du numéro précédent, et de cette valeur de p

$$z' = \frac{A}{r^2}(0{,}1567), \text{ ou } z' = \frac{A}{g^2 t^4}(4{,}6472).$$

„Après quelques essais on reconnoit que la seconde ra-„cine de l'équation est comprise entre 60 et 61; sa valeur „approchée est $p = 60{,}19$; on a pour le mouvement de „la seconde ordonnée *maxima* qui lui correspond, $r = \frac{gt^2}{2}$ „$(0{,}1289)$, et pour la grandeur de cette ordonnée

$$z' = -\frac{A}{r^2}(2{,}1766), \text{ ou } z' = -\frac{A}{g^2 t^4}(524{,}04).$$

§. 233.

„1°.... Cette amplitude (des oscillations verticales de „chaque molécule) varie avec le temps pour le même point, „et au même instant, d'un point à un autre."

C'est que toutes les molécules, qui sont situées à la surface dans une ligne droite qui va par le centre du corps enfoncé, se trouvent au même moment en divers points de leurs oscillations verticales, et que toutes ces molécules parviennent successivement aux mêmes points de leurs oscillations verticales. Nous avons déjà prononcé la même chose à l'égard des ondes qui se propagent entre les deux parois parallèles d'un canal §. 107, ce qui est tout contraire à la théorie de Newton.

„2°... Ce qui montre que la durée des oscillations di-„minue, pour le même point, à mesure que le temps aug-„mente."

Mr. Poisson dit ici, que les oscillations réiterées qu'une seule molécule fait (dont chacune cause une onde qui suit immédiatement la précédente) vont toujours en s'accélérant: l'oscillation seconde est faite en un temps moindre que la première, ce qui convient avec nos expériences dans le canal vertical. Nous produisions des ondes, à l'extrémité du canal Fig. 12. rempli de 6 pouces d'eau, par le débaissement d'une colonne d'eau de 2 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de profondeur, et nous observions à 18 pouces du lieu où l'onde était produite, les oscillations d'un petit corps opaque flottant par une double-loupe ayant $4\frac{1}{2}$ lignes de distance focale. Au commencement de l'oscillation nous faisions aller une montre à tierces, que nous arrêtions au moment où les quatre premières oscillations, ou la première, ou la seconde, étoient parfaites. Le résultat en déduit étoit la moyenne de 7 — 11 expériences exactes. De cette manière nous avons déterminé la durée de l'oscillation première, et celle de la seconde.

Tab. V. p. 144 contient ces observations, où la seconde colonne verticale contient le temps dans lequel une molécule fit ses 4 premières oscillations, la colonne troisième le temps dans lequel une molécule fit la première, et la colonne quatrième le temps dans lequel une molécule fit la seconde oscillation. Nous avons mis les moyennes au-dessous des expériences.

Tab. VI. contient des expériences semblables qui sont faites dans le canal Fig. 13. contenant 23 pouces d'eau. Les ondes y sont produites par une colonne d'eau de 9 pouces de hauteur et 5,7 lignes d'épaisseur. Nous observions un petit corps opaque à une distance de 5 pieds du lieu de la production des ondes. On voit par ces deux tables que la première oscillation étoit si lente, qu'elle duroit dans la série première $\frac{2}{5}$ du temps nécessaire à 4 oscillations, et presque le double temps de la seconde, et que les deux premières oscillations ensemble duroient $\frac{5}{8}$ du temps nécessaire aux quatre premières oscillations; mais dans la seconde série

d'expériences, où le fluide étoit beaucoup plus profond, l'oscillation première duroit $\frac{3}{7}$ du temps nécessaire à quatre oscillations, et $\frac{3}{2}$ du temps de la seconde oscillation, et les deux premières oscillations duroient $\frac{27}{38}$, ou entre $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, du temps nécessaire aux quatre premières oscillations.

„3°. Tous les points, situés à la même distance r du „centre de l'ébranlement, font au même instant leurs oscilla„tions dans le même temps, mais toutes ces oscillations n'ont „pas la même amplitude, à cause que la valeur de K ren„ferme l'angle ϑ. Si de ce centre on décrit deux cercles „très-rapprochés, l'un d'un rayon r, et l'autre d'un rayon „$r + \lambda$ déterminés par cette équation

$$\frac{gt^2}{4r} - \frac{gt^2}{4(r+\lambda)} = \pi;$$

„les points de la seconde circonférence feront leurs oscilla„tions en sens inverse de ceux de la première, c'est-à-dire, „que quand l'un de ceux-ci atteindra sa plus grande éleva„tion, celui, qui répond au même angle ϑ sur l'autre circon„férence, atteindra au contraire son plus grand abaissement, „et *vice versa*. La surface du fluide peut être partagée en „une suite de zônes semblables, qui formeront une suite „d'ondes circulaires mobiles, en apparence, à cette surface; „la largeur de l'onde qui répond au rayon r sera la quantité „λ, et l'on aura, à très-peu près, $\lambda = \frac{4\pi r^2}{gt^2}$ „où l'on voit, qu'en un même endroit de la surface les on„des se rétrécissent à mesure que le temps augmente.

„4° Si l'on veut comparer la largeur des ondes à la durée „des oscillations, ou λ à t', on aura $t' = \pi\sqrt{\frac{\lambda}{\pi g}}$; ce temps „est donc proportionnel à la racine carrée de la largeur, et „égal à celui des oscillations d'une pendule simple dont „la longueur seroit $\frac{\lambda}{\pi}$; résultat identiquement le même que „celui qu'on a trouvé dans le cas d'un canal vertical.

„5° L'amplitude *maxima* qui répond à l'une de ces va„leurs de K, suit la raison inverse de r, et par conséquent

„la raison inverse de t; la moitié de cette amplitude est „l'ordonnée verticale des points auxquels elle répond; „les ondes que nous considérons maintenant doivent donc „être à de grandes distances du centre d'ébranlement beau-„coup plus sensibles que celles qui se propagent d'un mou-„vement accéléré, puisque les hauteurs de celles-ci sont en „raison inverse des carrés des distances, ou des quatrièmes „puissances du temps.

„6° Comme la vîtesse apparente, dont nous parlons, dépend „de l'angle ϑ, excepté dans le cas particulier où l'on a $l = l'$ „il s'ensuit qu'à un instant donné ils ne doivent pas être „rangés sur des cercles concentriques autour du centre d'é-„branlement primitif. Ainsi, les points dont les oscillations „sont nulles forment à la surface des suites de courbes qui „se propagent uniformément en restant semblables à elles-„mêmes; et si l'on fait

$$r.\cos\vartheta = x\ ,\ r.\sin.\vartheta = y$$

„l'équation générale de ces courbes, à un instant quelcon-„que, sera

$$(x^2 + y^2)^3 = \frac{g^2\, t^4}{16\,k}(l^2\, x^2 + l'^2\, y^2);$$

„en sorte qu'elles formeront des ovales allongés dans le „sens du plus grand diamètre de l'ébranlement primitif."

Mr. Poisson traite ici le cas, si le corps enfoncé, dans un fluide dont la surface est infinie en tous sens, n'est pas un corps de révolution, ou si l n'est pas égal à l'. Il y montre que la figure de l'onde dépend aussi de la figure du corps. Les points de l'onde produits simultanément n'ont pas la même vîtesse de propagation, mais les parties de l'onde qui viennent de la partie moins courbée du corps se propagent d'après nos expériences, sur des bassins d'une surface assez grande en tout sens, plus vîte que celles qui viennent de la plus courbée. Voy. §. 153. 154. Qu'une onde sorte du corps *A BC* Fig. 34 enfoncé en mercure. Cette onde ne forme pas des cercles autour du centre du corps, mais la figure de la ligne qui le confine exerce une influence prévalante sur la figure

de l'onde naissante. On se rapproche à la figure, que l'onde prend après un certain temps, si l'on suppose que tous les points qui sortoient simultanément des confins du corps, se sont propagés dans les directions de toutes leurs normales avec la vîtesse moyenne de l'onde, dont les parties ne se séparent pas. Cela posé, l'onde *xpdefgh* Fig. 34 aura après une première section de temps la figure *wqrstuv*, où *qwq* et *uvu* sont des arcs de cercles dont les centres sont *C* et *B*, *qu* est parallèle à *pg*. Selon l'observation elles prennent presque la situation de *ilmno*, où les parties qui étoient d'abord droites, *pg*, sont un peu courbées. On voit facilement que la différence de l'onde construite et de sa figure selon l'expérience s'augmente moins à quelque distance qu'au commencement. La figure de l'onde, si elle s'est propagée plus loin, se rapproche de plus en plus à la figure circulaire. Selon cette supposition, et selon la loi des angles égaux dans la réflexion nous avons construit les figures des ondes qui naissent dans un vase elliptique. Si l'on remplit un cône cave de papier, percé à son sommet par une aiguille, avec du mercure, et le fait dégoutter assez vîte dans le foyer du fond elliptique d'un vase rempli de même avec du mercure, on remarque le phénomène représenté Fig. 51. Toutes les ondes, qui sortent de l'un foyer, se rassemblent dans l'autre foyer. Nous avons représenté toutes les figures qu'une onde prend successivement par un nombre d'ondes coexistantes simultanément. Les systèmes d'ellipses et d'hyperboles concentriques qu'on voit très-précisement dans ce phénomène sont l'effet de l'interférence qui a lieu dans le croisement de ces ondes. Voy. §. 171. Nous avons produit un phénomène semblable dans un vase circulaire où nous fîmes tomber les gouttes de mercure au milieu du rayon du fond circulaire. On le voit représenté Fig. 53. Si l'on imagine dans ce vase quarante ondes, on les voit toutes ensemble Fig. 54; l'onde 16e et 20e séparément en Fig. 55, de même en Fig. 56 les ondes 24e — 31e, en Fig. 57 la 32e, 35e, 36e, en Fig. 58 la 38e — 40e. On voit, par l'accord parfait de cette expérience avec la construction théorique, que les

suppositions de la construction viennent très-près de la vérité Voy. §. 172.

„7° C'est dans cette direction que les oscillations *maxima* „se propageront avec la plus grande vîtesse, et dans le sens „du plus petit diamètre, qu'elles se propageront le plus len„tement.... Au contraire, à distances égales à l'ébranlement „primitif l'amplitude de ces oscillation est plus grande dans „la seconde direction que suivant la première.

„Lorsque le corps, dont l'immersion a produit l'ébran„lement du fluide, est un solide de revolution, on a $l = l'$, „et tout est semblable autour de cet ébranlement. Dans ce „cas particulier, que nous allons spécialement examiner, les „points, dont les oscillations sont nulles, sont rangés sur „des cercles concentriques et mobiles, et il en est de même „de ceux qui répondent aux oscillations *maxima*. Les pre„miers cercles partagent les ondes en groupes dont chacun „peut être pris, comme dans le cas d'un canal vertical, pour „une seule onde dentelée. Les ondes dentelées s'élargissent „proportionnellement au temps à mesure qu'elles se propa„gent. Les mouvemens des cercles sont uniformes et com„pris dans l'équation

$$r = \frac{t\sqrt{gl}}{2\sqrt{k}} \ldots$$

„Les cercles correspondans aux oscillations *maxima* se pro„pagent suivant la même loi, c'est-à-dire avec une vîtesse „constante que l'on peut prendre pour celle des ondes dente„lées auxquelles ils appartiennent, et qui est proportion„nelle à la racine carrée du rayon l de la section à fleur „d'eau du corps solide dont l'immersion a produit le mouve„ment."

Nous avons vu jusqu'ici que presque toutes nos expériences s'accordent bien avec la théorie de Mr. Poisson. Elles lui sont contraires à l'égard du théorème de Mr. Poisson, que les noeuds ou les *maxima* des ondes, qui se propagent dans une surface illimitée, retiennent toujours leurs vîtesses, et que l'onde entière n'a pas une vitesse accélérée comme ses dents.

Nous avons nommé les lignes qui conjoignent les points contigus de la surface de l'onde, situés dans un même niveau, les lignes de longueur de l'onde, parcequ'elles déterminent la longueur de l'onde. *) Nos expériences apprennent qu'une onde s'augmentant en longueur pendant sa propagation diminue en vîtesse et en hauteur. La longueur d'une onde s'augmente par exemple dans une onde circulaire qui s'étend en cercles toujours plus grands. Au contraire elle se diminue dans une onde circulaire dont toutes les parties vont vers le centre du cercle, p. e. si l'on ébranle un vase circulaire rempli d'un fluide, des ondes circulaires partent de la circonférence du vase, qui vont vers le centre en formant un cercle qui se diminue toujours. Le fond du vase Fig. 32 est un octant, dont les parois latéraux étoient deux lames de verre de 2 pieds 8 pouces de long et 6 pouces de large joints par un paroi de bois formant un arc de cercle. Ce vase fut rempli d'eau à trois pouces, et les ondes furent produites dans l'angle du centre de l'octant par le débaissement d'une colonne d'eau qui avoit 3 pouces de longueur et 5,7 lignes d'épaisseur. Nous mesurions, en même temps, le temps pendant lequel l'onde alla du centre jusqu'à la circonférence et de la circonférence jusqu'au centre. Nous avons transformé l'octant en un demi-octant, et en un quart d'octant, par l'inposition d'un mince paroi de bois. Les ondes alloient plus vite dans un quart d'octant que dans un demi-octant, et dans celui-ci plus vîte que dans un octant entier. Table XXIII. p. 194. contient dans sa seconde colonne verticale les expériences sur la vîtesse de l'onde dans l'octant entier, dans sa colonne troisième celles sur la vîtesse de l'onde dans le demi-octant, dans sa quatrième celles sur la vîtesse de l'onde dans le quart d'octant. Voy. §. 144, p. 192 — 195.

Nos expériences ne confirment pas non plus, qu'une onde, produite par un corps dont l'un diamètre est plus long que l'autre, se propage plus lentement dans la partie de l'onde

*) D'autres physiciens ont nommé, ce que nous appelons la longueur de l'onde, sa largeur.

moins courbée que dans la partie plus courbée. La partie moins courbée retient en se propageant une élevation plus grande, et semble se rallentir moins.

§. 234.

„Pour confirmer ces résultats de la théorie, nous allons „en faire l'application à quelques expériences sur la vitesse „des ondes que Mr. Biot a faites autrefois, et dont il a con- „servé une note qu'il a bien voulu nous communiquer. Cette „note renferme les résultats de quatre expériences dans les- „quelleson a observé le temps que la première onde, produite „par l'immersion d'un corps solide, emploie à parcourir un „espace égal à un mètre; or, en faisant $r = l$ dans la formule „$r = (0{,}3027)\, t\sqrt{gl}$ que nous venons de trouver pour le „mouvement de cette onde, on en déduit $t = \frac{3{,}3036}{\sqrt{gl}}$; il s'agit „donc de comparer les temps observés de Mr. Biot à celui „qui est déterminé par cette formule, dans laquelle on fera „$g = 9^m$, 8088, et l'on exprimera le rayon l en mètres: le „temps se trouvera alors exprimé en secondes sexagésimales. „Le tableau suivant contient, dans la première colonne „l'indication de la figure du corps plongé; dans la seconde „la valeur du rayon l de sa section à fleur d'eau; dans la „troisième, le temps observé, et dans la quatrième le temps „calculé.

Corps plongés.	Valeurs de l.	Temps observé.	Temps calculé.
Sphère d'un rayon égal à 0^m, 0 5	$l = 0^m$, 03	5″	6″ 09
Sphère d'un rayon égal à 0^m, 1	$l = 0^m$, 0436	4″	5″ 05
Paraboloide			
Ellipsoide dont l'axe	$l = 0^m$, 02	7″	7″ 46
vertical est double de l'horizontal.	$l = 0^m$, 015	8″	8″ 61

„Si l'on fait attention que Mr. Biot n'a pas donné les „fractions de seconde on verra que la différence entre le „temps calculé et le temps observé, qui s'élèvent à une se-

„seconde dans les deux premières expériences, et seulement à „une demi-seconde dans les deux dernières, est comprise „dans les limites des erreurs que ce genre d'observations „peut comporter. On peut aussi remarquer que les temps „observés sont tous quatre moindres que les temps calculés, „ce qui vient sans doute que Mr. Biot aura suivi, le mouve- „ment apparent d'un des cercles qui précédent celui des plus „grandes oscillations auxquelles se rapportent les temps cal- „culés.“

Dans le cas, que la forme du corps enfoncé diffère du paraboloide, Mr. Poisson dit: „On verra que cette correction est très-petite en général“; ce qui s'accorde très-bien avec nos expériences, selon lesquelles la figure du corps enfoncé n'a presqu'aucune influence sensible.

§. 235.

„(§. VII) Propagation du mouvement dans l'intérieur du „fluide, en ayant égard à ses trois dimensions.

„On a pour la profondeur à laquelle a lieu le premier „*maximum* de vîtesse, à un instant donné,

$$z = (2{,}2252)\frac{gt^2}{2};$$

„en sorte que ce *maximum* se propage d'un mouvement uni- „formément accéléré sous une vîtesse qui surpasse le double „de celle des corps pesans.

„Ce qui montre que le second *maximum* de vîtesse a „lieu entre les deux stations de la molécule fluide, et qui „se propage avec une accélération qui n'est pas le quart de „celle des corps pesans.

„Le troisième *maximum* a donc lieu, en effet, après la „seconde station dont nous avons déterminé l'époque dans le „numéro précédent; il se propage sous une vîtesse qui n'est „que le 15e de celle de la pesanteur.“

§. 236.

Lorsque deux ondes égales se croisent, dont chacune a une partie élevée sur le niveau ordinaire de l'eau, suite par

la partie inférieure au niveau, l'élevation, qui nait au moment où les parties élevées des deux ondes s'unissent, a presque la double hauteur de la partie élevée de l'une onde, ou, plus exactement, la hautdur de chacune des deux élevations avant de s'être unies est à leur hauteur pendant leur union comme 1 à 1,79. En Fig. 38. *AB* soit le fond du canal Fig. 12, *CD* soit le niveau ordinaire de la surface du mercure dont la profondeur est de deux pouces.

Nous enfonçames verticalement une feuille d'ardoise poudrée au milieu du canal parallèlement aux parois du canal, après avoir marqué sur cette feuille la hauteur du niveau ordinaire du mercure. Les sommets des deux ondes, produites aux deux extrémités du canal par le débaissement de colonnes de mercure également grandes, dépoudroient le tableau jusqu'à la droite *EF*. Au-dessus de la ligne *EF* on aperçut la place *GH*, où les deux élevations s'étoient unies, délivrée de la poudre, et elles avoient indiqué de cette manière la différence de la hauteur des élevations unies et de la hauteur d'une élevation simple. Tab. XXV page 215 contient les mesures que nous avons faites semblablement au moyen d'un carreau de verre terni dans l'eau de deux pouces de profondeur. Les ondes y furent produites aux deux extrémités du canal par deux colonnes d'eau baissantes de 6 pouces de hauteur et de 5,7 lignes d'épaisseur. La seconde section verticale contient les hauteurs des élevations simples, la troisième les hauteurs des élevations unies. En-dessous nous avons indiqué la moyenne de 12 observations. Voy. §. 159. 150.

Pendant que le creux d'une onde traverse une élevation, l'interférence apparoît. La construction Fig. 48. en fait voir le procédé. No. 1. *abcde* et *fghik* représentent deux ondes se rencontrant dans les directions des flèches. No. 2, chaque onde a parcouru l'espace d'un seizième de sa largeur de manière que l'élevation et le creux de ces deux ondes se sont réunis dans un quart de leur largeur. On obtient la figure approchée de ces ondes dans ce moment, en construisant les perpendicules $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$ sur la ligne *AB* qui

est dans le niveau du fluide. Si l'on soustrait la partie du perpendicule, qui est au-dessous de la ligne *AB*, de la partie qui est au-dessus de *AB*, on obtient quelques points de la surface des ondes. En continuant cette construction, on parviendra Fig. 49. No. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 aux contours successifs de ces deux ondes pendant qu'elles se traversent. Les observations s'accordent avec ces résultats. Voyez page 232. Pour les routes d'oscillation des molécules, elles sont changées par cette rencontre de manière que leurs mouvements horizontaux se détruisent presque entièrement, et que leurs mouvements verticaux se renforcent presqu'au double. Les molécules parcourent ici dans leur ascension et dans leur descension les mêmes routes, elles n'ont donc plus une route circulaire ou elliptique. Voyez §. 162. Cette rencontre empêche par un très-petit espace de temps la propagation des ondes. Voyez Tab. XXVI page 221. Nous avons déterminé le temps dans lequel une onde, produite par une colonne d'eau baissante qui avoit 6 pouces de hauteur et 5,7 lignes de diamètre, parcourut le canal Fig. 12. rempli d'eau à 2 pouces, et nous avons comparé le temps dans lequel une onde égale à celle-là parcourut le même espace en rencontrant une autre onde de la même grandeur.

Tab. XXVI, la première section verticale montre le temps dans lequel une onde parcourt les 64 pouces 3 lignes du canal, la seconde montre le temps si l'onde traversa une autre onde également grande dans ce chemin. En dessous on voit les moyennes de ces observations.

Selon ces observations la perte du temps est égale à 7 tierces; mais cette perte n'est pas l'effet d'une seule rencontre; l'onde rencontre dans les circonstances données une série d'ondes. Voyez §. 164. 165.

Le réfléchissement des ondes produit un phénomène semblable à celui qui est produit par la rencontre. Dans le réfléchissement les deux moitiés d'une onde se traversent. Pendant que la partie antérieure de l'élevation traverse la partie postérieure de l'élevation, celle-ci a presque la double hauteur; pendant que les deux parties du creux de cette onde s'unissent, le creux acquiert presque la double

profondeur; pendant que l'élevation et le creux de cette onde s'unissent, l'interférence est produite. Voyez Tab. XXVII page 227. Les ondes y furent produites à l'extrémité du canal Fig. 12. par le débaissement d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de diamètre.

La première section verticale de la table XXVII montre la hauteur de cette élevation avant son réfléchissement; la seconde montre la hauteur pendant son réfléchissement à l'extrémité du canal. Les ondes dont les creux devoit précéder les élevations ont été produites par l'élevation d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de diamètre dans un tuyau enfoncé à 1 pouce. La troisième section verticale de la table XXVII donne la profondeur du creux précédant avant son réfléchissement; la quatrième sa profondeur pendant son réfléchissement.

Ces hauteurs et ces profondeurs ont été mesurées par un compas à ressort bien empointé, dont l'une branche fut mise à la surface extérieure du paroi de verre dans le niveau ordinaire du fluide, l'autre branche indiqua la hauteur ou la profondeur cherchée d'une onde. Les routes d'oscillation des molécules d'une onde, qui est rejetée, ressemblent à celles des molecules de deux ondes qui se rencontrent. Le mouvement vertical augmente pendant que le mouvement horizontal diminue.

L'interférence produite par le réfléchissement est aperçue très-bien par les yeux; la surface de l'eau fait ici un mouvement qui ressemble au mouvement d'un levier dans lequel le point d'appui tombe entre les deux forces. Fig. 47. No. 1, 2, 3, 4, 5 représente les changemens qu'une onde éprouve successivement dans son réfléchissement. Voyez §. 166—168. D'ailleurs les ondes sont rejetées de manière que la direction d'une tranche de l'onde qui s'approche d'un obstacle, et la direction de cette tranche réfléchie forment, avec la surface de l'obstacle réfléchissant des angles égaux. Voyez §. 171. Nous avons placé dans le milieu du canal Fig. 12 rempli d'eau à 6 pouces un paroi joignant exactement les deux parois du canal. Ce paroi fut enfoncé successivement 1, 2, 3, 4, et 5 pouces au-dessous de la surface de l'eau. Nous avons produit des ondes à l'extrémité du canal par le débaissement d'une co-

lonne de 4 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de diamètre. Nous avons vu que l'une partie de l'onde est rejetée par le paroi, et l'autre partie, sans être troublée par le paroi, se propage dans l'autre moitié du canal où l'on voit très-bien son mouvement, aussi dans la surface. L'onde primitivement produite est donc divisée en deux ondes. Voyez Tab. XXIX. page 236.

Tab. XXIX, la première section verticale indique les profondeurs jusqu'auxquelles le paroi de séparation fut plongé; la seconde indique la plus grande hauteur de l'onde immédiatement devant le paroi; la troisième, la hauteur de l'onde immédiatement derrière le paroi; la quatrième, la hauteur de l'onde qui n'étoit pas rejetée par le paroi à l'extrémité du canal; la cinquième, la hauteur de l'onde rejetée par le paroi au commencement du canal.

Si l'onde rencontre un paroi Fig. 49. *AB CD* interrompu par l'ouverture *BC*, elle se propage en partie par l'ouverture, où elle n'est pas empêchée, et les autres parties en sont rejetées par le paroi. Ces deux parties de l'onde restent toujours conjointes par une troisième partie courbée 7*by*, 8*by* etc. et 7*fy*, 8*fy* etc. Ces troisièmes parties des ondes produite par l'inflexion sont, comme il semble, des arcs de cercles dont les centres sont *C* et *D*. Nous avons fait ces expériences dans une caisse carrée de bois dont les parois avoit 16 pouces de longueur et dont le fond étoit couvert de mercure à deux lignes. Dans ces expériences le paroi *AB CD* qui produit l'inflexion termine en même temps la troisième partie de l'onde produite par l'inflexion. Le mouvement ondulatoire n'est pas empêché de cette manière quand on meut un corps, par exemple une rame, dans l'eau, et le relève ensuite. L'eau est accumulée devant la rame. L'élévation produite de cette manière s'infléchit aux extrémités de la rame, et on voit deux tournants qui font des mouvemens opposés en arrière des deux arêtes de la rame. Fig. 66, 67, 68, 69 et 70 représentent ce procédé. Il semble que les tournants soient produits par l'inflexion qui n'est pas terminée. Voyez §. 179 — 180.

Nous venons à expliquer des expériences, qui pourroient, il nous semble, être soumises à l'analyse plus facilement

que la précédente où il y avoit tant de circonstances influantes sur le phénomène. Nous avons contemplé page 295—303 les oscillations d'un fluide dans un appareil de tuyaux composé d'un tuyau horizontal communiquant avec trois ou plusieurs tuyaux verticaux. Que trois tuyaux verticaux mis à distances égales communiquent avec le tuyau horizontal, et que le fluide soit levé dans le tuyau Fig. 89. *A*. Si l'on fait tomber la colonne élevée après que le fluide est devenu tranquille, le fluide du tuyau *B* oscille très-exactement dix fois pendant que le fluide en *A* et *C* oscille sept fois. Au contraire, quand le fluide fut levé et retomba en *B*, les colonnes fluides dans les tuyaux toutes les trois oscillèrent dans le même espace de temps dix fois. Fig. 68 représente un tuyau de bois de 2 pieds de longueur et de $\frac{1}{4}$ pouce carré d'amplitude, dans lequel nous avons fait les expériences suivantes. Ce tuyau étoit fermé par ses deux bouts. Dans son paroi supérieur il y avoit trois trous, deux aux extrémités, et un au milieu de la longueur du tuyau. Nous avions attaché par de la cire d'Espagne à ces trous trois tuyaux de verre de 3,6 lignes de diamètre. Dans la première classe d'expériences que nous avons faites dans cet appareil, où nous avions rempli le tuyau horizontal avec du mercure de sorte que le mercure n'entroit que très-peu dans les tuyaux verticaux, nous avons observé très-exactement que le mercure du troisième tuyau faisoit sept oscillations pendant que le tuyau second en faisoit dix. Cette raison est très-rapprochée à la raison de $1 : \sqrt{2}$ ou à la raison des racines carrées des longueurs de deux tuyaux, dont l'un joint les deux tuyaux verticaux extrêmes, et dont l'autre joint l'un tuyau extrême avec le tuyau moyen.

Dans la seconde classe d'expériences, que nous avons faites dans cet appareil, nous avons rempli les tuyaux verticaux de mercure à une hauteur de 1 pouce 11 lignes. Ensuite nous avons obtenu les résultats contenus dans la table suivante.

Table XXXVII.

pour comparer les temps d'oscillation du mercure dans les tuyaux verticaux extrêmes et dans le tuyau moyen de l'appareil Fig. 86, quand le mercure fut élevé dans l'un des deux premiers à une hauteur de 2 pouces au-dessus de son niveau ordinaire, de laquelle il retombe ensuite.

Nombre des oscillations *)	Dans les tuyaux extrêmes	Dans le tuyau moyen
12 oscill.	8 sec. 13 tierces.	5 sec. 58 tierces.
	8 — 17 —	6 — - —
	8 — 22 —	6 — 4 —
	8 — 20 —	
	8 — 12 —	
moyennes	8 sec. 17 tierces.	6 sec.
1 oscill.	41½ tierces.	30 tierces.

Nous avons fait la troisième classe d'expériences dans un appareil semblable dont le tuyau horizontal avoit 37 pouces 4 lignes de longueur. Ces expériences sont contenues dans la table suivante.

Table XXXVIII.

pour comparer les temps d'oscillation du mercure dans les tuyaux verticaux extrêmes et dans le tuyau moyen de cet appareil

Nombre des oscillations	Dans les tuyaux extrêmes.	Dans le tuyau moyen
12 oscill.	13 sec. 30 tierces.	9 sec. 28 tierces.
	13 — 43 —	9 — 30 —
	13 — 36 —	9 — 30 —
	13 — 40 —	9 — 30 —
	13 — 45 —	
moyennes	13 sec. 39 tierces.	9 sec. 30 tierces.
1 oscill.	1 sec. 8¼ tierces.	47½ tierces.

*) Nous appelons *une oscillation* le mouvement d'une colonne en-dessus et en-dessous.

Si l'on fait communiquer un grand nombre de tuyaux verticaux, qui sont à distances égales, par un tuyau horizontal de manière que Fig. 87. représente 37 tuyaux de verre, et qu'on les remplisse d'un fluide à une certaine hauteur, et lève ensuite une colonne de fluide par le premier tuyau et la fasse retomber, on voit naître une onde qui se propage par toute la longueur de l'appareil. Après être parvenue à l'autre extrémité de l'appareil, l'onde retourne à celle de laquelle elle est partie; et ainsi de suite. On voit très-bien à travers les tuyaux de verre ce mouvement progressif. Les molécules de l'eau oscillent pendant le mouvement ondulatoire dans un fluide libre dans des routes elliptiques. On peut imaginer ce mouvement composé d'un mouvement horizontal et d'un mouvement vertical. En effet, dans les expériences décrites, ces deux dimensions du mouvement des molécules sont séparées, car dans le tuyau horizontal les molécules ne peuvent se mouvoir que horizontalement, dans les tuyaux verticaux elles ne peuvent se mouvoir que verticalement.

Pour apprendre l'influence d'un choc fait contre une partie de la surface d'un fluide libre sur les parties voisines, nous avons rempli de mercure le tuyau Fig. 85 $\alpha\beta$ de 2 pieds de longueur et de $\frac{1}{4}$ pouce carré d'amplitude, qui avoit dans son paroi supérieur neuf ouvertures de 4,6 lignes de diamètre dont chacune étoit éloignée des deux voisines à 3 pouces, de manière que le mercure formoit au-dessus des neuf ouvertures des élevations convexes et égales, aussi hautes que l'adhésion des molécules du mercure entre-elles le rendoit possible. Auparavant, l'un de nous avoit levé une colonne de mercure par un tuyau pratiqué dans l'ouverture a jusqu'à une hauteur de $\frac{1}{4}$ à 4 pouces où elle fut retenue quelque temps. Ensuite il fit retomber cette colonne de mercure, après quoi le mercure pouvoit s'écouler de chaque ouverture dans un des vases séparés b', c', d', e', f', g', h', i'. Nous avons reconnu par ces expériences: 1° que l'on ne peut apercevoir l'effet du choc par lequel le mercure s'écoule des ouvertures que dans un certain nombre de ces trous; il n'y avoit donc pas une onde propagée: 2° que plus une ouverture étoit

près du tuyau, plus il s'en écouloit de mercure: 3° que le mercure s'écouloit d'un plus grand nombre de ces ouvertures quand le choc étoit plus fort: 4° que le choc d'une plus grande colonne n'augmentoit point également l'écoulement du mercure de toutes les ouvertures; mais qu'il l'augmentoit proportionnellement davantage dans les ouvertures plus éloignées, et moins dans les ouvertures voisines: 5° que la colonne de mercure retombante faisoit s'écouler une plus grande quantité de mercure qu'elle ne contenoit elle-même, et que ce surplus augmentoit très-sensiblement avec la hauteur de la colonne tombante. Voyez tab. XXX page 287.

Tab. XXX, la première section verticale indique la hauteur et le poids de la colonne élevée dans le tuyau aa'; la seconde donne le poids du mercure écoulé de b; la troisième, le poids du mercure écoulé de c; la quatrième, le poids du mercure écoulé de d; la cinquième le poids du mercure écoulé de e; la sixième le poids du mercure écoulé de f; la septième, le poids de la somme du mercure écoulé de toutes les ouvertures.

Le mercure jamais dans nos expériences ne s'écouloit des ouvertures g, h, i; mais il s'écouloit dans quelques expériences deux fois des ouvertures les plus voisines de a. Il falloit donc écarter dans ces expériences les vases b' et c' après le premier effet du choc.

§. 237.

Cauchy.

Gleichzeitig mit Poisson beschäftigte sich Cauchy damit, die Bewegung der Wellen aus den Hauptgleichungen der Mechanik abzuleiten. Seine Abhandlung ist von der Pariser Academie im Jahre 1815 gekrönt, und jetzt in ihren Memoiren mit bedeutenden Erweiterungen, die ihr der Verfasser durch eine Reihe hinzugefügter Noten gegeben hat, abgedruckt worden. Sie ist aber noch nicht im Buchhandel erschienen, und so sehr wir uns bemühet haben, sie auf einem andern Wege zu erhalten, und obgleich Hr. Cauchy selbst so gefällig war, uns auf unsere Bitte ein Exemplar unmittelbar aus der Druckerey zu verschaffen; so haben wir sie doch, durch Verspätigung einer Sendung Bücher, bis jetzt noch nicht bekommen.

Wir kennen daher über diese Abhandlung nur das, was Fourrier in seiner Analyse des travaux de l'acad. roy. des sc. pendant l'année 1823 p. 27 darüber gesagt, und was Cauchy selbst in einem an uns gerichteten Briefe darüber erwähnt hat.

Unter andern sagt Fourrier: Pour connoître les lois générales des ondes produites par l'émersion d'un très-petit corps, il est indispensable de conserver dans la solution une fonction qui exprime la forme entièrement arbitraire du solide plongé. C'est ce qui a lieu aussi dans une question analogue, celle des mouvemens vibratoires d'une table élastique de dimensions indéfinies: la solution qu'on a donnée de cette question n'est générale que par ce qu'on y a conservé une fonction entièrement arbitraire relative à la forme initiale de la surface. L'analyse par laquelle Mr. Cauchy exprime le mouvement des ondes satisfait à cette condition: elle convient à une forme quelconque du corps immergé. C'est le caractère principal des recherches qu'il vient de publier. Il en déduit une conséquence conforme à celle que nous avions fait remarquer dans une note imprimée en 1818, savoir, que les vîtesses et les hauteurs de différentes ondes, produites par l'émersion d'un corps cylindrique, ne dépendent pas seulement de la largeur et de la hauteur de la partie plongée, mais encore de la forme de la surface qui termine cette partie. On doit remarquer avec l'auteur le cas où la courbe propre à cette surface, étant divisée en deux parties symmétriques, tourne constamment sa convexité vers l'origine des coordonnées, et présente au point le plus bas une sorte de rebroussement. Alors les ondes propagées avec une vîtesse constante peuvent se réduire à une seule. Cauchy drückt sich in seinem Briefe an uns hierüber so aus: der Einfluſs, welchen die Gestalt des eingetauchten Körpers auf die Anzahl der entstehenden Wellen hat, ist sehr beträchtlich. In gewissen Fällen, wo der Körper sich in einer Spitze endigt, entsteht nur eine einzige Welle.

Fourrier bemerkt auch noch, daſs die von Cauchy gegebene Auflösung auf eine Weise ausgedrückt ist, welche bey ihrer

Anwendung die Berechnungen sehr leicht macht, und den ganzen Vorgang der Erscheinung bis ins Einzelne erkennen läfst.

§. 238.

BIDONE.

Es folgt nun die Abhandlung von BIDONE, einem Italiänischen Geometer in Turin. Auch diese Abhandlung, welche im Recueil de l'Acad. de Turin, tome XXV, Année 1820 enthalten ist, haben wir nicht bekommen können, da dieser Theil der Turiner Denkschriften auf den Universitätsbibliotheken in Halle und Leipzig, und der Bibliothek in Dresden nicht vorhanden war. Wir kennen daher blofs den sehr kurzen Auszug aus dieser Abhandlung in den Bullet. de la société philomatique 1823 Seite 111. 112.

BIDONE hatte sich vorgesetzt, die Resultate der Versuche über die Fortpflanzung der Wellen mit den Resultaten der Poissonschen Theorie zu vergleichen. Er hat dabey eine Schwierigkeit zu besiegen gehabt, indem bey der Erregungsweise, die POISSON voraussetzt, der Körper, welcher schnell aus dem Wasser gezogen wird, eine Wassersäule bis zu einer gewissen Höhe über dem Niveau mit sich fortreifst, welche, indem sie auf der Stelle wieder niedersinkt, selbst Wellen hervorbringt. Auf diese dem eingetauchten Körper beym Herausziehen nachfolgende Wassersäule ist von POISSON natürlich nicht Rücksicht genommen worden, da sie aus zwey Ursachen entsteht, die der Einfachheit wegen stets aus diesen Rechnungen ausgeschlossen werden müssen, nämlich dem Drucke der Atmosphäre gegen die Oberfläche des Wassers, und der Adhäsion der Theilchen des Wassers am eingetauchten Körper. Um nun Wellen hervorzubringen, welche blofs von der Gestalt des eingetauchten Körpers, und blofs von der Wirkung der Schwere herrühren, beobachtete er die an der Oberfläche des Wassers sich fortpflanzenden Wellen in dem Augenblicke, wo man den Körper aus dem Wasser zu ziehen anfing.

In den Versuchen, in welchen alle Voraussetzungen der Theorie hinreichend erfüllt wurden, stimmten die Resultate mit den Angaben der Poissonschen Rechnung überein.

Zweyter Haupttheil.

Wellen in Beziehung auf Schall und Licht.

Zweyter Haupttheil.

Erster Abschnitt.

Wellen in Beziehung auf Schall und Licht.

Erste Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf den Schall.

Erster Abschnitt.

Ueber die secundäre (transversale) fortschreitende Schwingung, oder über die Wellen durch Beugung, an fadenförmigen, gespannten Körpern.

§. 239.

In welcher Richtung man eine gespannte Saite stofsen mag, in der Richtung ihrer Länge selbst oder senkrecht auf dieselbe, so wird dieser Stofs jederzeit durch die *ganze* Saite, wie lang sie auch sey, mit einer sehr grofsen, aber noch mefsbaren Geschwindigkeit fortgepflanzt, und am andern Ende der Saite wahrnehmbar, z. B. wenn man die Saite daselbst, in dem man die Ohren verschliefst, zwischen die Zähne fafst. Es ist dieses der nämliche Vorgang, durch welchen der Schall auch in der Luft, im Wasser und durch alle feste Körper fortgepflanzt wird, z. B. mitten durch Felsen hindurch, wenn ein Bergmann das Klopfen eines andern, in einer entfernten Gewerkstrecke arbeitenden Bergmanns hört.

Dieser Vorgang besteht nämlich in einer Fortpflanzung einer Schwingung von Theilchen zu Theilchen, die Chladni die *mitgetheilte longitudinale Schwingung*, Savart die *mitgetheilte tangentiale Schwingung* genannt hat. Diese Namen rühren daher, dafs die Theilchen einer Saite im ge-

wöhnlichen Falle, bey diesem fortgepflanzten Stoſse, in der Richtung der Länge der Saite, oder, bey einem durch eine Fläche fortgepflanzten Stoſse, in der Richtung der Tangenten dieser Fläche sich hin und her bewegen. Aber da der Stoſs bey Körpern, die einen cubischen Raum erfüllen, wie die Luft oder Felsen, weder bloſs der Länge nach, noch bloſs in der Richtung der Tangenten dieser Körper fortgepflanzt wird; so ziehen wir es vor, die Wellen, welche mit dem fortgepflanzten Stoſs ein und dasselbe sind, *primäre* Wellen zu nennen.

Die Richtung, in welcher der Stoſs fortschreitet, ist also unabhängig von der Richtung, in der sich die durch den Stoſs bewegten Theilchen bewegen, wie Savart auch an flächenförmigen Körpern durch sehr schöne Versuche bewiesen hat. *a b c d e f* Fig. 105 seyen kleinste Theile einer Saite *A B*, welche, vermöge ihrer gegenseitig anziehenden Kräfte, in einer gewissen Spannung sich befinden, d. h. in einem Verhältnisse zu einander stehen, vermöge dessen sich keines dem andern nähern, oder von ihm entfernen kann, ohne ihm eine Bewegung nach derselben Richtung mitzutheilen. Gesetzt das Theilchen *c* würde nach *d* zu gestoſsen, so kann es sich *d* nicht nähern, ohne auch *d* in Bewegung zu setzen. Da nun aber *d* sich gleichfalls nicht nach *e* zu bebewegen kann, ohne *e* gleichfalls eine Bewegung nach *f* mitzutheilen u. s. f., so muſs der Stoſs nach dem Ende *B* zu auf eine ähnliche Weise fortschreiten, wie er durch eine Reihe sich berührender, elfenbeinerner Kugeln fortschreitet. Allein da *c* sich auch nicht nach *d* zu bewegen, und von *b* entfernen kann, ohne *b* gleichfalls nach *B* in Bewegung zu setzen, und *b* gleichfalls *a* bewegen muſs, wenn es sich selbst nach *B* zu bewegen will, so muſs von *d* theils ein Stoſs nach *B* zu, theils ein Stoſs nach *A* zu fortschreiten, mit dem Unterschiede, daſs die Theilchen, welche durch den nach *B* zu fortschreitenden Stoſs in Bewegung gesetzt werden, sich in der nämlichen Richtung als der fortschreitende Stoſs bewegen; daſs dagegen diejenigen Theilchen, die durch den nach *A* zu fortschreitenden Stoſs in Bewegung gesetzt werden,

sich in der entgegengesetzten Richtung bewegen, als die des fortschreitenden Stofses ist. Das Theilchen *c* kann sich aber auch nicht in der Richtung nach *y* bewegen, ohne sich von *b* und *d* zu entfernen, und also *b* und *d* in Bewegung zu setzen. In dem Falle wenn *b* und *d*, *c* gewisse Flächen zukehrten, die in einer bestimmten Lage gegen die Flächen von *c* zu bleiben strebten, wie das bey steifen Körpern der Fall ist, würde sich *c* auch nicht nach *y* bewegen können, ohne *b* und *d* eine Bewegung in einer parallelen Richtung unmittelbar mitzutheilen. Derselbe Fall würde zwischen *d* und *e*, *e* und *f* statt finden, und so würden zwey Stofswellen von *c* nach *B* und von *c* nach *A* fortschreiten, welche die Theilchen, durch welche sie hindurchgehen, in eine Bewegung setzten, deren Richtung senkrecht auf der Bahn der Welle wäre. Alle diese Stofswellen würden mit derselben Geschwindigkeit fortschreiten, mit einer Geschwindigkeit nämlich, welche mit der durch den Zusammenhang der Theilchen herrührenden Spannung wächst und mit dem Gewichte der Theilchen abnimmt. Die Ursache dieser ersten Klasse von Wellen ist eine Verdünnung oder Verdichtung, die sich von Theilchen zu Theilchen fortpflanzt.

Es giebt aber eine zweyte Klasse von Wellen, welche nicht nothwendig mit Verdünnung oder Verdichtung verbunden zu seyn braucht, sondern bey deren Fortpflanzung eine blofse Verschiebung der Theile, ohne Verdünnung oder Verdichtung, statt zu finden braucht, und welche ihre grofse Verschiedenheit von der ersten Klasse von Wellen dadurch beurkundet, dafs ihr Fortschreiten viel langsamer geschieht als bey jener. Ein vollkommen passendes Beyspiel einer solchen Schwingung würde ein unausdehnbarer, vollkommen biegsamer Faden geben, der an seinem Ende über eine Rolle gespannt und an irgend einer Stelle senkrecht auf seine Länge gestofsen würde. In diesem Falle bringt die Fortpflanzung des ersten Stofses eine Ausbeugung hervor; aber am Fortschreiten dieser Ausbeugung hat die Fortpflanzung des ersten Stofses keinen Antheil, vielmehr ist es das Bestreben der Theilchen des Fadens in

die geradlinige Lage zurückzukehren, durch welches die benachbarten Theilchen, welche sich noch in der ursprünglichen Lage befinden, genöthigt werden, aus derselben zu weichen, worauf denn auch diese durch das Bestreben in ihre ursprüngliche Lage zurückzukehren, gleichfalls die benachbarten ruhenden Theilchen aus ihrer Lage verschieben.

Ein solcher Faden *AB* Fig. 106 (1.) sey in die Lage *Ab cdefB* gebracht. Diefs war geschehen, ohne dafs sich der Faden ausdehnte, vielmehr mufste sich durch den fortgepflanzten Stofs so viel von dem Faden bey *b* über der Rolle heraufziehen, als *Abc* gröfser als *Ab′c* ist. Schon durch eine Zerlegung der hier wirkenden Kräfte sieht man ein, dafs eine solche Welle fortschreiten mufs. Die Spannung zwischen allen Puncten des Fadens ist nämlich gleich grofs; daher wird *b* eben so stark nach *A* als nach *c* gezogen. Die Kraft *Ab* läfst sich aber zerlegen in eine Kraft *bb′* und *bb″* Die Kraft *bc* aber läfst sich auf ähnliche Art in die Kraft *bb′* und *bb‴* zerlegen. Da sich nun die Kräfte *bb″* und *bb‴* aufheben, so bleibt nur die verdoppelte Kraft *bb′* übrig, mit welcher das Theilchen nach *b′* strebt. *c* dagegen wird zu gleicher Zeit eben so stark nach *b* als nach *d* gezogen. Die Kraft *cb* läfst sich zerlegen in die Kraft *cc′* und *cc″*; eben so läfst sich die Kraft *cd* in die Kraft *cc′* und *cc‴* zerlegen. *cc″* und *cc‴* heben sich auf, und das Theilchen bewegt sich also vermöge der verdoppelten Kraft *cc′* nach *c′*. Durch diese gleichzeitigen Bewegungen erhält der Faden die Lage *Ab′c′defB*. Wendet man dieselbe Betrachtungsart auf diese neue Lage des Fadens an, so erhält in einem zweyten Momente (2.) der Faden die Lage *Ab′cd′efB*, und in einem dritten Momente (3) die Lage *Ab′cde′fB*.

Weil diese Wellen nur eine dem fortgepflanzten Stofse nachfolgende Wirkung sind, nennen wir sie *secundäre*, und unterscheiden sie dadurch von jener ersten Klasse von Wellen, welche ein und dasselbe mit dem fortgepflanzten Stofse sind, und die wir deswegen *primäre* genannt haben. Daraus, dafs die secundären Wellen statt finden können, ohne eine Verdünnung oder Verdichtung der Theilchen mit sich

zu führen, folgt aber noch nicht, dafs sie nicht dennoch häufig von ihr begleitet wären, wie das in der That bey Saiten, die fest aufgespannt sind, der Fall ist.

§. 240.

Die secundären Wellen lassen sich an aufgespannten Seilen von 50 Fufs Länge und $\frac{1}{3}$ Zoll Durchmesser sehr gut beobachten, indem man hier das successive Fortschreiten der Welle mit Augen sehen kann. Seite 3 sind solche Versuche erwähnt, und Fig. 1. abgebildet worden. Sind nämlich die Puncte *a b c d* durch einen schnellen Stofs von unten nach oben in die Lage *a′ b′ c′ d′* gebracht worden, so rückt die entstandene, über der Linie des ruhenden Seiles erhabene Ausbeugung in sechs auf einander folgenden Zeitabschnitten bey (2.) (3.) (4.) (5.) (6.) (7.), ohne beträchtlich niedriger zu werden, bis ans Ende *B*, wird hierauf in dem folgenden Zeitraume von dem Befestigungspuncte *B* zurückgeworfen, und nimmt dabey die umgekehrte Lage an, so dafs die Ausbeugung nun unter die Linie des ruhenden Seiles vertieft ist, statt dafs sie vorher erhaben war, und in dieser Gestalt nach dem Ende *A* zurückschreitet, wo sie, von neuen zurückgeworfen, ihre Lage über der Linie des ruhenden Seiles wieder annimmt, und dann den Weg von *A* nach *B* und von *B* nach *A* auf die beschriebene Weise oftmals wiederholt.

An einem dicken, 190 Fufs langen Seile, welches über die Saale bey Halle gespannt war, sahen wir die Welle 16 mal über den Flufs hinüber und herüber laufen.

Eine sorgfältigere Beobachtung eines einzelnen Punctes des Seiles, z. B. *f*, lehrt, dafs wenn die Welle (bey 3.) bis nach *f* vorwärts gerückt ist, *f* allmählig nach *f′* (bey 4.) steigt, und hierauf (bey 5. und 6.) nach *f* zurückkehrt, indem es um ein kleines wenig unter die Linie des ruhenden Seiles herab sinkt und von da vollkommen in die Lage des ruhenden Seiles zurückkehrt. (Da der Punct *f*, wenn der Stofs stark, aber nur augenblicklich ist, nach der später zu entwickelnden Theorie nur bis zur Lage des ruhenden Seiles

herabsinkt, so haben wir in der Zeichnung den Umstand, daſs er bey unsern Versuchen, wo der Stoſs nicht wirklich momentan war, um ein sehr geringes unter diese Linie herabsank, vernachläſsigt.) Hierauf ruhet der Punct *f*, bis die Welle, am Ende *b* zurückgeworfen, (bey 9.) wieder an ihn kommt, und ihn auf dieselbe Weise, aber in der entgegengesetzten Richtung, d. h. nach abwärts und dann zurück nach aufwärts zu bewegen nöthigt. Ist daher das Ende *B* sehr weit von *f* entfernt, und dauert es daher sehr lange, bis die Welle nach *B* gelangt, und von *B* zurückgeworfen nach *f* zurückkehrt, so beharrt *f* sehr lange in seiner Ruhe, und würde immer in Ruhe bleiben, wenn das Seil unendlich lang wäre.

§. 241.

Eine Abänderung bemerkt man in der Erscheinung, wenn man das Seil *AB* Fig. 107 bey *c* mit dem Finger faſst, in der Linie des ruhenden Seiles festhält, zugleich aber *b* nach aufwärts spannt, und dann, an beyden Stellen das Seil loslassend, es sich selbst überläſst. Die aus der Lage gebrachten Theilchen des Seils bewegen sich von der Ruhe ab nach der Lage ihres Gleichgewichts zurück. Es ereignet sich dann, was in der Figur von (2.) bis (15.) für 15 auf einander folgende Zeitmomente abgebildet ist. Nachdem nämlich die Ausbeugung *Ab'c* (3.) fortgeschritten ist, ist die über der Linie des ruhenden Seiles erhabene Ausbeugung (Wellenberg) *cd'e* viel niedriger (nach der Theorie halb so niedrig) geworden, und in *Ab''c* ist eine unter der Linie des ruhenden Seiles vertiefte Ausbeugung (Wellenthal) von gleicher Gröſse als *cd'e* entstanden. Beyde, der Wellenberg und das Wellenthal, laufen nach dem Ende *B* hin, der Wellenberg voraus, das Wellenthal nach, (4.) (5.) (6.) (7.) 8.). Im neunten Momente (9.) prallt der Wellenberg an *B* ab. Was hier bey der Abprallung geschicht, läſst sich nicht deutlich beobachten: nach der Rechnung nimmt das Seil die Gestalt (9.) (10.) (11.) an; aber das läſst sich beobachten, daſs die Welle hierauf die Gestalt (12.) erhält, welche sich

dadurch von der Gestalt vor ihrer Anprallung unterscheidet, daſs der Theil, der nach *A* zu (wie bey (13.) (14.) (15.) dargestellt ist) voranschreitet, das Thal ist, statt vorher der Berg der vorausgehende Theil der Welle war. Die Welle hat also eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung von *B* nach *A* erhalten.

Beobachtet man einen einzelnen Punct des Seiles, z. B. *e*, wenn (bey 3.) die Welle zu ihm gekommen ist, so sieht man, daſs sich *e* nach *e′* (bey 4.) bewegt, sogleich aber nach *e* durch die Lage des ruhenden Seiles hindurch bis nach *e″* heruntergeht (5.) (6.), um dann nach *e* augenblicklich zurückzukehren (7.). Hier beharrt er so lange ruhig, bis die bey *B* zurückgeworſene Welle zu ihm gekommen ist, und ihn in eine umgekehrte Bewegung versetzt, indem er sich dann von *e* zuerst nach *e″*, dann sogleich nach *e′* und hierauſ ununterbrochen nach *e* zurückbewegt.

§. 242.

Erregt man mehrere Wellen von der Fig. 1 oder Fig. 106 abgebildeten Gestalt, so bemerkt man, daſs niemals eine gröſsere Welle geschwinder ist als eine kleinere, und daher nie eine vorherlauſende von einer nachfolgenden eingeholt werden kann, wie das beym Wasser der Fall ist; ferner, daſs wenn sie sich begegnen, sie sich in der Fortsetzung des Lauſes nicht hindern, und, ohne den geringsten bemerkbaren Zeitverlust zu veranlassen, durch einander durchgehen. Hierdurch unterscheiden sie sich wesentlich von den Wasserwellen, bey deren Durchkreuzung ein kleiner aber doch merklicher Zeitverlust statt findet (S. Seite 221.), und die zwar auch in den meisten Fällen durch einander durchgehen ohne dabey merklich ihre Gestalt zu verändern, aber in einem Falle nicht durch einander durchgehen, sondern mit einander verschmelzen, dann nämlich, wenn eine kleinere Welle von einer gröſsern von demselben Puncte ausgegangenen, aber etwas später entstandenen eingeholt wird, wo dann die kleinere nicht hinter der gröſsern zurückbleibt, sondern sich mit ihr vereinigt, eine wichtige Beobachtung,

die wir mit Quecksilber in dem Fig. 33. Seite 195 beschriebenen Instrumente gemacht haben. Dieser Fall kann bey den Wellen eines Seiles nicht eintreten, wo grofse und kleine Wellen stets gleiche Geschwindigkeit besitzen.

Bey dem Durcheinandergehen der Wellen sieht man, dafs während zwey Wellenberge an einem Orte zusammenfallen, ein dem Anschein nach viel höherer Wellenberg entsteht, der sich darauf wieder in zwey kleinere, nach entgegengesetzter Richtung gehende Wellenberge theilt. Dasselbe findet bey der Begegnung von zwey Wellenthälern statt. Endlich, wenn sich ein Wellenberg und ein Wellenthal begegnet, bilden beyde im Momente ihres Zusammenfallens eine Interferenz, so dafs das Seil an dieser Stelle für einen Moment eine gerade Linie bildet. Eben so wie die Wasserwellen (siehe Seite 117.), ist die Welle eines Seiles die Form einer Gesammtheit von Theilchen, die dadurch fortschreitet, dafs vorn neue Theilchen in sie aufgenommen werden, während hinten immer andre aus ihr heraustreten. Die wirkliche Bewegung, die die scheinbare Bewegung veranlafst, ist eine Schwingung, von der die einzelnen Theilchen des Seiles successiv ergriffen werden. Um sich daher das Fortschreiten der Welle eines Seiles anschaulich zu machen, lese man, was Seite 128 — 134 über das Fortschreiten der Wasserwellen gesagt ist. Eben so wie dort kann es hier Wellenberge und Wellenthäler geben, die aber nicht nothwendig immer verbunden vorkommen; eben so wie dort besteht ein Wellenberg aus einer vordern Hälfte (Vordertheil), deren Theilchen im Steigen, und aus einer hintern Hälfte (Hintertheil), deren Theilchen im Sinken begriffen sind; eben so wie dort besteht das Wellenthal aus einer vordern Hälfte (Vordertheil), deren Theilchen im Sinken, und einer hintern Hälfte (Hintertheil), deren Theilchen im Steigen begriffen sind; eben so wie dort nimmt ein Theilchen des Seils, indem die Welle an seinem Orte vorübergeht, vom vordern Fufse bis zum Gipfel der Welle, und vom Gipfel bis zum hintern Fufse derselben successiv alle Lagen in der Wellenform ein.

§. 243.

Aber die Bahn, in welcher jedes Theilchen schwingt, während die Welle durch den Ort desselben durchgeht, unterscheidet sich sehr wesentlich von der, in welcher sich die Wassertheilchen bey dem Wellenschlage bewegen. Weder die Erfahrung noch die Rechnung vermag diese Bahn bey einem fest aufgespannten elastischen Seile genau zu zeigen, aber bey einem unausdehnbaren, über eine Rolle durch Gewichte gespannten Faden, kann man sich durch eine selbst oberflächliche Betrachtung eine sehr anschauliche Vorstellung von derselben erwerben. Wenn das Seil (Fig. 107.) die Ausbeugung *Ab'c* dadurch bekommt, dafs *c* fest gehalten, und *b* nach *b'* gezogen wird, so mufs sich das ganze unausdehnbare Seil um so viel über die Rolle *B* heraufziehen, als *Ab'c* länger als *Abc* ist. Dadurch mufs der Punct *g*, der sich, ehe das Seil nach *Ab'c* heraufgezogen wurde, in *h* befand, soviel dem Ende *A* genähert haben als der Zwischenraum *hg* beträgt. Es fragt sich, welche Bahn wird das Theilchen *g* durchlaufen, während die aus einem Wellenberge und einem Wellenthale bestehende Welle an dem Orte *g* vorbeygeht. Wir behaupten, dafs es die Fig. 107 (1.) bey *g* punctirt angegebene Bahn durchlaufen wird. Der entstandene Wellenberg und das ihm folgende Thal *Ab''cd'e* (3.) enthalten zusammengenommen ein eben so grofses Stück des Seiles, als die noch einmal so hohe Ausbeugung *Ab'c* (1.). Wo die Welle ist, dahin mufs nun so viel von dem Seile gezogen werden, als zur Bildung der Ausbeugung nöthig ist. So lange die Welle also sich noch zwischen *A* und *g* befindet, bleibt der Punct des Seiles nothwendig in *g*; wenn dagegen die Welle so weit fortgeschritten ist, dafs sie zwischen *B* und *g* liegt, so mufs *g*, um so viel als der Zwischenraum *gh* beträgt, näher nach *B* gezogen worden seyn. Während also die Welle an dem Orte von *g* vorübergeht, hat *g* zu gleicher Zeit eine horizontale und senkrechte Bewegung, so dafs es, während der Wellenberg an ihm vorübergeht, die Bahn *gg'g''* (1.), während das Wellenthal vorbeyläuft, die Bahn *g''g'''h* durchläuft.

§. 244.

Keine Wellenbewegung ist durch Rechnung so vollkommen bestimmt worden, als die der Seile, und bey keiner ist die Rechnung so einfach als bey ihr. Euler *) hat, wie wir schon Seite 12 und 13 angeführt haben, die Aufgabe, alle Bewegungen, deren eine gespannte, gleichförmig dicke Saite fähig ist, bey der mannigfaltigsten Erregung der Bewegung zu bestimmen, und zwar die Lage der einzelnen Theilchen der Saite für jeden einzelnen Zeitmoment zu finden, vollständig gelöst. Man kann daher für die Wellenbewegung der übrigen Körper, der steifen Körper, des Wassers, der Luft, einen nicht geringen Nutzen daraus ziehen, wenn man sie mit der Wellenbewegung der Seile vergleicht.

§. 245.

Euler nimmt den Faden, dessen Bewegungen er durch Rechnung bestimmen will, als vollkommen biegsam, unausdehnbar und durch Gewichte gespannt an, so wie er ihn auch so dünn voraussetzt, daſs die Verschiedenheit der Bewegungen der verschiedenen Puncte eines Querdurchschnitt's desselben auſser Acht gelassen werden kann. Die Lage des Seiles setzt er horizontal und unmerklich von der horizontalen Linie abweichend voraus, die Schwingungen des Seiles aber so klein, daſs man die horizontale Bewegung der Theilchen des Fadens gegen die senkrechte vernachläſsigen könne.

Unter diesen Voraussetzungen hatte man schon früher für die Bewegung eines solchen Fadens eine Differentialgleichung gefunden **) durch deren Integration es Eulern gelang, die Gesetze dieser Bewegungen in der gröſsten Allgemeinheit zu entwickeln.

*) Acta Petropolitana, pro anno 1779. Petropoli 1783.

**) Diese Differentialgleichung gründet sich auf folgende Betrachtung:

a, b, c seyen drey nächst an einander grenzende Puncte des Seiles. Wir wollen die Geschwindigkeit, mit welcher das mittlere Theilchen

§. 246.

Die Eulersche Rechnung gestattet, die veränderte Lage der Saite für jeden Moment geometrisch darzustellen, und

in b (Fig. 108) ankommt, B nennen, und die Geschwindigkeit, mit der es sich von diesem Puncte entfernt, mit B + β bezeichnen. Die Kraft, welche das Theilchen im Puncte b beschleunigt oder verlangsamt, ist der Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit dieses Theilchens im Puncte b (= β) gleich.

Diese Kraft ist aber nichts anders als die Mittelkraft aus den zwey Kräften, von welchen die eine (gleich dem spannenden Gewichte P) das Theilchen dem zunächst angrenzenden Puncte a, die andre (ebenfalls = P) dem nächst angrenzenden Puncte c zu nähern sucht.

bb′ sey nun diese durch die Gröfse der beyden Seitenkräfte und durch ihre Richtungen bestimmte Mittelkraft. Wir haben sonach zwey Ausdrücke bb′ und β für die Kraft, welche das mittlere Theilchen im Puncte b beschleunigt, gefunden, und es mufs daher bb′ = β seyn.

Drückt man nun diese Betrachtung durch die gewöhnliche mathematische Bezeichnung aus: die Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen nach b gelangt, und die, mit welcher es sich davon wieder entfernt, durch die Differentialcoefficienten der Ordinaten ad und a′d Fig. 109 als Functionen der Zeit, und die aus Zerlegung jeder Seitenkraft (= P) hervorgehende senkrechte Kraft durch die Differentialcoefficienten der Ordinaten ad und be als Functionen der Abscissen, so gelangt man zu der Differentialgleichung, die der Eulerschen Rechnung zum Grunde liegt. Sie ist folgende:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Ein Theilchen des Fadens AB Fig. 110 befinde sich in drey auf einander folgenden unendlich kleinen aber gleichen Zeitabschnitten (= dt) successiv in a, b und c. Der Kürze wegen nenne man ad = y, bd = y′ und cd = y″.

In der Zeit dt durchläuft das Theilchen den Weg y — y′ = dy, und folglich ist $\frac{y - y'}{dt} = \frac{dy}{dt}$ (der Zahlausdruck des Raums dividirt durch den Zahlausdruck der Zeit) die Geschwindigkeit, mit der das Theilchen in b ankommt.

In dem folgenden Zeitraume dt durchläuft das Theilchen den Weg y′ — y″ = dy + d²y, der also um d²y von dem Wege, den da

da diese geometrischen Constructionen genau mit der Erfahrung übereinstimmen, so wollen wir die Methode derselben genauer entwickeln.

Theilchen in dem vorhergehenden Zeitraume durchlief, verschieden ist. Es ist alsdann $\frac{y'-y''}{dt}=\frac{dy+d^2y}{dt}$ die Geschwindigkeit, mit der das Theilchen von b sich entfernt.

Der Unterschied dieser beyden Geschwindigkeiten ist nun die Beschleunigung, welche das Theilchen im Puncte b erfährt, $=\frac{d^2y}{dt}$.

Es mögen ferner Fig. 111 die gleich langen Linien b a und b c die Größen und Richtungen der Kräfte, welche das Theilchen nach den zwey angrenzenden Theilchen a und c hinziehen, ausdrücken. Die Kraft b a werde in eine horizontale h a, und in eine senkrechte b h zerlegt. Eben so die Kraft b c in die horizontale b k, und in die senkrechte k c. Da das Theilchen, nach der Voraussetzung, daſs die Ausbeugung des Seiles sehr gering ist, sich in der senkrechten Linie b c bewegen muſs, so müssen die beyden entgegengesetzten in horizontaler Richtung wirkenden Kräfte h a und b k gleich seyn und einander aufheben. Die Differenz der beyden senkrechten entgegengesetzten Kräfte, k c — b h, ist aber die Beschleunigung, welche das Theilchen im Puncte b erfährt.

a d heiſse $'y$; b e, y; c f, y', so ist $bh=y-{}'y=dy$, $ck=y'-y=dy+d^2y$, so daſs d^2y den Unterschied zwischen b h und k c bezeichne, oder $d^2y=kc-bh$. Dieser Unterschied d^2y ist aber die Beschleunigung, welche das Theilchen im Puncte b erfährt, wobey aber zu bemerken ist, daſs $ha=bk=dx$ seyn müsse. Dividiren wir daher d^2y mit dem Quadrate der constanten Gröſse dx, so ist der Ausdruck $\frac{d^2y}{dx^2}$ der Beschleunigung des Theilchens im Puncte b proportional. Da nun aber auch $\frac{d^2y}{dt^2}$ der Beschleunigung des Theilchens in demselben Puncte b proportional ist, so ist $\frac{d^2y}{dt^2}=c^2\frac{d^2y}{dx^2}$, wo c^2 eine zu bestimmende constante Gröſse anzeigt.

Aus dieser Differentialgleichung bestimmt nun Euler die Bewegungen jedes solchen gespannten Seiles auf folgende Weise.

In der allgemeinen Gleichung, welche, wie wir eben gesehen haben, die Mechanik für die Bewegung der Saiten giebt,

$$\frac{d^2y}{dt^2}=c^2\frac{d^2y}{dx^2}$$

Die Linie ACB Fig. 112 sey die gegebene Lage des Fadens. Man ziehe die Linie DFE, so daſs, für gleiche Abscissen x in den beyden Linien ACB und DFE, die Ordinaten v der letztern Linie dem Raume gleich ist, den der

ist c eine constante Gröſse, die aus der Spannung P und der durch $\frac{e}{E}$ ausgedrückten Eigenschaft der Saite (wo E das Gewicht eines Stückes der Saite dessen Länge $= e$) zu bestimmen ist. Für unsern Fall ist $c = \sqrt{\frac{2geP}{E}}$ wo g die Fallhöhe im leeren Raume während 1 Secunde bezeichnet. Bekanntlich kann das vollständige Integral dieser Differentialgleichung des zweyten Grades durch zwey willkührliche Functionen, wie folgt, ausgedrückt werden:

$$y = \Gamma : (ct + x) - \Delta : (ct - x)$$

Diese allgemeine Gleichung beschränken wir zuerst für unsern Fall dadurch, daſs die Ordinate y für $x = 0$ und für $y = a$ stets verschwindet. Wir haben daher, wenn $x = 0$, $0 = \Gamma : ct - \Delta : ct$ und also $\Delta : ct = \Gamma : ct$. Es sind also die beyden Functionen Δ und Γ von gleicher Eigenthümlichkeit. Daraus erhalten wir die für unsern Fall passendere Gleichung

$$y = \Gamma : (ct + x) - \Gamma : (ct - x).$$

Machen wir $x = a$, so muſs nach der zweyten Bedingung $\Gamma : (ct + a) = \Gamma : (ct - a)$. Setzen wir $ct - a = p$, so ist $ct + a = p + 2a$; woraus hervorgeht, daſs die Function Γ so beschaffen ist, daſs

$$\Gamma : (p + 2a) = \Gamma : p$$

Stellt man daher diese Function durch eine krumme Linie über einer unendlich verlängerten Axe dar, so muſs sie ins Unendliche so fortgesetzt gedacht werden, daſs allen Abscissen p, $p + 2a$, $p + 4a$, $p + 6a$ u. s. w. und eben so $p - 2a$, $p - 4a$, $p - 6a$ u. s. w. gleiche Ordinaten zukommen.

Was ferner die Bewegung der Saite betrifft, so schlieſst man aus dem gefundnen Werthe der Ordinate y

$$\frac{dy}{dt} = c\Gamma' : (ct + x) - c\Gamma' : (ct - x)$$

Dieser Werth verschwindet von selbst, wenn man $x = 0$ setzt. Setzt man $x = a$, so wird

$$\Gamma' : (ct + a) = \Gamma' : (ct - a),$$

welches aus der vorhergehenden Bedingung folgt, nach welcher

$$\Gamma : (ct + a) = \Gamma : (ct - a)$$

Setzt man nun $t = 0$, so muſs $y = z$ werden (die Ordinaten z bestimmen die anfängliche Lage der Puncte des Seiles); folglich wird

Punct *C* in einer Secunde vermöge seiner jetzigen Geschwindigkeit durchlaufen würde. Man construire eine dritte Linie *GKH*, so daſs für gleiche Abscissen *x* in den beyden Linien *DFE* und *GKH* die Ordinaten *s* der letztern Linie $= \int v\, d\, x : c$ genommen werden, wo *v*, wie wir

dann $z = \Gamma : x - \Gamma : (-x)$
also $\Gamma : (-x) = \Gamma : (+x) - z$,
woraus wir schon sehen, wie die durch die Function Γ bezeichnete Curve rückwärts für negative Abscissen fortgesetzt werden muſs.

Wird aber $t = o$ gesetzt, so ist $\frac{dy}{dt} = v$ (gleich den gegebenen Geschwindigkeiten der Theilchen des Seiles), und folglich $v = c\,\Gamma' : x - c\,\Gamma' : (-x)$, woraus wir für die Differentialfunction Γ' eine ähnliche Bestimmung herleiten wie vorhin

$$\Gamma' : (-x) = \Gamma' : (+x) - \frac{v}{c}$$

Diesen Bedingungen muſs also noch Genüge gethan werden, um die allgemeine Lösung auf den vorgelegten Fall zu beschränken und völlig zu bestimmen. Γ und Γ' können nicht unmittelbar verglichen werden.

Da nach der zweyten Bedingung

$$v = c\Gamma' : x - c\,\Gamma' : (-x)$$

so ist auch

$$v\,dx = c\,dx\,\Gamma' : x - c\,dx\,\Gamma' : (-x),$$

welche Gleichung, integrirt, giebt

$$\int v\,dx = c\,\Gamma : x + c\,\Gamma : (-x)$$

So haben wir zur Bestimmung der Eigenthümlichkeit der Functionen $\Gamma : x$ und $\Gamma : (-x)$ diese zwey Gleichungen erhalten

$$\Gamma : x - \Gamma : (-x) = z \text{ und } \Gamma : x + \Gamma : (-x) = \frac{1}{c}\int v\,dx$$

woraus wir schlieſsen, daſs

$$\Gamma : x = \frac{1}{2c}\int v\,dx + \tfrac{1}{2}z \text{ und}$$

$$\Gamma : (-x) = \frac{1}{2c}\int v\,dx - \tfrac{1}{2}z$$

Mit Hülfe dieser Formel kann man bloſs durch die Gröſsen v und z die Werthe der Function Γ sowohl für positive Abscissen $(+x)$ als für negative $(-x)$, vom Ende $x = o$ bis zum Ende $x = a$, bestimmen, so daſs die Gestalt dieser Function für den Zwischenraum $= 2a$ beschrieben werden kann, was hinreicht, um diese Function nach beyden Seiten ins Unendliche fortzusetzen, weil in den Zwischenräumen $= 2a$ immer dieselben Ordinaten wiederkehren.

schon erwähnt haben, die entsprechende Ordinate der Linie DFE, und c eine constante Gröfse $= \sqrt{\frac{2gePE}{E}}$ (g bezeichnet den Fallraum eines Körpers im leeren Raume während einer Secunde, E das Gewicht für einen Theil des Fadens dessen Länge e ist, P das Gewicht, welches den Faden spannt), von der wir nachher sehen werden, dafs sie die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Welle fortpflanzt, angiebt.

Endlich nehme man eine nach beyden Seiten beliebig lange Abscissenlinie LM, und in ihr einen Anfangspunct A, und construire von diesem Puncte aus nach rechts und nach links zwey Linien ANO und APQ, so dafs für gleiche Abscissen x in den vier Linien ANO und APQ, GKH und ACB die Ordinaten der ersten dieser Linien $ANO = \frac{1}{2}(s + z)$, und die Ordinaten der zweyten dieser Linien $APQ = \frac{1}{2}(s - z)$ sind, wo s und z die Ordinaten der zwey letzten dieser Linien, s die der Linie GKH, und z die der Linie ACB anzeigt. Wiederholt man diese Construction, indem man das Ende Q der Linie APQ an das Ende O der Linie ANO ansetzt; so ist man mit Hülfe dieser beyden in A zusammenhängenden Linien $ANOP'A'$ und APQ im Stande, für jeden Zeitpunct die Lage jedes Punctes des Fadens zu bestimmen, der anfänglich die Lage ACB hatte. Man schneide nämlich vom Puncte A der Abscissenlinie LM nach O ein Stück ct (d. i. die Länge des Weges, welchen die Welle in dem angenommenen Zeitraume durchläuft) ab. Von dem Durchschnittspuncte aus schneide man nach rechts und links die Entfernung irgend eines Punctes des Fadens von dem Anfangspuncte desselben ab. Der Unterschied der beyden Ordinaten in diesen letztern Durchschnittspuncten giebt die gesuchte Abweichung jenes Punctes des Fadens von der Lage der Ruhe an.

§. 247.

Diese Construction wird sehr vereinfacht, wenn die Welle entweder so hervorgebracht wird, dafs die Theil-

chen an einer Stelle des Fadens zwar aus der Lage des Gleichgewichts gebracht, ihnen aber doch anfänglich keine Geschwindigkeit der Bewegung mitgetheilt worden war, oder daſs die Theilchen an einer Stelle des Fadens schon eine beträchtliche Geschwindigkeit in senkrechter Richtung erlangt haben, während sie von ihrer Lage noch nicht merklich abgewichen sind, oder daſs den Theilchen an einer Stelle des Fadens eine Geschwindigkeit in senkrechter Richtung mitgetheilt, und sie zugleich aus der Lage des ruhenden Seiles entfernt worden sind, daſs aber in allen Puncten des Seiles die Geschwindigkeiten diesen Entfernungen proportional sind.

Wenn man einen Theil des Fadens in der Mitte desselben aus der Lage des Gleichgewichts bringt, und ihn dann sich selbst überläſst, ohne ihm eine anfängliche Bewegung mitzutheilen, z. B. wenn man ihn Fig. 113 bey *b* und *c* festhält, und ihn von *a* nach *a'* in die Höhe zieht, hierauf ihn aber in allen drey Stellen zugleich losläſst, so erhält man als Hülfslinien zwey bey *A* Fig. 114 an einander grenzende gleiche und ähnliche Linien, von welchen aber die, welche nach *O* zu von *A* liegt, über der Abscissenlinie, die andere unter der Abscissenlinie liegt. Die Ordinaten jeder dieser Linien sind für gleiche Abscissen gleich der Hälfte der gegebenen Entfernung der Theilchen von der Lage des ruhenden Seiles. Bestimmt man den angegebenen Regeln gemäſs aus diesen Hülfslinien die Lage des Seiles für die nächst folgenden Zeiträume, so zeigt sich, daſs die Ausbeugung sich in zwey halb so groſse theilt, welche nach den beyden entgegengesetzten Richtungen *A* und *B* fortschreiten, so wie es Fig. 115 für die 10 nächsten Zeitmomente dargestellt ist. Man sieht, daſs sich hier kein Thal nachbildet. An das Ende *A* und *B* gelangt, werden die beyden Wellenberge im 5ten und 6ten Zeitmomente (5.) (6.) zurückgeworfen, nehmen dabey die umgekehrte Lage (unter der Linie des ruhenden Seiles) an, laufen dann nach der Mitte zurück, und vereinigen sich in eine noch einmal so hohe Ausbeugung (10.), und gehen hierauf durch einander durch, ohne sich in ihrem Laufe zu stören.

Wird die Welle auf dieselbe Weise an dem Ende A des Seiles so erregt, dafs die Puncte $Ab'c$ Fig. 116 keine Geschwindigkeit erhalten, so ist der Vorgang der nämliche wie im vorhergehenden Falle. Nach den angegebenen Regeln fällt nämlich die zur Bestimmung der Lage des Seiles in jedem Zeitpuncte erforderliche Hülfslinie wie Fig. 117 aus. Durch die Bestimmung der künftigen Lagen des Seiles aus dieser Hülfslinie erkennt man, dafs die Ausbeugung $Ab'c$ sich in zwey halb so hohe theilt, von welchen die eine nach B fortschreitet, die andre, unmittelbar von A zurückgeworfen, die umgekehrte Gestalt Fig. 118 $Ab''c$ (3.) annimmt, und nun als ein Thal dem vorausgehenden Berge nachläuft. Im zweyten Momente (2) war der nach A fortschreitende Wellenberg erst halb zurückgeworfen, so dafs die zurückgeworfene, in ein Thal verwandelte Welle mit der noch nicht zurückgeworfenen Hälfte des Wellenbergs zusammenfällt, und sich durch Interferenz für einen Augenblick aufhebt, so dafs man von dieser ganzen Welle im zweyten Zeitraume nichts sieht. (4.) bis (8.) stellen das Fortschreiten des Wellenbergs und des nachfolgenden Wellenthals nach dem Ende B vor. Im neunten Zeitmomente (9.) ist der Wellenberg so weit an B angeprallt, dafs seine eine Hälfte zurückgeworfen und in ein Wellenthal verwandelt, seine andre Hälfte noch nicht zurückgeworfen ist. Beyde Hälften fallen in einander, und heben sich durch Interferenz für einen Moment auf. Im 10ten Zeitraume ist der voranschreitende Wellenberg ganz zurückgeworfen, und in ein Wellenthal verwandelt worden, und weil dieses Wellenthal mit dem schon früher vorhandenen Wellenthale zusammenfällt, bildet sich eine Ausbeugung unter der Linie des ruhenden Seiles, welche der ursprünglichen am Ende A des Seiles über der Linie des ruhenden Seiles hervorgebrachten Ausbeugung an Höhe und Gestalt gleich ist. Die zusammengefallenen Wellenthäler theilen sich nun im 11ten Zeitmomente wieder, nachdem sie durch einander durchgegangen sind. Das erstere schreitet nach A fort, das zweyte ist halb zurückgeworfen, und weil der zurückgeworfene, in einen Berg ver-

wandelte Theil desselben mit dem noch nicht zurückgeworfenen Theile zusammenfällt, so heben sich beyde Hälften für einen Moment durch Interferenz auf. Erst im 12ten Momente ist die ganze Welle zurückgeworfen, so dafs alle Theile derselben nach A zu zurückschreiten; sie ist aber umgekehrt worden, denn jetzt ist der voranschreitende Theil ein Thal, der nachfolgende ein Berg. So rückt nun die umgekehrte Welle, wie (13.) (14.) (15.) zeigt, weiter nach A fort.

Man sieht hieraus, dafs der Vorgang nach der Construction genau so statt findet, wie wir ihn (siehe Seite 444) durch Versuche gefunden haben.

§. 248.

Giebt man den mittelsten Theilen abc Fig. 119 (1.) des Fadens durch einen momentanen Stofs eine beträchtliche Geschwindigkeit, z. B. nach oben, ehe sie sich noch merklich von der Lage der Ruhe haben entfernen können, so kann man die Lage des Fadens durch die Linie AB (1.) selbst ausdrücken, und die Geschwindigkeiten jedes Punctes derselben durch die Ordinaten der Linie Fig. 120 darstellen. Die übrigen zur Bestimmung des Laufs der Welle nöthigen Hülfslinien haben dann die Gestalt Fig. 121. In gleichen Entfernungen vom Puncte A, dem Anfangspuncte der beyden ins Unendliche sich erstreckenden Hülfslinien, haben diese stets gleiche Ordinaten ($= \frac{1}{2} \int v\, dx : c$ wie es aus den Regeln ihrer Construction Seite 453 sich ergiebt), und diese sind auch auf einerley Seite der Abscissenlinie gelegen. Hieraus ergiebt sich, dafs nach Verlauf des ersten Zeitraums sich eine über der Linie des ruhenden Fadens erhabene Ausbeugung von der doppelten Breite des gestofsenen Stückes, wie sie bey (2.) Fig. 119 dargestellt ist, sich gebildet hat. Im dritten Zeitmomente (3.) schreiten die zwey Hälften dieser Ausbeugung fdb und gec nach entgegengesetzten Richtungen fort, lassen aber das Stück bc des Fadens in einer der Lage des ruhenden Fadens parallelen, über derselben erhabenen

Lage hinter sich zurück. Da das Stück *b c* in Ruhe ist, so kann nur die Beugung *f d b* und *c e g*, welche hier concav sind, als Wellen angesehen werden, die nun immer weiter, (4.) und (5.), nach den beyden Enden *A* und *B* fortschreiten, indem sie sich immer mehr von einander entfernen. Bey (6.) werden sie vom Ende *A* und *B* zurückgeworfen, wobey die Beugungen *k h f* und *l i g* nach oben convex geworden sind. Sie schreiten von nun an im siebenten Zeitabschnitte nach der Mitte des Fadens fort, indem sie sich immer mehr einander nähern, und lassen den Faden *k h* und *l i* hinter sich in der ruhenden Lage, in welcher er ursprünglich war, zurück. Dieses zeigt sich noch deutlich in (8.) und (9.). Nachdem die beyden Wellen bey (10.) zusammengefallen sind, haben sie sich durch Interferenz für einen Moment aufgehoben, und in zwey unter der Linie des ruhenden Fadens liegende Beugungen verwandelt, welche, sich von einander entfernend, gleichfalls nach den Enden *A* und *B* fortschreiten, so wie es (12.) für den nächsten Moment darstellt.

Giebt man einem Theile des Fadens nahe an dem einen Befestigungspuncte eine beträchtliche Geschwindigkeit, ehe er sich noch merklich von der Lage der Ruhe entfernen konnte, so kann man die Lage des Fadens durch die Linie *A B* Fig. 122 (1) ausdrücken, und die Geschwindigkeiten jedes Punctes des Fadens durch die Ordinaten der Linie *C D* Fig. 123 darstellen. Die übrigen Hülfslinien haben dann die Gestalt, wie sie Fig. 124 abgebildet sind. Es entsteht, wie man aus der Anwendung dieser Hülfslinien sieht, eine Ausbeugung nach der Seite, wohin der Stofs gerichtet war, und diese schreitet, wie Fig. 1. zeigt, nach dem Ende *B* fort, ohne an Höhe abzunehmen, und ohne dafs ihr ein Wellenthal nachfolgt. Indem sie am Ende *B* anprallt, wird sie nicht höher, vielmehr bildet ihr zusammenfallendes Vorder- und Hintertheil eine Interferenz, worauf sie sich in eine unter die Linie des ruhenden Fadens vertiefte Ausbeugung umkehrt, indem sie nach *A* zurückläuft. Auch hier stimmen die Resultate der

nach der Rechnung gemachten Bestimmungen mit unsern Seite 443 mitgetheilten Erfahrungen vollkommen überein. In der Wirklichkeit, wenn man eine Saite anschlägt, nähert man sich nur der hier erwähnten Methode der Wellenerregung, indem die Saite, so schnell auch der Stoſs geschehen mag, doch schon während desselben eine merkliche Abweichung von der Lage der Ruhe erleidet. Für diesen Fall findet man durch die Theorie dasselbe, was wir oben, Seite 443, als Erfahrung angegeben haben, daſs nämlich dem Wellenberge ein kleines Thal nachläuft.

§. 249.

Man kann daher die über den Lauf der Wellen nach der Eulerschen Rechnung gemachten Bestimmungen dazu anwenden, manches aufzuklären, was man durch Versuche nicht genau ausmitteln kann. Bekanntlich ändert sich, je nachdem man eine Saite in ihrer Mitte oder an ihrem einen Ende langsam aufhebt und fahren läſst, oder sie näher oder entfernter von ihrem Befestigungspuncte anschlägt, der eigenthümliche Klang der Saite (nicht ihre Höhe und Tiefe) etwas ab, und die Verfertiger von Pianoforten befolgen hinsichtlich der Stelle, wo sie die Hämmer an die Saiten schlagen lassen, gewisse Regeln, vermöge deren es in ihrer Macht steht, dem Tone mehr Helligkeit, oder Fülle und Weichheit u. s. w. mitzutheilen. Eben so macht es im Klange einen Unterschied, ob man eine Taste langsam anschlägt, oder schnell in die Höhe prellt. Unstreitig liegt die Ursache des Klanges und Characters des Tones in der Gestalt, die die Saite bey ihren Schwingungen abwechselnd annimmt. Man würde sehr in Irrthum seyn, wenn man glaubte, daſs die Saite eines Pianoforte so schwänge, wie Fig. 6. dargestellt ist. Bey einem schnellen Anschlage an einem ihrer Enden wird die Saite vielmehr in eine Wellenbewegung versetzt werden, welche sich einer Schwingung, bey welcher alle Theile der Saite im Gleichgewichte schwingen, nur mehr oder weniger nähert. Diese Behauptung rechtfertigt sich durch die Erfahrung. Spannt man nämlich eine

dicke, kurze, weiſse Zwirnsschnur auf, und zieht sie in ihrer Mitte langsam aus der Lage des Gleichgewichts, so sieht man sie auf eine ähnliche Weise, wie Fig. 6. darstellt, schwingen. Der Raum $A b' B b''$ erscheint dem Auge als ein halbdurchsichtiger Raum, der von zwey weiſsen, durch das Auge unterscheidbaren Linien $A b' B$ und $A b'' B$ begrenzt wird, welche nichts sind als die Schnure, die wegen ihrer langsamern Bewegung und Umkehrung an diesen Orten gesehen werden kann.

Zieht man dagegen eine weiſse Schnur $A B$ Fig. 125 in der Nähe eines ihrer Befestigungspuncte bey b langsam nach abwärts aus der Lage ihrer Ruhe, und läſst sie dann los, so sieht man $B c$ als eine deutliche weiſse undurchsichtige Linie, die nach der Mitte des Fadens zu undeutlicher wird. Ueber dieser weiſsen Linie ist ein halb durchsichtiger Raum, welcher oberhalb bey $B c'$ nur von einer schwachen weiſsen undurchsichtigen Linie begrenzt ist. Umgekehrt verhält es sich am Ende A, wo die starke undurchsichtige weiſse Linie oben, der halb durchsichtige Raum aber unter ihr liegt. Die Welle nämlich ist zwar in diesem Falle so breit, daſs ihre Breite der ganzen Länge des Fadens gleich ist, so daſs sie selbst ihren Ort nicht verändern kann, aber der Gipfel derselben läuft abwechselnd von dem Ende A nach dem Ende B, und von B zurück nach A, indem er sich bey seinem Anprallen an die Befestigungspuncte jedesmal umkehrt, so daſs er, wenn er bey A unter der Linie der ruhenden Schnur lag, bey B über dieselbe tritt. Hierbey bewegt sich ein einzelner Punct so, daſs er z. B. die groſse Excursion $c c'$ in derselben Zeit vollendet als die kleine $c c''$.

Wie wir später sehen werden, geht der stehenden Schwingung tönender Körper fast immer eine Wellenbewegung voraus, so daſs der Einfluſs, der den Körper zum tönen bringt, ursprünglich nur Wellen erregt, welche aber durch ihre Bewegung in ein gewisses Gleichgewicht kommen. Dieses Gleichgewicht wird aber nicht leicht jemals ganz vollkommen seyn, so daſs immer eine gewisse Undulation mit der stehenden Schwingung verbunden bleibt. Auch in

dieser Hinsicht ist es wichtig den Vorgang der Undulation genau zu kennen.

§. 250.

Um die Eulersche Berechnung durch Versuche zu prüfen, war es nöthig, die Geschwindigkeit der Wellen eines Seiles unter bestimmten Umständen durch Versuche kennen zu lernen, und mit der nach Euler berechneten Geschwindigkeit derselben zu vergleichen. Der Fig. 1 dargestellte, Seite 443 beschriebene Lauf der Welle eines Seiles begünstigt eine genaue Messung der Geschwindigkeit der Welle aufserordentlich, weil dabey an den Befestigungspuncten eine sehr heftige und plötzliche Bewegung statt findet.

Unsre Versuche haben uns zu zwey wichtigen Resultaten geführt, erstlich nämlich, dafs die nach Euler berechnete Geschwindigkeit einer Welle so vollkommen mit den Resultaten unsrer Versuche übereinstimmt, dafs meistens nicht einmal eine Tertie Unterschied zwischen beyden ist. Zweytens, dafs eine Welle, sie mag grofs oder klein seyn, die Länge einer gespannten Schnur genau in derselben Zeit durchläuft, in welcher diese Schnur, wenn sie nach der Art von Fig. 6 schwänge, sich einmal von ihrer höchsten Lage bis zu ihrer tiefsten Lage bewegen würde.

Eine runde, aus sehr feinen baumwollnen Fäden durch Maschinen geklöppelte Schnur, welche sehr gleichförmig biegsam und wenig elastisch war, hatte bey einer Länge von 51 Fufs 2 Zoll ein Gewicht von 864 Gran. Sie wurde dadurch horizontal aufgespannt, dafs man sie an ihrem einen Ende mit einer Schraube festschraubte, am andern Ende an einem Rade Fig. 126 befestigte. Dieses Rad hatte, um die Friction möglichst gering zu machen, 5 Zoll 10,7 Linien Durchmesser, und drehete sich um eine auf der Drehbank genau cylindrisch gedrechselte, eiserne, $\frac{1}{2}$ Linie Halbmesser habende Axe, die in schmalen Messingringen lief. Die Schnure, deren Wellen beobachtet werden sollten, war mittelst einer senkrecht in die Seitenfläche eingeschraubten Schraube *a* befestigt. Diese Schraube war 5 Zoll 3,5 Li-

nien von der Axe des Rades entfernt, und die Schnur zog in der Richtung der Tangente des Rades im Puncte *a*. Eine seidne bey *b* befestigte Schnur trug ein Körbchen mit Gewichten, und zog das Rad gleichfalls in der Richtung der Tangente. Die Entfernungen, in welchen diese beyden Kräfte von dem festen Puncte des Rades zogen, verhalten sich, dem schon angegebenen Halbmesser gemäſs, wie 203:201. Die Geschwindigkeiten der Wellen wurden mit der schon mehrmals erwähnten vortrefflichen Tertienuhr des Hallischen physicalischen Apparats, die durch einen leisen Fingerdruck augenblicklich in Gang kam, und durch Aufhören dieses Drucks augenblicklich still stand, gemacht. Wir bedienten uns derselben Methode, die wir auch bey der Messung der Geschwindigkeit der Wasserwellen angewendet hatten. Einer von uns zählte in einem sehr bestimmten Tacte 1, 2, 3. Mit dem Worte 3 stieſs er das Seil schnell und scharf mit dem Finger 6 Zoll vom Befestigungspuncte am Rade. In dem nämlichen Momente lieſs der andere die Tertienuhr los, und hielt sie in dem Augenblicke an, wo die Welle 1 bis 4 mal das Seil durchlaufen hatte. Da nun in dem nämlichen Tacte vorher gezählt worden war, in welchem die Pulsationen des Seiles erfolgten, so lieſs sich die Genauigkeit der Messung aufs äuſserste treiben.

Die Eulersche Rechnung setzt eigentlich den Fall voraus, wo die Theilchen der Schnur sich nur sehr wenig von ihrer natürlichen Lage entfernen, damit ihre Bewegung als senkrecht auf die Lage der Schnur angenommen werden könne. Diese Bedingung läſst sich sehr leicht dadurch in hohem Grade erfüllen, daſs man die Schnur nur sehr schnell und schwach stöſst, zumal da die Welle, ihre Erregung geschehe noch so schnell, eine beträchtliche Breite erhält, und also sehr flach wird. Indessen muſsten wir uns doch zuerst versichern, ob etwa Fehler bey unsern Versuchen entstehen könnten, durch Erregung einer um etwas weniges stärkern oder schwächern Welle. Wir stellten zu diesem Zwecke zwey Reihen von Versuchen an, wo der Unterschied der Stärke und der Dauer der Erregung weit beträchtlicher war,

als er je bey den übrigen Versuchen vorkommen konnte; denn bey der ersten Reihe derselben wurden die Wellen durch ein schwaches kurzes Schnellen des Fingers, bey der 2ten durch ein ziemlich starkes Anschlagen mit dem Finger hervorgebracht.

Tabelle XXXIX.

zur Vergleichung der Zeit, in der Wellen von verschiedener Gröfse die Länge der Schnur hin und zurück, zusammen einen Raum von 102 *Fufs* 4 *Zoll durchliefen, wenn die* 51 *Fufs* 2 *Zoll lange Schnur durch* 10023 *Gran gespannt, die Welle aber* 6 *Zoll von dem Befestigungspuncte der Schnur am Rade erregt wurde.*

Erregung der Welle durch schwaches und kurzes Schnellen mit dem Finger.	Erregung der Welle durch stärkeres und länger dauerndes Anschlagen des Fingers.
46 Tertien.	48 Tertien.
46 —	48 —
46 —	42 —
48 —	48 —
46 —	48 —
46 —	48 —
44 —	
46 Tertien.	47 Tertien.

Diese Zeit brauchte die Welle um einen Raum von 102 Fufs 4 Zoll zurückzulegen. Es folgt aus dieser Tabelle, dafs man keinen bemerkbaren Fehler aus der Verschiedenheit der Gröfse der Wellen bey unsern künftigen Versuchen voraussetzen kann, da der von der Gröfse der Stöfse herrührende Unterschied bey unseren Versuchen auf jeden Fall viel geringer war als bey obiger Tabelle, wo er doch nur 1 Tertie beträgt. Dieses Resultat, dafs die Gröfse der Wellen am Seile keinen Einflufs auf die Geschwindigkeit derselben hat, ist auch darum interessant, da nicht dasselbe bey Wasserwellen statt findet.

Zweytens wollten wir uns versichern, dafs kein constanter bemerkbarer Fehler sich dadurch einschliche, dafs die

Uhr bey allen Versuchen entweder um einen Moment zu spät losgelassen, oder einen Moment zu spät aufgehalten würde; und zugleich auch das Resultat der Rechnung bestätigen, daſs die Welle stets mit constanter Geschwindigkeit fortschreite. Wir haben daher zur Vergleichung mit den Versuchen in der ersten Reihe in der vorigen Tabelle noch zwey Reihen gemacht, wo in der einen die Zeit für den doppelten Raum, in der andern die Zeit für den vierfachen Raum gemessen wurde.

Tabelle XL.

zur Prüfung, ob die Wellen an einer Schnur immer mit gleicher Geschwindigkeit fortschreiten, und also der 2fache und 4fache Raum in der 2fachen und 4fachen Zeit zurückgelegt werde, wenn die 51 Fuſs 2 Zoll lange Schnur durch 10023 Gran gespannt wird. Die Welle wurde 6 Zoll von ihrem Befestigungspuncte am Rade durch schwaches und kurzes Schnellen mit dem Finger erregt.

Zeit in welcher die vom Rade ausgehende Welle zum Rade zurückkehrte.	Zeit in welcher die vom Rade ausgehende Welle 2 mal zum Rade zurückkehrte.	Zeit in welcher die vom Rade ausgehende Welle 4 mal zurückkehrte.
46 Tertien.	1 Sec. 32 Tert.	3 Sec. 4 Tert.
(Siehe die vorige Tabelle.)	1 — 32 —	3 — 2 —
	1 — 32 —	3 — 4 —
	1 — 32 —	3 — 4 —
	1 — 32 —	
46 Tertien.	46 Tertien.	46 Tertien.

Nach diesen Vorkehrungen machten wir nun die wichtigsten Versuche in Bezug auf die Eulersche Theorie. Wir spannten nämlich die Schnur in 3 Reihen von Versuchen

1) mit 9060 Gran
2) — 39100 —
3) — 67860 —

so daſs also dem angegebenen Verhältniſse der Halbmesser gemäſs, und mit Hinzurechnung des Gewichts der Schnur von 864 Gran, (welches hier in Betracht kommen muſs wegen ihrer groſsen Länge) die Schnur in diesen 3 Reihen von Versuchen von folgenden Gewichten gespannt war:

in der 1ten von 10023 Gran
— — 2ten — 33292 —
— — 3ten — 69408 —

Tabelle XLI.

zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen an einer Schnur wenn dieselbe durch verschiedne Gewichte nämlich 1.) *durch* 10023 *Gran*, 2.) *durch* 33292 *Gran*, 3.) *durch* 69408 *Gran gespannt wird. Es wurde jedesmal die Zeit, in welcher die vom Rade ausgehende Welle* 4 *mal zum Rade zurückkehrt, gemessen. Die Wellen wurden* 6 *Zoll von ihrem Befestigungspuncte am Rade durch schwaches und kurzes Schnellen mit dem Finger erregt.*

Zeit in welcher die Welle 409 Fuſs 4 Zoll 8 Linien durchlief

wenn die Schnur durch 10023 Gran gespannt war.	wenn die Schnur durch 33292 Gran gespannt war.	wenn die Schnur durch 69408 Gran gespannt war.
3 Sec. 4 Tertien.	1 Sec. 40 Tertien.	1 Sec. 6 Tertien.
(Siehe die vorige Tabelle.)	1 — 38 —	1 — 4 —
	1 — 40 —	1 — 4 —
	1 — 38 —	1 — 2 —
	1 — 38 —	1 — 6 —
	1 — 38 —	1 — 8 —
	1 — 42 —	
46 Tertien.	$24\frac{11}{14}$ Tertien.	$16\frac{1}{4}$ Tertien.

Den Raum von 102 Fuſs 4 Zoll, den doppelten unsrer Schnur, durchlief also die Welle im ersten Falle in 46 Tertien, im zweyten in 24,8 Tertien, im dritten in 16,25 Tertien. Wir wollen nun das Resultat unserer Versuche mit den, die die Eulersche Rechnung giebt, in folgender Tabelle zusammenstellen Denn um die Geschwindigkeit einer erregten Welle an einer Schnur nach Euler zu berechnen, braucht man nur die die Schnur spannenden Gewichte, die Länge der Schnur und ihr eigenes Gewicht zu kennen *).

*) Es ist nämlich nach der Eulerschen Theorie der Raum, den die Welle an einer Schnur in einer Secunde durchläuft $c = \sqrt{\frac{2geP}{E}}$

Tabelle XLII.

zur Vergleichung der nach Euler *berechneten Geschwindigkeit der Wellen an einer Schnur mit den Angaben der Beobachtung.*

Eine Welle durchlief einen 14738 Linien langen Raum

nach der Berechnung in	nach den Versuchen in
1.) 46,012 Tertien.	46 Tertien.
2.) 25,246 —	24,8 Tertien.
3.) 17,485 —	16,25 Tertien.

Wir können unser Erstaunen nicht verbergen, das wir empfanden, als wir unsere Versuche mit der erst später ausgeführten Rechnung so genau übereinstimmend fanden, dafs

wo 2g = dem doppelten Fallraum eines Körpers in 1 Secunde = 30 Fufs = 4320 Linien; E = dem Gewichte der Schnur, wenn sie die Länge e hat. Ein 51 Fufs 2 Zoll = 7368 Linien langes Stück unsrer Schnur wog 864 Gran.

Wir haben also e = 7368 Linien
und E = 864 Gran.

Nehmen wir endlich P successiv 1.) = 10023 Gran, 2.) = 33292 Gran 3.) = 69408 Gran, und 1 Linie und 1 Gran als Längen- und Gewichtseinheit, so erhalten wir folgende 3 Ausdrücke für den Raum, welchen 3 Wellen unter den angegebenen 3 verschiednen Bedingungen in 1 Secunde durchlaufen:

1.) $\sqrt{\frac{4320.\ 7368.\ 10023}{864}} = 19216$ Linien

2.) $\sqrt{\frac{4320.\ 7368.\ 33292}{864}} = 35021$ Linien

3.) $\sqrt{\frac{4320.\ 7368.\ 69408}{864}} = 50567$ Linien

Wenn wir nun aus der Formel wissen, dafs die Wellen in 60 Tertien die angegebenen Räume durchlaufen, so können wir auch die Zeit in welcher dieselbe Welle den Raum vom Rade bis wieder zum Rade d. h. 14736 Linien durchläuft berechnen.

1.) $\frac{60.\ 14736}{19216,5} = x = 46,012$ Tertien

2.) $\frac{60.\ 14736}{35023,6} = x' = 25,246$ Tertien

3.) $\frac{60.\ 14736}{50569} = x'' = 17,485$ Tertien.

die gröfste Abweichung der Versuche von der Berechnung nur 1,2 Tertie betrug. Diese Uebereinstimmung zeigt eben so sehr die Anwendbarkeit der Eulerschen Theorie, als die Genauigkeit der angewendeten Methode, die Geschwindigkeit der Wellen zu messen.

Wir wünschten nun auch zu wissen, wie sich wohl die Geschwindigkeit der stehenden Schwingung zu der der fortschreitenden Schwingung oder Wellenbewegung verhalte, d. h. wie sich die Zeit, in welcher eine Schnur Fig. 6 aus der Lage *a' b' c' d' e' f' g' h' i' k'*, in die *a b c d e f g h i k* übergeht, verhalte zu der Zeit, in welcher eine Welle dieselbe Schnur bey derselben Spannung (10023 Gran) von ihrem Anfange bis zu ihrem Ende Fig. 1 durchlaufe. Zu diesem Zwecke stiefsen wir die Schnur in ihrer Mitte so stark, dafs eine Bewegung entstand, die mit der stehenden Schwingung dem Augenscheine nach übereinkam. (Besser wäre es gewesen, wenn wir die Schnur mit 2 Fingern gefafst, langsam heruntergezogen, und dann losgelassen hätten).

Tabelle XLIII.

über die Zeit, in welcher die 51 Fufs 2 Zoll lange Schnur, in der Mitte stark gestofsen, sich 4 mal von der Lage der Ruhe aus aufwärts schwang, und in diese Lage zurückkehrte.

Beobachtungen für vier Schwingungen der aufgespannten Schnure.	Zeit in welcher eine Schwingung vollbracht wurde.
3 Sec. - Tertien.	$46\frac{3}{8}$ Tertien.
3 — 5 —	
3 — 11 —	
3 — 3 —	
3 — 16 —	
2 — 58 —	
3 Sec. $5\frac{1}{2}$ Tertien.	

Die Versuche sind bey weiten nicht so präcis, als die über die Geschwindigkeit der Wellen, weil sich die Endigung einer Schwingung weit weniger genau erkennen läfst. Dem ungeachtet trifft das Mittel so genau mit der Zeit, in

der eine Welle dieselbe Schnur bey einer Spannung durch 10023 Gran durchläuft (46 Tert.), daſs nicht zu zweifeln ist, daſs eine Schwingung genau so lange dauert, als der Zeitraum, in der eine Welle die Länge der Schnur einmal durchläuft, ein Satz den der geistvolle Chladni zuerst ausgesprochen, und auf den er die Berechnung der Schnelligkeit der Fortpflanzung des Schalles durch verschiedene feste Körper gründete, indem er annahm, daſs, wenn man mit der Zahl der longitudinalen Schwingungen, die ein tönender Stab in einer Secunde vollbringt, die Länge des Stabs multiplicire, man die Länge des Raums erhalten werde, welchen der Ton vermöge seiner Fortpflanzung in 1 Secunde durchlaufe.

Zweyter Abschnitt.

Ueber die stehende Schwingung an fadenförmigen, durch Spannung elastischen Körpern.

§. 251.

Bekanntlich schwingen Saiten, die in ihrer Mitte langsam aus der Lage der Ruhe gezogen, und sich dann selbst überlassen werden, auf die Fig. 6. abgebildete Weise. Bey dieser Schwingungsart bemerkt man keine an der Saite hin und herlaufende Ausbeugung, keine Welle, sondern die Ausbeugung bleibt immer an ihrem Orte, indem sie nur abwechselnd aus ihrer Lage über der Linie der ruhenden Saite unter diese, und umgekehrt bewegt wird, so daſs also die Theilchen, welche rechts oder links von dem Gipfel der Ausbeugung liegen, sich immer gemeinschaftlich senken und gemeinschaftlich steigen. Wir nennen sie daher die *stehende* Schwingung. Wir haben aber Seite 459 gesehen, daſs, wenn die Saite *AB* Fig. 125 in der Nähe des Befestigungspunctes von *b* nach *b'* gezogen wird, eine Ausbeugung sich bildet, deren Gipfel abwechselnd von *A* nach *B*, und von *B* nach *A* läuft, so daſs die Saite abwechselnd in die Lage

Ab' c'' B und *Ab'' c' B* kommt. Bey dieser Schwingungsart ändert sich aber die Höhe des Tones nicht. Nun kann aber diese Saite aufser diesem Grundtone eine Reihe von Flageolettönen hervorbringen, wenn sie mit gewissen Kunstgriffen angeschlagen wird. Die Saite theilt sich dabey entweder in zwey Stücke, wie Fig. 7., welche in entgegengesetzter Richtung schwingen, und durch einen festen Punct, Schwingungsknoten, getrennt sind, wobey sie die Octave des Grundtones giebt; oder in drey Stücke, wie Fig. 127, wobey sie den Ton der Quinte der nächst höhern Octave hervorbringt, und zwey Schwingungsknoten bildet; oder in vier Stücken, wo der Ton der doppelten Octave hervorgebracht wird u. s. w. Aber auch diese Stücken schwingen selten so regelmäfsig, wie es die angeführten Figuren angeben; häufiger vielmehr, wie es Fig. 128 angegeben ist, so dafs der Gipfel jeder Ausbeugung an jedem Stücke hin und herläuft. Dieses ist um so mehr der Fall, da man, wenn man eine Saite zum tönen bringt, zunächst nur einen kleinen Theil der Saite aus seiner Lage rückt, und folglich zuerst eine Wellenbewegung in der Saite veranlafst. Wenn aber in regelmäfsigen Zeitabschnitten erregte von den befestigten Enden der Saite zurückgeworfne Wellen, deren Breite ein aliquoter Theil der Länge der Saite ist, sich begegnen, so entsteht dadurch erst eine stehende Schwingung, auf eine ähnliche Weise wie beym Wasser (Seite 280 folg. Fig. 74. 75. 76. 73. 80. 81.), wo der Vorgang so langsam ist, dafs man ihn mit Augen sehen kann. Man kann aber auch die Entstehung der stehenden Schwingung aus Wellen an etwas dicken Seilen sehen. Man befestigt es an seinem einem Ende, und bewegt es am andern mit der Hand; am besten gelingt es, wenn man das Seil nicht blos aufwärts und abwärts in einer Ebene bewegt, sondern das Ende desselben mehrmals im Kreise herumführt. Es entstehen dann Wellen, die ganz mit den transversalen oder secundären, die wir jetzt betrachtet haben, übereinkommen, und sich nur dadurch von ihnen unterscheiden, dafs den Theilchen des Seiles aufser ihrer schwingenden Bewegung noch eine Centrifugalkraft

mitgetheilt wird. Es ereignet sich dann das, was §. 16 Seite 19 und Fig. 7 und 8 abgebildet worden ist. Von der Schnelligkeit einer Umdrehung des Endes des Seiles im Verhältnifs zu ihrer Länge, Dicke und Spannung, hängt es ab, wie viel Schwingungsknoten entstehen. Diese Versuche gewähren den Vortheil, dafs man die Schwingungsknoten, und die bewegten Theile des Seiles mit einem Blicke übersehen kann, und zugleich auch bemerkt, wie das Seil allmählig aus der Wellenbewegung in die stehende Schwingung übergeht.

§. 252.

Nachdem wir §. 16. Seite 19 durch die Erfahrung gezeigt haben, wie die stehende Schwingung mit einem oder mehreren Schwingungsknoten aus der Wellenbewegung hervorgehe, wollen wir nun eine neue Anwendung von der Eulerschen Rechnung machen, um zu beweisen, dafs es auch nach der Theorie nothwendig sey, dafs unter gewissen Umständen aus der Wellenbewegung eine stehende Schwingung hervorgehe.

Ein Drittel des Seiles An Fig. 129 (1) werde in die Lage Amn gebracht, festgehalten, und sich dann selbst überlassen. Man ziehe eine nach beyden Seiten beliebig verlängerte Abscissenlinie Fig. 130 $\alpha\beta$, und trage jede Abscisse x der Linie AB' nach vorwärts und rückwärts ab. An den beyden Enden errichte man zwey Ordinaten y und y' nach entgegengesetzten Richtungen, jede halb so grofs als die zu x gehörige Ordinate, welche am Seile AB (1.) Fig. 129 die Lage des Punctes m bestimmt. Auf diese Weise entsteht die Hülfslinie Fig. 130 $\alpha\gamma\delta C\varepsilon\zeta\eta$. Diese Construction kann man wiederholen, indem man das Ende α an das Ende η ansetzt, wo dann die Fortsetzung der Hülfslinie $\eta'\gamma'\delta'C'\varepsilon'\zeta'\eta'$ u. s. w. entsteht. Mit Hülfe dieser Linie construirt man die Lagen des Seiles in den folgenden 3 Zeiträumen (2) (3) (4) Fig. 129. In dem darauf folgenden Zeitraume würde das 1te Drittel des Seiles wieder in die Lage der Ruhe zurückkehren, wenn man nicht, wie bey (1), von neuem eine Ausbeugung desselben durch eine äufsere Kraft hervorbrächte.

Geschieht dieses, so erhält das Seil die Lage (5). Bey dieser wiederholten äuſsern Einwirkung wird zur Fortsetzung der Construction eine neue Hülfslinie nöthig. Von dem Anfangspuncte *C* Fig. 131 der neuen beliebig verlängerten Abscissenlinie trägt man vorwärts und rückwärts, wegen der neu hervorgebrachten Ausbeugung *A m n* Fig. 129 (5), die Abscisse *x* des Seiles *A b* ab, und errichtet an den Endpuncten Ordinaten *y* und *y'* Fig. 131 nach entgegengesetzten Richtungen, deren jede gleich der Hälfte der Ordinate *z* am Seile *A B* Fig. 129 (5) ist, durch welche die Lage des Punctes *m* bestimmt wird. Auf diese Weise entsteht die Hülfslinie *ε ζ C η ϑ* Fig. 131. Weil die Ausbeugung des Seiles *n o p q B* Fig. 129 (5) nach *B* zu fortschreitet, so muſs dieselbe in der neuen Hülfslinie rückwärts von *ε* abgetragen werden, während auf der andern Seite des Anfangspunctes *C*, in gleichen Entfernungen zwischen *ϑ* und *α'*, die Hülfslinie mit der gegebenen Abscissenlinie zusammenfällt. Auf diese Weise erhält die neue Abscissenlinie die Gestalt *α β γ δ ε ζ C η ϑ κ α' β'* u. s. w. Mit ihrer Hülfe findet man die Lage des Seiles in den folgenden 3 Zeiträumen, so wie sie (6) (7) (8) Fig. 129 abgebildet sind. Im 9ten Zeitraume würde das 1te Drittel des Seiles wieder in die Lage der Ruhe zurückkehren, wenn nicht zum drittenmale eine Ausbeugung durch äuſsere Einwirkung entstünde. Zugleich wird hierdurch zum drittenmale ein Hülfslinie zur Bestimmung der weiteren Fortpflanzung der Schwingung erfordert, welche die Gestalt *α β γ δ C ε ζ η α' β'* u. s. w. Fig. 132 erhält. Daraus sieht man, daſs das Seil im 10ten und 11ten Zeitraume die unter (10) und (11) Fig. 129 abgebildete Lage erhalten muſs. Von nun an kehrt im 12ten Zeitraume die unter (10), im 13ten die unter (9), im 14ten die unter (10), im 15ten die unter (11) abgebildete Lage zurück u. s. w.

§. 253.

Die Entstehung der stehenden Schwingung mittelst der 2ten Methode der Wellenerregung zeigt Fig. 8. Das erste Achtel des Seiles (1) erhält bey *A* eine Geschwindigkeit, ehe

es sich merklich von der Lage der Ruhe entfernen kann. Die Geschwindigkeiten der einzelnen Puncte mögen Fig. 133 durch die Ordinaten v ausgedrückt werden, und die Ordinaten s Fig. 134 seyen gleich $\int v\,dx : c$. Zieht man nun eine beliebig nach beyden Seiten verlängerte Abscissenlinie $\alpha\beta$ Fig. 135, und trägt darauf von C nach vorwärts und rückwärts die Abscisse x Fig. 133 ab, und errichtet an den Endpuncten nach gleicher Richtung die Ordinaten y und y' jede $= \frac{1}{2}$ s; so erhält man die Hülfslinie $\gamma\delta C\varepsilon\zeta$, und wenn man sie wiederholt aufträgt, die Fortsetzung $\zeta\delta' C'\varepsilon'\zeta'$. Mit ihrer Hülfe construirt man die Lage des Seiles für den 3ten Zeitraum (2) Fig. 8. Im 5ten Zeitraume wird das erste Achtel des Seiles von neuem gestofsen, und dadurch eine neue Hülfslinie nöthig, welche aus ähnlichen Gründen wie bey den frühern Constructionen die Fig. 136 abgebildete Gestalt erhält. Durch diese Hülfslinien findet man für den 6ten und 8ten Zeitraum die unter (3) und (4) Fig. 8 dargestellte Lage des Seiles. Im 9ten Zeitraume wird im ersten Achtel des Seiles zum 3ten mal eine Bewegung hervorgebracht, und dadurch die Fig. 137 abgebildete Hülfslinie nöthig. Aus dieser findet man für den 10ten und 12ten Zeitraum die unter (5) und (6) Fig. 8 abgebildete Lage des Seiles. Im 13ten Zeitraume wird im ersten Achtel des Seiles zum 4ten mal eine Bewegung hervorgebracht, und dieser entsprechend eine 4te Hülfslinie Fig. 138 construirt. Daraus ergiebt sich für den 14ten und 16ten Zeitraum die unter (7) und (8) Fig. 8 abgebildete Lage des Seiles, die sich von nun an so wiederholt, dafs im 18ten Zeitraume die Lage (7), im 20ten die Lage (8) zum Vorschein kommt. In den dazwischen liegenden Zeiträumen, im 15ten, 17ten, 19ten, tritt vollkommene Interferenz ein, bey welchen das Seil eine gerade Linie bildet, was nicht besonders abgebildet worden ist. So erhält man eine Schwingung mit 3 Schwingungsknoten, und es ist aus diesem Beyspiel leicht einzusehen, wie eine Schwingung mit 1, 2, oder mehreren Schwingungsknoten erregt werden könne.

§. 254.

Wenden wir dieses auf die gewöhnlichen Methoden Flageolettöne (d. h. Töne, bey welchen die tönende Saite Schwingungsknoten bildet) hervor zu bringen an, so lernen wir die Dienste kennen, welche dieselben bey der Erregung dieser Flageolettöne leisten. Bey der Harfe berührt man die Saite *AB* Fig. 139 z. B. an dem Puncte *a*, zwischen ihrem 1ten und 2ten Drittel leise mit dem Ballen des Daumens, und zieht die Saite mit der Spitze des Daumens nach *α*, und läſst sie dann fortschnellen. Die Saite nimmt nach Verlauf eines ersten Zeitraums die Lage $a\alpha'$ (2) an; im zweyten Zeitraume entsteht eine Interferenz, die wir hier nicht mit abbilden wollen, im dritten Zeitraum (3) ist der Wellenberg $a\beta' b$ fortgeschritten, hat das Thal $a\alpha$ nachgebildet, ist aber noch einmal so niedrig geworden. Läſst man nun bey *a* mit dem Ballen los, so nimmt die Saite im 4ten Zeitraume die Gestalt (4), im 5ten die Gestalt (5), und so weiter an. Der Ton muſs in dem hier beschriebenen Falle die Quinte der nächst höhern Octave des Grundtones der Saite seyn. Der leise Druck des Fingers an einem bestimmten Puncte der Saite bestimmt die Breite der entstehenden Wellen. Geht die Breite der erregten Wellen in der Länge der Saite nicht auf, d. h. ist *Aa* nicht der 2te, 3te, 4te, 5te etc. Theil der Länge der Saite, so kann keine stehende Schwingung entstehen, wenigstens keine vollkommene.

Ueber die secundäre Schwingung der Körper, welche durch innere Steifigkeit elastisch sind.

§. 255.

Der Vorgang, wenn Metallstäbe, Glasstäbe, Glasröhren etc. in eine secundäre (transversale) Schwingung gebracht werden, ist dem bey Saiten ganz ähnlich. Auch hier entstehen ohne Zweifel zuerst Wellen, die, indem sie sich regelmäſsig begegnen, eine stehende Schwingung hervorrufen. Aber die Geschwindigkeit, mit der hier die Wellen fortschreiten, ist eine ganz andere. Die Wellen durchlaufen

übrigens einen an den Enden freyen Stab nicht mit einer ganz gleichförmigen Geschwindigkeit. Die Enden eines solchen Stabes sind nämlich viel beweglicher als die Mitte, weil sie nur von einer Seite her in ihrer Lage zurückgehalten werden. Daher sind die Excursionen, die das freye Ende eines schwingenden Stabes macht, viel gröſser als die, welche die Mitte macht. Gesetzt der Stabe *ACB* werde bey seiner Schwingung abwechselnd in der Lage *a'cb'* und *bc'a* versetzt, so würde die Bahn des Punctes von *b* nach *b'* noch einmal so groſs seyn, als die Bahn *cc'* ist. Es ist daher nicht zu verwundern, daſs eine Welle, welche die Länge des Stabs durchläuft, eben so viel Zeit braucht, um das halb so lange Stück *xB* zu durchlaufen, und es in die Lage *xb* zu bringen, als nun das noch einmal so lange Stück *yCx* zu durchlaufen, und ihm die Lage *ycx* zu geben. Die Schwingungsknoten *x*, *y* eines Stabes, der sich in mehrere schwingende Abtheilungen getheilt hat, liegen daher so, daſs die Endstücken des Stabes noch einmal so kurz sind, als die in der Mitte gelegenen Abtheilungen. Auf ähnliche Weise verhält es sich bey Wasser, das in eine stehende Schwingung gerathen ist. (Siehe Fig. 74.) Dieser Grund fällt weg, wenn die beyden Enden eines Stabes unbeweglich eingeschraubt werden, und daher liegen die Schwingungsknoten eines solchen Stabes so, daſs alle Abtheilungen *AB*, *BC* und *CD* desselben Fig. 127, wie bey einer schwingenden Saite, gleich groſs sind.

Die Chladnischen Klangfiguren geben eine Vorstellung, wie sich flächenförmige Körper bey ihrer stehenden Schwingung in verschiedene Abtheilungen, die nach entgegengesetzten Richtung schwingen, theilen können, indem der von den schwingenden Stellen abgeworfene, und auf den ruhenden Linien aufgehäufte Sand einen Schluſs auf die Bewegung, in der sich z. B. eine Scheibe befindet, erlaubt. Unsere Entdeckung (Seite 258 — 279), daſs auch Quecksilber und Wasser, wenn sie in regelmäſsig gestalteten 4eckigen, 3eckigen, runden und anderen Gefäſsen eingeschlossen sind, in eine ähnliche stehende Schwingung gerathen können, wenn

auf eine passende Weise Wellen erregt werden, macht auch die Art und Weise wahrnehmbar, wie eine so zusammengesetzte stehende Schwingung entstehen könne, dafs nämlich auch hier eine Wellenbewegung der stehenden Schwingung vorausgehe, und dafs ein regelmäfsiges Zusammentreffen von erregten und zurückgeworfenen Wellen die Ursache einer solchen stehenden Schwingung sey. Unstreitig findet dieses auch auf schwingende Scheiben und Membranen eine Anwendung; denn wie sollte ein Stofs auf einen einzelnen Punct einer Scheibe etwas anderes als eine fortschreitende Schwingung, Wellen, erregen; wie sollte wohl ein solcher Einflufs ursprünglich eine gleichzeitige, und sich das Gleichgewicht haltende Schwingung aller Abtheilungen veranlassen können?

Aber, da die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten so langsam fortschreiten, so kann man bey ihnen auch die Gestalt der Oberfläche der schwingenden Flüssigkeit sehen, man kann bemerken, dafs die Oberfläche von Fig. 70 sich in 9 sehr regelmäfsig gestellte kegelförmige Erhöhungen, und in 6 trichterförmige Vertiefungen getheilt hat. Fig. 72 stellt die Knotenlinien dar, auf welchen sich bey einer Scheibe der aufgestreuete Sand aufhäufen würde, wenn sie sich in derselben stehenden Schwingung befände als in Fig. 70 das Wasser.

Auf diese Weise können Fig. 70, 80 und 81 eine anschauliche Vorstellung von der Gestalt schwingender Scheiben geben, die mittelst aufgestreueten Sandes entsprechende Klangfiguren zeigen.

Es würde nach dieser Analogie nicht schwer seyn, die Entstehung gewisser Klangfiguren auf Scheiben im Einzelnen aus einander zu setzen, wenn die Wellen auf dieselbe Weise als beym Wasser nach allen Richtungen gleich schnell fortschritten. Nun mögen sich zwar Wellen auf der Mitte eines gleichförmig gespannten Paukenfells erregt, als kreisförmige Wellen ausbreiten, aber schon bey Membranen, die ungleichförmig gespannt sind, oder wenn der Stofs nicht auf den Mittelpunct der Membran wirkt, ist das nicht der Fall; noch viel weniger bey Scheiben, die an gewissen Punc-

ten gehalten werden, und deren Abschnitte sich daher hinsichtlich der Gröfse ihrer Spannung und Beweglichkeit sehr unterscheiden.

Bey grofsen 4eckigen Leinwandtüchern, die wie Rolleaus oben und unten an einem Stabe befestigt waren, und durch das Gewicht des untern Stabes gespannt erhalten wurden, beobachteten wir, dafs ein auf die Mitte der Leinwand hervorgebrachter Stofs eine Welle veranlafste, die nach oben und unten ungleich geschwinder fortschritt, als nach den beyden unbefestigten Seitenrändern.

Auch hier hat Euler hinsichtlich der Berechnung dieser Schwingungen bey Membranen, und Ricati bey den der Stäbe treffliches geleistet.

Die Methode, die Scheiben dadurch zu nöthigen, sich in gewisse schwingende Abtheilungen zu theilen, dafs man sie an einer oder mehreren Stellen mit dem Finger leise berührt, und eine zwischen 2 Knotenlinien gelegene Abtheilung in ihrer Mitte mit dem Violinbogen streicht, mag wohl eben so wie bey den Saiten ihren Grund darinne haben, dafs dadurch die Breite der durch den Violinbogen erregten Wellen bestimmt wird, die dann bey ihrer Durchkreuzung die stehende Schwingung erzeugen.

Man kann aber bey Scheiben, z. B. einer gleichseitig 3eckigen Glasscheibe, die man an ihrer einen Ecke einschraubt, auch eine grofse Menge sehr zusammengesetzter Klangfiguren mit Bestimmtheit dadurch hervorbringen, dafs man an verschiedenen Stellen der Scheibe, und mit verschiedener Kraft und Geschwindigkeit mit dem Violinbogen streicht, ohne dafs man eine Berührung der Scheibe mit dem Finger zu Hülfe nimmt. Wir werden die von uns hierüber angestellten Versuche ein ander mal bekannt machen.

§. 256.

Taylor, Dan. Bernoulli und Euler haben sich mit der Berechnung der fortschreitenden und stehenden Schwingung beschäftigt, welche an einem frey aufgehangenen Faden erregt werden kann, welcher durch Gewichte beschwert

ist, die sich in regelmäſsigen Abständen von einander befinden. Eulers Abhandlungen hierüber befinden sich in Nov. Commentar. Acad. sc. Imp. Petrop. pro annis 1762 et 1763 Petropoli 1764 p. 216, und eine 2te Abhandlung desselben über die Schwingungen eines frey aufgehangenen Seiles in den Act. Petrop. pro anno 1777 Petropoli 1778.

Bey den Fortschritten, die die Analysis in unserer Zeit macht, ist es zu hoffen, daſs die Lösung, die Eulern niemals so vollständig, wie die Berechnung der Bewegung einer aufgespannten Saite, gelungen ist, (Siehe S. 13) mit Erfolg noch einmal versucht werden wird, und es wird dann interessant seyn, die Resultate der Rechnung mit genauen Versuchen, die sich hierüber sehr gut anstellen lassen, zusammen zu halten.

In dieser Rücksicht setzen wir eine Anzahl Versuche hierher, welche wir über die Geschwindigkeit der Wellen, die an einem 51 Fuſs langen, im Innern des Thurms der Leipziger Sternwarte aufgehangenen Faden, der durch 51 Bleykugeln beschwert war, angestellt haben. Jede Kugel war durchbohrt, so daſs durch ihre Mitte der Zwirnsfaden hindurch ging. Der Abstand zweyer Kugeln war durchgängig 1 Fuſs Par. M. Alle 51 Kugeln zusammengenommen wogen 8658 Gran, folglich eine Kugel 169,706 Gran im Mittel. Die vorletzte Kugel wurde mit der einen Hand in der Lage festgehalten, in der sie sich während der Ruhe befand; die letzte aber wurde so weit aufgehoben, daſs der Faden, der sie mit der vorletzten verband, mit dem übrigen Faden einen rechten Winkel machte. Dann wurden beyde Kugeln bey einem durch Zählen gegebenes Signal sich selbst überlassen, zugleich aber in demselben Momente die Tertienuhr losgelassen. Die losgelassene Kugel machte nicht wie ein Pendel wiederholte Schwingungen, sondern, so viel wir sehen konnten, nur eine einzige, stand dann auf einmal still, und ruhete, während die Welle vom untersten bis zum obersten Puncte des Fadens hinauf lief, daselbst zurückgeworfen wurde, und in umgekehrter Lage vom obersten Puncte zum untersten zurücklief. Dann mit einem male setzte sich die letzte

und vorletzte Kugel in eine heftige Bewegung. In dem Momente, wo sie sich am weitesten von dem Orte ihrer Ruhe weggeschwungen hatten, wurde die Tertienuhr angehalten. Die Schwingung dieser untersten Kugel vorwärts, dann zurück und auf die entgegengesetzte Seite, und dann wieder zurück zum Puncte der Ruhe, veranlafste wieder eine Welle, die wieder bis zum obersten Befestigungspuncte hinauf lief, und von da zurückkehrte. Liefs man daher die Tertienuhr länger gehen, während die Welle mehrmals an dem Faden herauf und herunterlief, so konnte man die Zeit, die die Welle brauchte um 1 mal, oder 2 mal, oder 4 mal, oder 6 mal an dem Faden herauf und herunter zu laufen, messen.

Tabelle XLIV.

über die Geschwindigkeit, mit der eine Welle einen frey aufgehangenen, 51 Fufs P. M. langen, durch 51 Bleykugeln, deren Gewicht 8658 Gran war, beschwerten Zwirnsfaden durchlief, wenn die Welle dadurch erregt wurde, dafs die unterste Kugel bis zu einem rechten Winkel aufgehoben, und dann fallen gelassen wurde.

Wie vielmal die Welle die Länge des Fadens durchlief.	Zeit die die Welle dazu brauchte.	Zahl der Versuche woraus das Mittel gezogen wurde.	Gröfste Abweichung der Versuche von einander.	Zeit die die Welle brauchte, um das 1te mal, 2temal etc. die Länge des Fadens zu durchlaufen.
2 mal.	5 S. 19 T.	8	8 Tert.	2te mal 160 Tert.
4 mal.	10 — 44 --	5	13 —	3te mal 161 — 4te mal 161 —
6 mal.	16 -- 11½ --	5	10 —	5te mal 162½ — 6te mal 162½ —

Aus dieser Tabelle sieht man, dafs die Geschwindigkeit der Welle, wenn sie mehrmals die Länge des Fadens durchläuft, immer dieselbe bleibt.

§. 257.

Die Geschwindigkeit, mit welcher die Welle die Länge des Fadens vom untersten Puncte bis zum obersten durchläuft, ist zwar dieselbe als die, mit welcher sie vom obersten Punkte zum untersten herabläuft; aber von unten nach auf-

wärts nimmt die Geschwindigkeit der Welle zu, von oben nach abwärts nimmt sie ab, weil die Spannung an dem obern Theile des Fadens weit gröſser ist, als an dem untern; denn ein Punkt des Fadens ist desto mehr gespannt, je mehr Kugeln unter ihm noch an dem Faden aufgehängt sind. Da nun der von der vorletzten Kugel herabhängende Faden nur durch 1 Kugel, der von der drittletzten herabhängende Faden von 2 Kugeln, der von der ersten Kugel herabhängende Faden von 50 Kugeln beschwert ist, so schreitet die Welle durch den obern Theil des Fadens viel geschwinder fort, als durch den untern. Um dieses durch Versuche zu beweisen, befestigten wir am 1ten und 3ten Viertel des Fadens eine Fahne aus Papier, und lieſsen die Tertienuhr nur so lange fortgehn, bis die Welle von der ersten Kugel bis zum 1ten, oder bis zum 3ten Viertel, fortgeschritten war, was wir aus der Bewegung der daselbst befestigten Fahne beurtheilen konnten. Auf diese Weise maſsen wir die Geschwindigkeit, mit der die Welle die verschiedenen Abtheilungen des Fadens durchlief.

Tabelle XLV.

über die Geschwindigkeit, mit der eine Welle das 1te Viertel, das 2te und 3te Viertel, und endlich das 4te Viertel eines frey aufgehangenen 51 Fuſs langen, durch 51 Bleykugeln beschwerten Zwirnfadens durchlief, der durch das Gewicht der Bleykugeln von 8658 Gran beschwert war, wobey die Welle dadurch erregt wurde, daſs die unterste Kugel so weit, daſs sie einen rechten Winkel mit den übrigen bildete, aufgehoben wurde.

Gröſse des Raumes den die Welle durchlief.	Zeit die die Welle dazu brauchte.	Zahl der Versuche aus denen das Mittel genommen wurde.	Gröſste Abweichung der Versuche von einander.	Zeit in der die Welle das 1te, 2te u. 3te, das 4te Viertel durchlief.
$\frac{1}{4}$ des Fadens.	1 Sec. 13 Tert.	10	8 Tert.	1tes Viertel in 73 Tert.
$\frac{3}{4}$ des Fadens.	2 Sec. 25 Tert.	6	8 Tert.	2tes u. 3tes Viert. zusam. in 72 Tert.
$\frac{4}{4}$ des Fadens.	2 Sec. 39 Tert.	5	13 Tert.	4tes Viertel in 14 Tert.

Diese Versuche konnten nicht den Grad der Genauigkeit erreichen als die frühern, da sie sehr schwer anzustellen waren.

§. 258.

Läfst man die Welle eine bestimmte Anzahl Male am Faden herauf und herunterlaufen, so ändert sich die Zeit, welche die Welle dazu braucht, nach der Länge des aufgehobenen Stücks des Fadens, dessen Fallen die Welle erregt; d. h. wird nur die letzte Kugel in die Höhe gehoben, und ist sie von der vorletzten nur $\frac{1}{2}$ Par. Fufs entfernt, so braucht die Welle weniger Zeit, um den Faden 4 mal zu durchlaufen, als wenn sie 1 Fufs von der vorletzten entfernt ist; noch mehr Zeit braucht sie, wenn man 2 Kugeln, oder 3, oder 4, oder 5 Kugeln aufhebt, indem man die 3te, 4te, 5te, 6te Kugel von unten festhält, dann die letzte bis zu gleicher Höhe als die festgehaltene hebt, und den dazwischen gelegenen Faden in einer Kettenlinie hängen läfst; dann beyde Kugeln, die festgehaltene und die aufgehobene, zugleich fallen läfst, und dadurch eine Welle erregt. Nach dem Gesetze des Pendels schwingt das aufgehobene Stück langsamer, wenn es länger ist. Da nun, so oft die Welle bis zur untersten Kugel zurückkehrt, diese eine Pendelschwingung macht, so dauert diese Pendelschwingung länger, wenn das ursprünglich aufgehoben gewesene Stück des Fadens länger war, und daher rührt unstreitig der längere Aufenthalt der Welle, während die Fortpflanzung der Welle selbst stets gleich geschwind bleibt. Wurde 1 Kugel gehoben, so durchlief die Welle die Länge des Seiles

2 mal in 5 Sec. 20 Tert.
4 mal in 10 Sec. 43 Tert., folglich das
3te und 4te mal in 5 Sec. 23 Tert.

Wurden 2 Kugeln gehoben, so durchlief die Welle die Länge des Fadens

2 mal in 5 Sec. 21 Tert.
4 mal in 10 Sec. 59 Tert., folglich das
3te und 4te mal in 5 Sec. 38 Tert.

Wurden 3 Kugeln gehoben, so durchlief die Welle die Länge des Fadens

2 mal in 5 Sec. 29 Tert.
4 mal in 11 Sec. 13 Tert., folglich das
3te und 4te mal in 5 Sec. 44 Tert.

Wurde 1 Kugel gehoben, die nur ½ Par. Fuſs von der vorletzten abstand, so durchlief die Welle die Länge des Fadens
2 mal in 5 Sec. 1 Tert.

§. 259.

Wurde der Faden nur 50 Fuſs lang genommen, und also auch nur durch 50 Kugeln beschwert, und die Geschwindigkeit gemessen, mit der die Welle den Faden durchlief, und dann an die unterste Kugel noch eine Kugel, und dann noch eine angebunden, so daſs zuletzt an dem untersten Punkte des Fadens 3 Kugeln hingen, so vergröſserte sich natürlich die Geschwindigkeit der Welle mit der wachsenden Spannung, und zwar in folgendem Verhältnisse.

Tabelle XLVI.

über die Zunahme der Geschwindigkeit einer Welle durch geringe Vergröſserung der Spannung des 50 Fuſs langen, senkrecht aufgehangenen, von Fuſs zu Fuſs mit einer Bleykugel belasteten Fadens. Die Vergröſserung der Spannung wurde durch Anhängung von mehr als einer Kugel an dem untersten Ende hervorgebracht. Es wurde allemal die Zeit beobachtet, während welcher die Welle den Faden hinauf und wieder herab lief.

Zeit, in welcher die Welle den Faden hinauf und wieder herunter lief

wenn am untersten Ende bloſs eine Kugel hing.	wenn am untersten Ende 2 Kugel hingen.	wenn am untersten Ende 3 Kugeln hingen.
5 Sec. 22 Tert.	5 Sec. 11 Tert.	5 Sec. 2 Tert.
5 — 16 —	5 — 6 —	4 — 57 —
5 — 21 —	5 — 14 —	4 — 56 —
5 — 17 —	5 — 10 —	4 — 58 —
	5 — 8 —	4 — 58 —
	5 — 14 —	
5 Sec. 19 Tert.	5 Sec. 11 Tert.	4 Sec. 58 Tert.

Dritter Abschnitt.

Ueber die primäre fortgepflanzte Schwingung, oder über die Wellen des fortschreitenden Stoſses (longitudinale, tangentiale mitgetheilte Schwingungen; Wellen durch Verdichtung, und durch Verdünnung) in der Luft.

§. 260.

Alle Medien befinden sich durch Kräfte, durch die sich ihre Theilchen gegenseitig anziehen und zurückstoſsen, in einer Spannung, die, wenn alle Theilchen dabey sich in Ruhe befinden, ihre natürliche Spannung heiſst. Spannung ist aber der Zustand der Theilchen eines Körpers, deren Kräfte bey einer gewissen Entfernung oder Lage der Theilchen sich aufheben; diese Lage dagegen wiederherzustellen streben, wenn sie verändert worden. Spannung ist daher der Druck, den die Theilchen auf einander ausüben, und eine Wirkung desselben ist, daſs kein Theilchen sich bewegen kann, ohne einen bewegenden Einfluſs auf die benachbarten Theilchen auszuüben.

Diese Spannung scheint vergröſsert zu werden, sowohl, wenn die Theilchen mehr als im natürlichen Zustande einander genähert werden, z. B. die Theilchen der Luft durch Zusammendrückung; als auch, wenn sie mehr als im natürlichen Zustande von einander entfernt werden, z. B. die Theilchen einer Saite durch Ausspannung. Manche Medien befinden sich immer in einem gedrückteren Zustande, also in einer gröſsern Spannung, als die seyn würde, die sie bloſs durch die Anziehung und Abstoſsung ihrer Theilchen erführen, z. B. die Luft durch die Schwerkraft, vermöge deren die höher gelegenen Schichten die tiefern zusammendrücken. Natürlich muſs sich bey diesen Medien die Spannung vermindern, wenn man sie von einem Theile des Drucks befreyet, der sie zusammengepresst erhält, z. B. die Luft unter der Luftpumpe. Unstreitig würde aber auch die Luft von neuem gespannt werden, wenn man, nachdem man sie sich im leeren Raume bis zu der Grenze hätte ausdehnen lassen, wo

sie sich von selbst nicht weiter ausdehnen könnte, dann ihre Theilchen durch eine mechanische Gewalt noch weiter von einander entfernen könnte; denn die Meynung, daſs die Luft auch bey der gröſsten Verdünnung das Bestreben, sich noch immer auszudehnen, behalte, beruht keineswegs auf hinreichenden Gründen.

Die Erfahrung lehrt, daſs die natürliche Spannung der Körper keineswegs immer ihrer Dichtigkeit proportional sey, vielmehr die Intensität, mit der sich die Theilchen anziehen und abstoſsen, bey gleicher Dichtigkeit sehr verschieden seyn kann, wie denn die Wärme selbst die Spannung der Theilchen eines Körpers vermehrt, ohne seine Dichtigkeit zu ändern, wenn der Körper sich auszudehnen gehindert ist.

§. 261.

Aus dem vorhergehenden folgt, daſs vermöge der natürlichen Spannung kein Theilchen eines Körpers sich merklich bewegen kann, ohne die benachbarten Theilchen auch in Bewegung zu setzen. Hieraus folgt, daſs jeder Stoſs auf ein Medium sich fortpflanzen müsse.

Bey einer genauern Betrachtung sieht man aber auch ein, daſs ein Medium durch einen Stoſs so in Bewegung gesetzt werden müsse, daſs im Augenblicke des Stoſses die Theilchen eine desto geringere Bewegung erhalten, je weiter sie von der unmittelbar gestoſsenen Stelle entfernt liegen; denn kein bewegtes Theilchen kann die benachbarten augenblicklich in eine eben so groſse Bewegung versetzen, als es selbst hat; weil jedes Theilchen, ehe es von der Ruhe ab einen gewissen Grad von Geschwindigkeit erlangt, alle die unendlichen Stufen der Geschwindigkeit successiv durchlaufen muſs, welche zwischen der Ruhe und einem bestimmten Grade von Geschwindigkeit liegen; wohl aber muſs jedes Theilchen bey jeder Stufe der Geschwindigkeit, die es erlangt hat, bewegend auf die benachbarten unbewegten oder weniger bewegten Theilchen wirken.

§. 262.

Wir kommen zu der Darstellung des Fortschreitens einer Luftwelle. Die Erfahrung lehrt, daſs wenn die Luft am Anfange eines Kanales gestoſsen, und dadurch verdichtet worden ist, die verdichteten Lufttheilchen vermöge der Fortpflanzung des Stoſses die vor ihnen liegenden verdichten, diese wieder die vor ihnen liegenden etc., und daſs, während so die verdichtete Stelle der Luft durch die Länge der Röhre vorwärts rückt, (indem immer entfernter liegende Lufttheilchen in Verdichtung versetzt werden), die zuerst verdichtet gewesenen in ihre ursprüngliche Dichtigkeit und Ruhe zurückkehren.

Auf den ersten Anblick ist es auffallend, warum nur bey der ersten Erregung einer Verdichtung in der Luft, dieselbe ringsum nach allen Richtungen fortgepflanzt werde, dagegen, wenn sie einmal fortgeschritten ist, die Verdichtung nur nach einer Seite fortgepflanzt werde; warum dagegen eine solche verdichtende Welle in jedem Momente, wo sie noch vorwärts fortschreitet, nicht auch nach rückwärts verdichtend wirke, und wie also die fortschreitende Welle die Luft hinter sich ruhig zurücklassen könne, was doch offenbar der Fall ist, da man einen Knall, oder einen andern Schall an einer Stelle der Luft nur einen kurzen Moment hindurch hört, keineswegs aber noch dann, wenn die Schallwellen zu andern Luftschichten übergegangen sind.

Die Ursache dieser Erscheinung ist aus dem Gesetze der Elasticität, welches freylich selbst noch nicht erklärt ist, und nur hypothetisch angenommen wird, das sich aber durch die Erfahrung überall zu bestätigen scheint, erklärlich. Denkt man sich Fig. 140 die Theilchen *a, b, c, f, g, h* als Lufttheilchen einer Röhre, die sich in der ihnen im Zustande der Ruhe zukommenden Dichtigkeit befinden, giebt aber den Theilchen *d, e* eine doppelt so groſse Dichtigkeit als den andern, so ist es keine Frage, daſs sich die Theilchen *d* und *e* von einander zu entfernen streben müssen, indem sich *e* nach *f*, *d* nach *c* zu bewegt. Die Verdichtung *d e* wird also nicht nach einer Seite der Röhre, sondern nach beyden zu fortschreiten.

Hh 2

Giebt man dagegen den Theilchen *d*, *e* Fig. 141 eine gewiſse Geschwindigkeit nach *c* zu, ohne daſs ihre Dichtigkeit eine von der Dichtigkeit der übrigen Luft verschiedene ist, so werden sie gleichfalls einen Stoſs, der nach beyden Enden der Röhre fortschreitet, hervorbringen, so aber, daſs der nach *a b c d* fortschreitende verdichtend, der nach *f g h* fortschreitende verdünnend seyn wird.

Verbindet man dagegen beyde betrachtete Fälle unter einander: denkt man sich *d*, *e* Fig. 142 verdichtet, und legt ihnen zugleich eine Bewegung nach einer und derselben Richtung bey, die eben so groſs ist als der Druck, den die Theilchen durch das Bestreben wegen zu groſser Dichtigkeit sich ins Gleichgewicht zu setzen, nach *c* und *f* gleich stark ausüben, so muſs *e* nothwendig ruhen; denn es wird vermöge seiner gröſsern Dichtigkeit mit eben der Kraft nach *f* getrieben, als es sich vermöge der ihm ertheilten Geschwindigkeit nach *c* bewegen möchte. *d* dagegen würde sich mit einer doppelten Kraft, der seiner Geschwindigkeit, und der durch seine zu groſse Dichtigkeit veranlassten, nach *c* bewegen. *e* ruhet folglich, *d* aber nähert sich *c* so lange, bis es ihm so viel von seiner Geschwindigkeit mitgetheilt hat, daſs die Geschwindigkeit von *c* und *d* gleich groſs ist, und zwar halb so groſs als die, welche *d* vorher allein besaſs. (Wenn nämlich *c*, *d* als gleich groſse Massen angesehen werden, und folglich die Bewegung von *d* auf die doppelte Masse übergeht, und daher halb so geschwind wird.) Mit dem Drucke, den *d* auf *c* hierbey ausübt, ist in gleichem Maaſse der von der Dichtigkeit zwischen *d* und *c* abhängende Druck gröſser geworden, oder das Bestreben in *c* und *d* sich von einander zu entfernen gewachsen, welches Bestreben nach der der Elasticität hypothetisch zugeschriebenen Eigenschaft gleich groſs als die bewegende Kraft in *c* und *d* ist. Es tritt folglich nun derselbe Fall als anfangs bey *d* und *e* ein. *d* muſs folglich ruhen, und *c* wird sich mit der Geschwindigkeit, die ihm von *d* mitgetheilt wurde, und mit der, die ihm das Bestreben sich von *d* wegen zu groſser Dichtigkeit zu entfernen, mittheilt, d. h. mit der nämlichen Geschwindigkeit bewegen, mit der sich

im vorhergehenden Zeitraume *d* nach *c* zu bewegte. Die Theilchen erhalten demnach die Lagen Fig. 143. 144 u. s. w. Aus demselben Grunde geschieht das Fortschreiten einer verdünnenden Welle nach einer einzigen Seite, wenn die Theilchen Fig. 145 *d*, *e* eine Geschwindigkeit nach einer und derselben Richtung besitzen die eben so groſs ist als die, welche ihnen durch die Verdünnung mitgetheilt wird. Nothwendig muſs die Lage der Theilchen sich wie in Fig. 7 ändern, und die verdünnende Welle muſs nach *f* zu fortschreiten. Daſs nun aber, wenn die Luft gestoſsen wird, die Geschwindigkeit, die die Theilchen bekommen, nach und nach ihrer Verdichtung proportional wird, ist eine Folge des Mariottischen Gesetzes, nach welchem der Druck der Luft wie die zunehmende Dichtigkeit wächst, und der stets gleich schnellen Fortpflanzung des Stoſses durch ein gleichartiges Mittel.

§. 263.

Wir haben bis jetzt die Fortpflanzung einer Verdichtung oder Verdünnung betrachtet, die nur zwischen 2 nächsten Theilchen statt fand. Nun wollen wir von der Fortpflanzung von Wellen sprechen, von denen jede eine Menge bewegter und verdichteter Theilchen in sich faſst.

Die bildlichen Darstellungen, deren wir uns hierbey bedienen wollen, sind durch eine Anwendung von Eulers Rechnung construirt worden, indem wir uns einen Stempel in einer Röhre vorstellten, den wir uns nach einem von uns willkührlich angenommenen Gesetze vorwärts und rückwärts bewegt, und dabey abwechselnd beschleunigt und retardirt dachten. An die Röhre möge bey *A* ein Fig. 147 luftdicht schlieſsender Stempel mit einer anfangs zunehmenden, dann wieder abnehmenden Geschwindigkeit vorwärts gestoſsen, hierauf aber gleichfalls mit einer erst zunehmenden, dann wieder abnehmenden Geschwindigkeit bis zu seiner ursprünglichen Lage zurückgezogen werden. Die Länge der auf die gerade Linie *CDE* senkrecht gezogenen Linien zeige die Geschwindigkeiten an, mit welchen der Stempel successiv bewegt wird, und zwar $\iota\vartheta\eta\zeta\varepsilon$ die Ge-

schwindigkeiten, mit den er successiv vorwärts gestoſsen, $\delta\gamma\beta\alpha$ die Geschwindigkeiten, mit den er successiv zurückgezogen wird. Wir wollen die Zeit, in welcher der Stempel vorwärts gestoſsen und zurückgezogen wird, in 8 kleinere Zeittheile theilen, deren jeden wir jetzt einzeln betrachten wollen. Am Ende des ersten Zeitraums, während der Stempel eine Geschwindigkeit, die der senkrechten Linie ϑ in *CDE* proportional ist, und während er um so viel, als die Entfernung 1 1′ (Fig. 147 in *FG*) beträgt, in die Röhre hineingerückt ist, mögen die vor ihm in der Röhre liegenden Lufttheilchen eine Bewegung, folglich eine Verschiebung von ihrer ursprünglichen Lage, und also auch eine Geschwindigkeit erhalten, und eine gewisse Verdichtung erlitten haben. Die Gröſse der Verschiebung, die jedes Lufttheilchen im Raume *FG* während dieses Zeitraums erlitten hat, können wir uns durch die senkrechten Linien (Ordinaten) 1, 2, 3 sinnlich darstellen, so daſs also das Theilchen 3 in *AB* am Ende des ersten Zeitraums noch gar nicht verschoben ist, 2 eine Verschiebung nach *B* erlitten hat, welche der senkrechten Linie 2 in *FG* gleich ist; das Theilchen 1 in *AB* endlich nach *B* zu um so viel verschoben worden ist, als die senkrechte Linie 1 in *FG* beträgt. Hieraus folgt, daſs das Theilchen 3 in *AB* noch in seiner ursprünglichen Lage seyn muſs, daſs sich das Theilchen 2 dem Theilchen 3 um so viel genähert haben muſs, als die senkrechte Linie 2 in *FG* beträgt, daſs das Theilchen 1 endlich sich dem Theilchen 2 um so viel genähert haben muſs, als die Differenz der senkrechten Linien 1 und 2 in *FG* beträgt. Die Lufttheilchen werden aber hierbey auch eine gewisse Verdichtung erlitten haben. Auch diese kann man durch senkrechte Linien 1, 2, 3 in *HI* bildlich ausdrücken. Eben so verhält es sich auch mit den Geschwindigkeiten, welche den Theilchen 1, 2, 3, mitgetheilt werden, und die für unsern Fall (wie es sich aus Eulers Rechnung ergiebt) der Verdichtung proportional seyn müssen, und daher durch dieselben senkrechten Linien 1, 2, 3, in *HI* ausgedrückt werden können. Verbindet man die Endpunkte der senkrechten Linien 1, 2, 3 in *FG*, welche die Verschiebungen der Lufttheil-

chen von ihrer ursprünglichen Lage ausdrücken, durch eine krumme Linie; so kann man diese die Scale der Verschiebungen nennen. Ebenso kann man die krumme Linie, die die senkrechten in *HI* verbindet, die Scale der Verdichtungen nennen. Dieselbe Linie ist auch in unserm Falle, wo die Geschwindigkeit der Lufttheilchen ihrer Verdichtung proportional ist, die Scale der Geschwindigkeiten. Zeichnen wir nun die Theilchen, indem wir die Ordinaten der Verschiebung auf eine gerade Linie abtragen, in die Lage, die sie nach dieser Verschiebung und gegenseitigen Annäherung erhalten haben müssen, so kommen sie an die vordern Enden der Pfeilspitzen in *KL* zu liegen, wo wir zugleich die Geschwindigkeit, die jedes Theilchen hat, durch die Gröſse der Pfeilspitzen, d. h. durch die geraden Entfernungen 1 1′, 2 2′, 3 3′ u. s. w., so wie die Richtung, in welcher sich die Theilchen bewegen, durch die Richtung der Pfeilspitzen ausgedrückt haben. Hiernach sieht man nun leicht, daſs die Verdichtung aller Theilchen 1, 2, 3, zusammengenommen eben so viel betragen müsse, als die Verschiebung des Stempels von *z* nach *z′*.

Im zweyten Zeitmomente, in dem der Stempel um so viel als Fig. 148 *zz″* in die Röhre hineingetrieben ist, hat sich die Fortpflanzung des Stoſses bis zum Lufttheilchen 5 in *AB* erstreckt. In welchem Grade die Dichtigkeit der Theilchen 1, 2, 3, 4, 5, vergröſsert worden sey, stellt die Lage der mit denselben Zahlen bezeichneten Punkte in *KL* dar; die Geschwindigkeit und Richtung der Theilchen wird wieder durch die Gröſse und Richtung der Pfeilspitzen angezeigt, welche wieder durch die Ordinaten der Verschiebung in *FG*, und durch die Ordinaten der Geschwindigkeit und Dichtigkeit in *HI* (welche auf gleiche Weise aus den Ordinaten der Verschiebung resultiren) ausgedrückt sind.

Im dritten Zeitmomente, in dem der Stempel Fig. 149 von *z″* nach *z‴*, also ein geringeres Stück als im vorigen Zeitraume, fortgerückt ist, hat sich die Welle bis zum siebenten Lufttheilchen 7 in *AB* Fig. 149 fortgepflanzt, und die bewegten Lufttheilchen haben in der Röhre die Lage und Geschwindigkeit angenommen, welche die Pfeilspitzen in *KL* Fig. 149 darstellen.

So wie der Stempel in diesem Zeitraume von Zeittheilchen zu Zeittheilchen immer langsamer vorwärts geschoben wird, eben so ist die Bewegung, die die Theilchen 1, 2, 3, in diesem Zeitraume vom Stempel empfangen, von Zeittheilchen zu Zeittheilchen kleiner, statt die Bewegung, die die Lufttheilchen 4, 5, 6, von ihren benachbarten während dieses Zeitraumes empfangen, von Zeittheilchen zu Zeittheilchen immer gröfser geworden ist. Man übersieht das sehr gut, wenn man die krumme Linie *FG* Fig. 149, die die Enden der die Abweichung der Lufttheilchen von ihrer ursprünglichen Lage darstellenden Linien verbindet, betrachtet, die da, wo die Lufttheilchen 4, 5, 6 liegen, nach oben concav, da wo die Lufttheilchen 1, 2, 3, liegen, nach oben convex ist. Durch *HI* werden die Linien bestimmt, welche die Geschwindigkeiten sinnlich ausdrücken, die den Lufttheilchen 1 bis 7 am Ende des 5ten Zeitraums zukommen. *KL* Fig. 150 bildet die Welle am Ende des 4ten Zeitraumes ab, in welchem der Stempel von z''' nach z^{IV} vorwärts geschoben worden ist. Die Bewegung hat sich in diesem Zeitraume bis zum Theilchen 9 ausgebreitet. Dieser Raum ist wieder viel kleiner als der, um welchen der Stempel im vorhergehenden Zeitraume vorwärts rückte, und seine Geschwindigkeit hat sich während dieses Zeitraumes vollends so verringert, dafs der Stempel, wenn er in z^{IV} angekommen ist, o Geschwindigkeit hat. Es ist nun die ganze verdichtende Welle gebildet. Der Stempel, und zugleich mit ihm das an ihm liegende Lufttheilchen 1, hat nun den äufsersten Punkt seiner Bewegung nach *L* zu erreicht. Die Linie *FG* stellt die Verschiebungen der einzelnen Lufttheilchen durch die Gröfse der auf sie gefällten Perpendikel dar, die Linie *HI* giebt die Ordinaten, welche zugleich die Geschwindigkeiten und die Dichtigkeiten der Lufttheilchen ausdrücken. Fig. 151 bey *KL*, wo sich die Bewegung bis zum Theilchen 11 ausgebreitet hat, sieht man, wie der Stempel nun das Stück z^{IV} bis z^{III} rückwärts bewegt worden ist, und mit ihm das Lufttheilchen 1 und 2; daher hat sich der Zwischenraum zwischen 1 und 2 und zwischen 2 und 3 vergröfsert; es ist Verdünnung eingetreten, und der Punct 3 macht die

Grenze zwischen der früher entstandenen verdichtenden Welle, und der verdünnenden, welche so eben sich zu bilden angefangen hat. *FG* zeigt die Verschiebung der Lufttheilchen von ihrem ursprünglichen Orte an, *HI* zugleich die Geschwindigkeiten und Verdichtungen.'

Im sechsten Zeitraume Fig. 152 erreicht der vorderste Punct der verdichtenden Welle das Theilchen 13. Die Stelle der Welle, in welcher die gröfste Verdichtung und Geschwindigkeit statt findet, fällt auf das Theilchen 8. Es hat sich zugleich die Hälfte der verdünnenden Welle gebildet, indem der Stempel mit verstärkter Geschwindigkeit von z''' nach z'' rückwärts ging. *FG* stellt die Verschiebung der Lufttheilchen von ihrer ursprünglichen Lage, *HI* die Geschwindigkeiten und Verdichtungen dar. Die verdünnende Welle (Thalwelle) rückt also nach *L* zu fort, obgleich die einzelnen Lufttheilchen, die diese Welle bilden, sich nach *K* hin bewegen. Das Theilchen 1 hat am Ende dieses Zeitraums die gröfste Geschwindigkeit nach *K* hin erhalten.

Im 7ten Zeitraume Fig. 153 wird die Rückbewegung des Stempels von Theilchen zu Theilchen verlangsamt, und eben dadurch wird auch die Geschwindigkeit, die den nächsten Lufttheilchen durch den Stempel von Zeittheilchen zu Zeittheilchen von neuem mitgetheilt wird, immer geringer. Die verdichtende Welle ist bis zum 15ten Lufttheilchen fortgeschritten. Die Stelle derselben, wo die gröfste Verdichtung und Geschwindigkeit der Theilchen ist, befindet sich am Theilchen 11; am Theilchen 7 ist die Geschwindigkeit und Dichtigkeit 0; am 3ten Theilchen ist die gröfste Dichtigkeit und Geschwindigkeit der zu der verdünnenden Welle gehörigen Theilchen, die sich nach *K* zu bewegen. *FG* giebt wieder die Gröfse der Linien an, die die Verschiebung der Lufttheilchen von ihrer ursprünglichen Lage ausdrücken; *HI* die Linien, welche die Geschwindigkeiten und Verdichtungen der Lufttheilchen in der Welle darstellen.

Im 8ten Zeitraume Fig. 154 *KL* ist endlich der Stempel von z' nach z, und zugleich auch das ihm zunächst liegende Lufttheilchen, in seine ursprüngliche Lage zurückgekehrt,

und ist dabey in seiner Bewegung so verlangsamt worden, daſs seine Geschwindigkeit gerade o geworden ist. *FG* stellt die Verschiebung, *HI* die Dichtigkeit und Geschwindigkeit dar.

Fig. 155 *KL*, *FG*, und *HI* stellt dasselbe im 9ten Zeitraume dar, nur mit dem Unterschiede, daſs die Welle nach *L* zu ein Stück fortrückt. Die Verschiebung der Theilchen, so wie auch ihre Geschwindigkeit und Dichtigkeit sind dieselben als im vorigen Zeitmomente. Das Theilchen 2 ist am Ende dieses Zeitraums in seine ursprüngliche Lage zurückgekehrt. Die Welle rückt nun im 10ten Zeitmoment, so wie Fig. 156 zeigt, im 11ten so wie Fig. 157, im 12ten so wie Fig. 158, im 13ten so wie Fig. 159, im 14ten so wie Fig. 160, im 15ten so wie Fig. 161, im 16ten so wie Fig. 162 darstellt, mit gleichförmiger Geschwindigkeit nach *L* zu fort. Die Scalen der Verschiebung der Theilchen *FG*, so wie ihrer Dichtigkeit und Geschwindigkeit *HI* bleiben während aller dieser Zeiträume dieselben, die sie im 9ten Zeitraume in Fig. 155 waren. Die Welle ist nun um so viel als ihre ganze Breite (der vereinigten Breite der verdichtenden und verdünnenden Welle) beträgt fortgeschritten.

Die Theilchen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 haben sich, während die verdichtende Welle an ihnen vorüberging, nach vorwärts bewegt; während die verdünnende Welle durch sie hindurchgieng, durch dieselbe Bahn zurück, an ihren vorigen Ort bewegt. In der Mitte ihrer Vorwärtsbewegung, und in der Mitte ihrer Rückwärtsbewegung hatten sie die gröſste Geschwindigkeit.

§. 264.

Aus der hier gezeigten, durch die Erfahrung bewiesenen Eigenschaft der Luftwellen, in Röhren mit gleichförmiger Geschwindigkeit und unverändert fortzuschreiten, kann man sehr leicht erkennen, welche Geschwindigkeit den einzelnen Lufttheilchen zukommt, wenn man die Entfernung der in der Welle befindlichen Lufttheilchen von dem ihnen ursprünglich zukommenden Orte, als bekannt voraussetzt. Die Entfernungen der Puncte in der Linie *abcde*

Fig 171 von der geraden *a e*, mögen diese Entfernungen für die Lufttheilchen sinnlich darstellen, welche, als noch Gleichgewicht statt fand, in der Axe *a e* einer Röhre lagen. Wegen der gleichförmigen und unveränderten Fortschreitung der Welle nach *e'* muſs diese Linie im folgenden Augenblicke die Lage *a' b' c' d' e'* annehmen. Das Theilchen, das sich während der Ruhe in *m* befand, muſs also während dieses Augenblicks einen Raum, den *n o* sinnlich ausdrückt, durchlaufen haben, während, das Lufttheilchen, das sich während der Ruhe in *p* befand, in derselben Zeit den Raum *q r* zurücklegte. Die Geschwindigkeiten dieser Theilchen verhalten sich also wie die Linien *n o* und *q r*, und indem man diese Linien senkrecht auf die Linie *f k* aufsetzt, und die Endpuncte verbindet, erhält man die Scale der Geschwindigkeiten *f g h i k*. Die vordere Hälfte der Scale der Abweichungen *c d e* bezieht sich auf die verdichtende Welle, in der sich die Theilchen in derselben Richtung, in der die Welle fortschreitet, bewegen; der hintere Theil der Scale *a b c* bezieht sich auf die verdünnende Welle, in der sich die Theilchen in entgegengesetzter Richtung als die fortschreitende Welle bewegen. Fig. 172 macht anschaulich, wie die gröſste Geschwindigkeit der Lufttheilchen sowohl bey der verdichtenden als verdünnenden Welle in der Mitte liege, und nach beyden Enden jeder derselben bis zu 0 abnehme.

§. 265.

Gesetzt bey *L* Fig. 162 befände sich in der Röhre eine senkrechte Scheidewand. Die Welle würde dann nach der Eulerschen Berechnung zurückgeworfen werden, und auf ähnliche Weise nach *K* zurücklaufen, als sie nach *L* fortgegangen war. Der Verlauf dieser Zurückwerfung ist Fig. 163 bis Fig. 170 durch geometrische Constructionen, den die Eulersche Rechnung zum Grunde liegt, verfolgt worden.

Im 17ten Zeitraume Fig. 163 ist nämlich die ganze verdünnende Welle, und die hintere Hälfte der verdichtenden noch unverändert nach *L* fortgeschritten. Das vorderste zurückgeworfene Viertel der verdichtenden Welle ist aber mit

dem nachfolgenden Viertel zusammengefallen, und es haben sich dabey ihre Dichtigkeiten summirt, ihre Geschwindigkeit zum großen Theil aufgehoben. Im 18ten Zeitraume Fig. 164 ist bloß noch die verdünnende Welle unverändert nach *L* fortgeschritten. Die vordere zurückgeworfene Hälfte der verdichtenden Welle ist mit der nachfolgenden Hälfte zusammengefallen, und es haben sich dabey die Verdichtungen gerade verdoppelt, während die Geschwindigkeiten sich vollkommen aufgehoben haben.

Im 19ten Zeitraume Fig. 165 ist bloß noch die hintere Hälfte der verdünnenden Welle unverändert fortgeschritten. Ihre vordere Hälfte ist mit der zurückgeworfenen vordern Hälfte der verdichtenden Welle zusammengefallen, und es hat sich dabey die Verdichtung der einen mit der Verdichtung der andern großentheils aufgehoben, die Geschwindigkeiten beyder aber summirt.

Im 20ten Zeitraume Fig. 166 ist die nach *L* fortschreitende verdünnende Welle vollkommen mit der von *L* zurückgeworfenen verdichtenden Welle zusammen gefallen. Die Verdichtung der einen hat sich mit der Verdünnung der andern vollkommen aufgehoben; ihre Geschwindigkeiten haben sich aber gerade verdoppelt.

Im 21ten Zeitraume Fig. 167 schreitet um die vordere zurückgeworfene Hälfte der verdichtenden Welle unverändert nach *K* zurück, während ihre hintere Hälfte mit der hintern Hälfte der nach *L* fortschreitenden verdünnenden Welle zusammenfällt, und sich die Verdichtung der einen mit der Verdünnung der andere großentheils aufhebt, ihre Geschwindigkeiten sich aber summiren. Das vorderste Viertel der verdünnenden Welle ist eben bey *L* zurückgeworfen worden, und dadurch mit dem zweyten Viertel zusammengefallen, wobey ihre Verdünnungen sich vergrößert, aber ihre Geschwindigkeiten großentheils sich aufgehoben haben.

Im 22ten Zeitraume Fig. 168 schreitet die ganze verdichtende Welle unverändert nach *K* zurück, während die zurückgeworfene vordere Hälfte der verdünnenden Welle mit der andern Hälfte zusammengefallen ist, und dabey ihre

Verdünnungen sich verdoppelt, ihre Geschwindigkeiten sich aber aufgehoben haben.

Im 23ten Zeitraume Fig. 169 schreitet die ganze verdichtende Welle und die vordere Hälfte der verdünnenden unverändert nach *K* zurück, und nur das dritte Viertel der verdünnenden Welle, das so eben zurückgeworfen worden ist, fällt mit dem letzten Viertel zusammen, wobey ihre Verdünnung sich vergröfsert, ihre Geschwindigkeiten aber sich grofsentheils aufheben.

Im 24ten Zeitraume endlich Fig. 170 ist die ganze Welle, der verdichtende Theil sowohl als der verdünnende, durch die Wand *L* zurückgeworfen worden, und schreitet nun unverändert nach *K* zu fort. Die zurückgeworfene Welle bringt nämlich nach Eulers Berechnung disseits der Wand ähnliche Veränderungen in der Lage, Dichtigkeit und Geschwindigkeit der Lufttheilchen hervor, die sie jenseits von dem Orte der Wand hervorgebracht haben würde, wenn die Wand ihren Fortgang nicht gehemmt hätte. Wäre die Welle über den Ort der Wand ungestört hinausgegangen, so würden ihre Scalen der Verschiebung, Geschwindigkeiten und Dichtigkeiten die Fig. 173 abgebildete Gestalt haben. Da nun aber in *l* die Wand dazwischen tritt, so wird die Verdichtung des Theilchens *y*, welches von der Wand eben so weit entfernt ist als *w*, durch die Verdichtung des Theilchens *w* vermehrt, und es mufs daher in *y* eine Verdichtung statt finden, die ausgedrückt werden kann, wenn man die Länge der senkrechten Linie *w w'* (die die Dichtigkeit von *w* darstellt) zu der Linie *y y'* addirt. Die Geschwindigkeit des Theilchens *w* dagegen (die hier gleichfalls durch die Linie *w w'* dargestellt ist) mufs von der Geschwindigkeit *y y'* des Theilchens *y* abgezogen werden, woraus folgt, dafs in diesem Momente der Zurückwerfung der Welle die Verdichtung in *y* doppelt so grofs werden müsse, als vor der Zurückwerfung; die Geschwindigkeit dagegen o werden müsse.

Endlich mufs die Abweichung des Theilchens *w* von seiner Lage der Ruhe, (welche Fig. 174 durch *w w'* ausgedrückt ist) von der Abweichung des Theilchens *y* (die durch

yy' Fig. 174 dargestellt ist) abgezogen werden. Durch diese Verfahrungsweise sind die bildlichen Darstellungen der Welle Fig. 163 bis Fig. 170 für die einzelnen Zeiträume der Abprallung erhalten worden.

§. 266.

Est ist interessant diese Figuren mit den zu vergleichen (Fig. 47 pag. 225), die die Zurückwerfung der Wasserwellen darstellen, und beyde dann mit den zusammen zu halten (Fig. 107 pag. 444), welche die Zurückwerfung der Wellen eines gespannten Fadens erläutern. Bey der Luftwelle, die an einer festen Wand anprallt, bleibt eine verdichtende Welle auch nach der Zurückwerfung verdichtend, und eben so eine verdünnende Welle verdünnend.

Ebenso bleibt ein anprallender Wellenberg oder Wellenthal des Wassers auch nach der Zurückwerfung ein Wellenberg oder Wellenthal.

Bey einem gespannten Faden kehrt sich dagegen bey der Zurückwerfung die Bergwelle in eine Thalwelle, die Thalwelle in eine Bergwelle um.

So wie die Kraft, durch welche die Luftwelle fortschreitet, in der entstehenden Verdichtung und Verdünnung der Luft liegt, und die Verdichtung und Verdünnung der Luft daher die wesentlichste Erscheinung der Luftwelle ist, ebenso hängt das Fortschreiten bey der Wasserwelle von der Erhebung oder Vertiefung des Wassers in Beziehung zu dem Niveau ab, und ebenso ist die wesentliche Erscheinung der Welle eines gespannten Fadens die Beugung desselben.

Bey der Wasserwelle verdoppelt der zurückgeworfene Theil der Welle die Erhebung des hinschreitenden, während die horizontale Bewegung des zurückgeworfenen durch die des hinschreitenden vernichtet wird.

Bey der Luftwelle verdoppelt die Verdichtung des zurückgeworfenen Theiles der Welle die Verdichtung des hinschreitenden, während die horizontale Geschwindigkeit des ersteren durch die des letzteren vernichtet wird. Anders

verhält es sich bey der Zurückwerfung der Welle eines gespannten Fadens. Die Ausbeugung des zurückgeworfenen Theiles der Welle hebt die Ausbeugung des hinschreitenden auf, während die senkrechten Geschwindigkeiten sich verdoppeln.

§. 267.

Ueber den Vorgang, wenn sich zwey Luftwellen begegnen, und durch einander durchgehen, ist hier nichts Besonderes zu bemerken. Sie stören sich dabey nicht im mindesten. Die Verdichtungen und Geschwindigkeiten summiren sich, wo 2 verdichtende oder 2 verdünnende Wellen einander begegnen. Die Geschwindigkeiten und Dichtigkeiten einer verdichtenden Welle müssen, so wie etwas Aehnliches von den Wasserwellen pag. 232 erläutert worden ist, von den Geschwindigkeiten und Dichtigkeiten einer verdünnenden abgezogen werden, wenn eine verdichtende und eine verdünnende einander begegnen. Nach der Durchkreuzung setzt jede Welle ihren Lauf fort, als wäre keine Störung erfolgt. Alles beruht hierbey, wie man leicht einsieht, auf dem Umtausche der Kräfte zwischen den sich begegnenden bewegten Lufttheilchen.

§. 268.

In den bis jetzt gegebenen Darstellungen haben wir gesehen, daſs, wenn die Lufttheilchen einer Welle so verdichtet sind, und eine solche Geschwindigkeit erlangt haben, daſs die krummen Linien, durch die man ihre Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten sinnlich darstellt (die Scalen ihrer Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten) gleich sind, die Wellen nur nach *einer Richtung* fortschreiten, und zwar so, daſs eine verdichtende Welle nach der Richtung fortschreitet, in welcher sich ihre Lufttheilchen bewegen, eine verdünnende Welle dagegen in der entgegengesetzten.

Sind die beyden Scalen der Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten $b\,a'\,c$ und $b\,a''\,c$ Fig. 175, so kann man die Geschwindigkeit des Theilchens a und jedes andern Theil-

chens in 2 Geschwindigkeiten nach derselben Richtung zerlegt denken, in die $a\,a''$, welche der Ordinate der Verdichtung immer gleich ist, und in die Geschwindigkeit $a''\,a'$. Vermöge des Theiles der Scale der Geschwindigkeiten, welcher mit der Scale der Dichtigkeiten $b\,a''\,c$ zusammenfällt, wird eine Welle unverändert nach B fortschreiten. Vermöge des 2ten Theiles der Geschwindigkeit, welcher durch die senkrechte Entfernung von $b\,a''\,c$ und $b\,a'\,c$ dargestellt wird, und den wir Fig. 176 durch die Linie $b\,a'\,c$ besonders dargestellt haben, werden noch aufserdem 2 Wellen entstehen die nach entgegengesetzten Richtungen fortschreiten, von den die nach B fortschreitende zu den vorhin erwähnten $b\,a''\,c$ Fig. 175 hinzu addirt werden mufs.

Man kann sich nämlich die Scale der Geschwindigkeiten $b\,a'\,c$ Fig. 176 in 2 halb so grofse, in $b\,a'''\,c$ Fig. 177 zusammenfallende zerlegt denken. Die in $b\,a\,c$ vorhandene Dichtigkeit ist die, welche die Luft im ursprünglichen Zustande hat. Diesen ursprünglichen Zustand der Dichtigkeit, kann man als die Folge einer an einem Orte zusammengekommenen gleich grofsen Verdichtung und Verdünnung ansehen. Nimmt man daher eine Scale der Verdichtung $b\,a'''\,c$ (die also den zerlegten Scalen der Geschwindigkeit vollkommen gleich ist) und zugleich eine Scale der Verdünnung $b\,a''\,c$ an, so haben wir nun 2 Scalen der Geschwindigkeiten und 2 Scalen der Dichtigkeiten, und zwar stimmt die eine Scale der Dichtigkeiten (die der Verdichtung $b\,a'''\,c$) vollkommen mit der einen Scale der Geschwindigkeiten überein, und bildet also mit ihr eine nach B zu fortschreitende Welle, die andere Scale der Dichtigkeiten (die Scale der Verdünnung $b\,a''\,c$ stimmt auch mit der andern Scale der Geschwindigkeiten überein, und bildet eine nach A zu fortschreitende Welle. Den Grund von allen diesen gegebenen Darstellungen findet man in den Eulerschen Abhandlungen*) in den Petersburger Commentarien.

*) Siehe diese Abhandlungen in Brandes Uebersetzung. (Gesetze

Wir haben pag. 163 gesehen, daſs eine niedersinkende über das Niveau erhobene Wassersäule einen fortschreiten-

des Gleichgewichts und der Bewegung flüssiger Körper. Leipzig 1806 Seite 445).

Euler, in seinen Untersuchungen über die Bewegungen der Luft in Röhren, setzt voraus, daſs erstens die Wände der Röhre vollkommen fest sind, zweytens, daſs sie keine Adhäsion zur Luft haben, drittens, daſs alle Bewegungen der Axe parallel geschehen, und alle Puncte eines auf die Axe senkrechten Durchschnitts der Röhre gleiche Bewegung haben, viertens, daſs die Röhre sich in horizontaler Lage befinde.

Man bezeichne durch b die Dichtigkeit der Luft bey dem Drucke a; mit S die anfängliche Entfernung irgend eines Theilchens von dem als Anfangspunct genommenen Orte der Röhre; mit s seine Entfernung von eben diesem Orte nach Verlauf des Zeitraums t, mit Q die gegebene anfängliche Dichtigkeit an irgend einer Stelle der Röhre; mit q die Dichtigkeit an derselben Stelle nach Verlauf des Zeitraumes t. Die allgemeine Gleichung für die Bewegung der Luft in Röhren, oder der allgemeine Ausdruck für die Gröſse der Bewegung jedes gegebenen Lufttheilchens der Röhre für jede gegebene Zeit ist alsdann folgende:

$$\frac{2gadQ}{bQdS}\left(\frac{ds}{dS}\right)-\frac{2ga}{b}\left(\frac{d^2s}{dS^2}\right)+\left(\frac{ds}{dS}\right)^2\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)=0$$

Aus dieser Gleichung würde sich die ganze Theorie der Bewegung der Luft in Röhren ergeben, wenn man sie so aufzulösen vermöchte, daſs für $t=0$, $s=S$, und folglich $\frac{ds}{dS}=1$, und $q=Q$ würde, d. h. daſs wenn man die Zeit t in der Gleichung 0 setzt, man aus der Gleichung den gegebenen anfänglichen Zustand der Luft unverändert erhält. Man kann dieſs aber nur, wenn man die Bewegung der Lufttheilchen sehr klein annimmt.

Die Ordinaten z der Linie ABC Fig. 178 auf die Abscissenlinie UV mögen die *Dichtigkeiten* der Lufttheilchen darstellen, in dem Verhältnisse, daſs die Dichtigkeit k der Lufttheilchen während des Gleichgewichts durch das in der Rechnung angenommene Längenmaaſs, den Fallraum eines Körpers im leeren Raume während der ersten Secunde, dargestellt wird. Die Ordinaten v der Linie UDV Fig. 179 mögen die gegebenen anfänglichen *Geschwindigkeiten* der Lufttheilchen bezeichnen, also den Raum, den sie zu Folge derselben in einer Secunde durchlaufen würden.

Man construire über UV Fig. 180 zwey neue Curven UQV und UYV, und mache die Ordinaten der erstern $UQV=z-k$ Fig. 178, gleich dem Unterschiede der gegebenen Dichtigkeit der bereits aus

den Wellenberg bildet, hinter welchem, wenn er fortgeschritten ist, an dem nämlichen Orte, den er zuerst einnahm,

dem Gleichgewicht gebrachten Lufttheilchen (z) und ihrer Dichtigkeit während des Gleichgewichts (k), welche letztere (k) in der Rechnung dem angenommenen Längenmaaſse gleichgesetzt wird, d. h. dem Fallraume eines Körpers im leeren Raume während der ersten Secunde (g). Die Ordinaten der zweyten Curve UYV Fig. 180 mache man den Abscissen v Fig. 179 d. h. den gegebenen anfänglichen Geschwindigkeiten der Lufttheilchen proportional, so daſs $SY = v\sqrt{\frac{b}{2ga}}$.

Will man nun *die Lage*, *die Dichtigkeit* und *die Geschwindigkeit* des anfänglich im Puncte S befindlichen Lufttheilchens am Ende des Zeitraums von t Secunden bestimmen, so trage man vom Puncte S aus nach beyden Seiten der Axe der Luftröhre UV Fig. 180 die Entfernungen $SR = Sr = t\sqrt{\frac{2ga}{b}}$ ab. Die *Entfernung des Lufttheilchens von seiner anfänglichen Lage* ist alsdann

$$= \tfrac{1}{2} RNrn - \tfrac{1}{2} SQRM + \tfrac{1}{2} SQrm;$$

seine *Dichtigkeit* ist (wenn Q die gegebene anfängliche Dichtigkeit bezeichnet)

$$= Q\,(1 - SQ - \tfrac{1}{2}RN + \tfrac{1}{2}RM + \tfrac{1}{2}rn + \tfrac{1}{2}rm);$$

endlich seine *Geschwindigkeit* nach V

$$= \tfrac{1}{2}\,(RN - RM + rn + rm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$$

Ist das Gleichgewicht der Luft in der Röhre nur an einer bestimmten Stelle der Röhre gestört worden, so nehmen die Hülfslinien die Fig. 181 abgebildete Gestalt an. Für diesen Fall folgt aus der angeführten Methode, die Bewegung der Luft zu bestimmen, daſs das Theilchen S sich nicht zu bewegen anfängt, bis die Zahl der Secunden so groſs geworden ist, daſs $t\sqrt{\frac{2ga}{b}} = BS$. Daraus sieht man, daſs die Welle in *einer* Secunde den Raum $\sqrt{\frac{2ga}{b}}$ durchläuft. Das Theilchen S hört aber auf sich zu bewegen, wenn die Welle um ihre Breite weiter fortgeschritten ist, d. h. wenn $t\sqrt{\frac{2ga}{b}} = BS + BA$.

Die angeführten Formeln vereinfachen sich sehr für die meisten vorkommenden Fälle. Ist das Gleichgewicht in der Röhre nur zwischen A und B gestört worden, so ist die Dichtigkeit für einen Punct S jen-

ein Wellenthal entsteht. Etwas ähnliches zeigt sich nach der Eulerschen Berechnung bey einem auf die Luft in irgend einer Richtung angebrachten Stoſse.

seit $B = 1 + \frac{1}{2} rn + rm$, und die Geschwindigkeit $= \frac{1}{2} (rn + rm) \sqrt{\frac{2ga}{b}}$; für einen Punct S' disseit A aber die Dichtigkeit $= 1 - \frac{1}{2} RN + \frac{1}{2} RM$; und die Geschwindigkeit $= \frac{1}{2} (RN - RM) \sqrt{\frac{2ga}{b}}$, woraus man erkennt, daſs wenn in allen Lufttheilchen zwischen A und B, wo das Gleichgewicht gestört worden ist, $rn = rm$, und also stets auch $RN = RM$, die Welle sich bloſs nach S, aber nicht nach S' fortpflanzt. In diesem Falle ist dann die Dichtigkeit des Theilchens $S = 1 + rn = 1 + rm$ und die Geschwindigkeit $= rn \sqrt{\frac{2ga}{b}} = rm \sqrt{\frac{2ga}{b}}$. Dieselbe Dichtigkeit und dieselbe Geschwindigkeit hatte im Anfange des Zeitraumes t das Theilchen r, und weil der Raum Sr eben der Raum ist, den die Welle in der Zeit t durchläuft, $= t \sqrt{\frac{2ga}{b}}$; so erkennt man daraus, daſs in diesem Falle die Welle AB sich *unverändert* nach S fortpflanzt. Wenn also die Scalen der Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten gleich sind, und auch überall auf derselben Seite der Axe SS', drüber oder drunter, liegen, so tritt der eben erwähnte Fall ein, daſs nämlich sich die Welle bloſs nach S und zwar unverändert fortpflanzt. Wenn dagegen in allen Lufttheilchen zwischen A und B, wo das Gleichgewicht gestört worden ist, $RM = -RN$, und also stets auch $rm = -rn$; so erkennt man aus Obigem, daſs die Welle sich bloſs nach S' fortpflanzt; denn es wird für das Theilchen S die Dichtigkeit $= 1 + \frac{1}{2} rn - \frac{1}{2} rn = 1$ stets dieselbe, wie während des Gleichgewichts, und die Geschwindigkeit $= \frac{1}{2} (rn - rn) \sqrt{\frac{2ga}{b}} = 0$. Im Puncte S aber wird die Dichtigkeit $= 1 + RM$, die Geschwindigkeit $= -RM \sqrt{\frac{2ga}{b}}$. Wenn also die Scalen der Dichtigkeiten und der Geschwindigkeiten gleich sind, aber auf entgegengesetzten Seiten der Axe SS' liegen, so pflanzt sich die Welle bloſs nach S' und zwar unverändert fort.

Ist die Röhre in V Fig. 180 verschlossen, so endigen auch die Hülfslinien in V. Soll man daher die Bewegung des Theilchens S am am Ende eines Zeitraums von t Secunden bestimmen, und ist

Theilt man am Ende *A* einer Röhre *AB* Fig. 182 den Lufttheilchen eine Geschwindigkeit mit, ehe sie sich noch haben einander merklich nähern oder von einander entfernen können, und zieht dann der Eulerschen Construction gemäſs die Linie *Ab'c'd'e* als Scale der Geschwindigkeiten, während die Scale der Dichtigkeiten mit der Linie *AB* zusammenfallen mag, und bestimmt den Zustand der Welle für die folgenden Zeiträume, wobey das Ende *A* als verschlossen angenommen wird, so erhält man als Scalen der Geschwindigkeiten die Fig. 182 (2) (3) (4) (5) punctirt angegebenen Curven; als Scalen der Dichtigkeiten aber, die stetigen Linien unter denselben Nummern. Man sicht daraus, daſs beyde Scalen sich bald vereinigen, woraus hervorgeht, daſs die Welle von da an, wo diese Vereinigung geschah, sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit nur nach *B* fortbewegt. Zweytens sieht man, daſs die den Theilchen ursprünglich nach *B* zu mitgetheilte Geschwindigkeit in der Luft eine Verdichtung hervorgebrachte (Wellenberg), daſs sich aber dieser verdichtenden Welle in dem 5ten Zeitraume eine verdünnende nachgebildet hat, welche eine gleiche Breite hat als die vorhergehende verdichtende Welle, auch gleiche und ähnliche Scalen besitzt als sie, die aber unter der Linie *AB* liegen, statt bey der verdichtenden Welle über dieser Linie.

Dem so eben betrachteten Falle einer Wellenerregung in der Luft ist ein 2ter entgegengesetzt. Wenn nämlich die Lufttheilchen am verschlossenen Ende *A* der Röhre *AB* Fig. 183 verdichtet werden, ohne daſs ihnen eine merkliche Geschwindigkeit mitgetheilt wird, was man sich z. B. so als

$t\sqrt{\frac{2ga}{b}} > SV$, so kann man, so lange die Hülfslinien nicht über *V* fortgesetzt worden sind, die Bewegung des Theilchens *S* nicht auf die angegebene Weise finden. Euler hat nun gefunden, daſs die Hülfslinie *UYV* so fortgesetzt werden muſs, daſs die Fortsetzung *U'Y'V* der erstern gleich und ähnlich werde, aber an der andern Seite der Axe zu liegen komme, daſs die Hülfslinie *UQV* hingegen so fortgesetzt wird, daſs die Fortsetzung *U'Q'V* der erstern gleich und ähnlich, und auch an derselben Seite der Axe ist.

möglich denken kann, daſs am Ende *A* einer Röhre *AB* Fig. 185 ein mit verdichteter Luft gefüllter Behälter befindlich sey, der plötzlich in die Röhre hinein geöffnet werde.

Auch in den auf diese Weise erregten Wellen fallen nach Eulers Theorie nach Verlauf einiger Zeiträume (2) (3) (4) (5) die Scalen der Dichtigkeiten mit den Scalen der Geschwindigkeiten zusammen, und die Welle muſs daher von diesem Augenblicke an mit gleichförmiger Geschwindigkeit unverändert bloſs nach *B* fortschreiten. Es hatte sich durch die Verdichtung zuerst eine verdichtende Welle gebildet, und dieser hatte sich eine 2te und zwar gleichfalls verdichtende Welle nachgebildet, welche 2 Wellen sich in allen Stücken vollkommen gleich sind und Scalen der Dichtigkeiten enthalten, deren Ordinaten nur halb so groſs als die Ordinaten der ursprünglich gegebenen Scalen sind.

Nach den Eulerschen Formeln kann man nun aber auch die aus diesen beyden einfachsten Fällen zusammengesetzten Fälle (d. h. alle Fälle, welches auch der gegebene anfängliche Zustand der Luft in einer Röhre seyn möge) für jeden Zeitmoment geometrisch construiren.

§. 269.

Was bis jetzt über die Fortpflanzung der Wellen durch die Luft einer gleich dicken Röhre gesagt worden ist, findet leicht seine Anwendung auf die Fortpflanzung der Wellen durch einen freyen Luftraum.

Fig. 184 sey eine feste Kugel, welche aus dem zusammengedrückten Zustande *α* in den ausgedehnten *AAAA* schnell übergegangen sey, und dabey die sie umgebende Luft gestoſsen habe. Der Druck muſs sich, wenn die Luft gleichartig und überall in gleichem Grade zusammengedrückt ist, in gleicher Zeit nach allen Richtungen gleichweit verbreiten. Jedes gestoſsene Lufttheilchen kann nicht schnell genug ausweichen, und der Druck, den es nach einer Richtung erleidet, verwandelt sich daher in ihm in einen Druck nach allen Richtungen, eben so wie das bey dem Wasser der Fall ist,

das in einem verschlossenen Gefäfse nach einer Richtung gedrückt, nach allen möglichen Richtungen wiederdrückt, und auszuweichen strebt. Jedes von *A* her gedrückte Lufttheilchen bewegt sich aber in der mittleren Richtung der sich zum Theil aufhebenden Drücke, die es immer gleichzeitig erleidet. Daraus geht nun für den angeführten Fall hervor, dafs sich z. B. jedes Theilchen der Luftschicht *aaaa* in der Richtung des verlängerten Radius der Kugel *AAAA* bewegen müsse, in dem es selbst liegt.

Aus dem, was wir Seite 498 über den Fortgang der Wellen gesagt haben, weifs man, dafs, wenn die Welle bis *cccc* fortgeschritten ist, die Lufttheilchen in dem Raume zwischen *aaaa* und *bbbb* schon wieder zur Ruhe gekommen seyn können. Die Welle stellt dann eine hohle Kugel von einer gewifsen Dicke dar, die wieder als aus einer unendlichen Menge concentrischer hohler Kugeln bestehend angesehen werden kann, von den jede nur Punkte von gleicher Dichtigkeit enthält. Diese hohle kugelförmige Welle dehnt sich im Fortschreiten immer mehr aus, behält aber dabey dieselbe Dicke. Die Welle ist daher eine Gesammtheit von Theilchen, welche gleichzeitig in Bewegung sind, und ihre Bewegung einem und demselben Stofse verdanken.

Die Dicke der Welle hängt ab theils von der Zeit, in der sich die Kugel von *α* nach *AAAA* ausdehnte, theils von dem Vermögen des Medii, die empfangenen Stöfse schneller oder langsamer fortzupflanzen. Pflanzte das Medium den Stofs nur mit der Geschwindigkeit fort, mit der sich die Oberfläche der Kugel von *α* nach *AAAA* ausdehnte, so würde die Dicke der entstandenen Welle der Gröfse der Bahn eines Theilchens dieser Oberfläche genau gleich seyn; pflanzt es aber den Stofs geschwinder fort, so mufs die Dicke der entstehenden Welle gröfser als die Länge jener Bahn seyn.

Man kann demnach die Dicke einer Welle, die sich durch ein gleichförmiges Medium hindurch fortpflanzt, bestimmen, wenn man die Geschwindigkeit der Fortpflanzung mit dem Zahlausdrucke der Zeit multiplicirt, in welcher ein Theilchen der Kugel *α* seine Bahn *αA* durchläuft. Auf diese Wei-

se bestimmt man auch die Breite der Wellen, die eine Saite verursacht. Man kennt die Zahl der Schwingungen, die eine Saite, welche einen bestimmten Ton hervorbringt, in einer Secunde macht; man kennt die Entfernung bis zu der ein Schall in 1 Secunde in der Luft fortgepflanzt wird. Man multiplicirt nun die Anzahl Fuſse, um welche sich der Schall 1 Secunde fortpflanzt, mit der Zeit einer Schwingung in Secunden ausgedrückt. Jedes Theilchen, an dessen Orte die Welle vorübergeht, wird nun durch die Welle in Bewegung gesetzt, und durchläuft seine geradlinige Bahn in der Richtung des verlängerten Radius, genau in derselben Zeit, in welcher ein Theilchen der Kugel seine Bahn, durchlief, die die Welle veranlaſste. Die Gröſse dieser Bahn hängt bey einer Welle, die durch die Luft einer gleich weiten Röhre fortschreitet, theils von der Gröſse der ursprünglichen Bewegung ab, die die Welle veranlaſst, theils von dem Vermögen der Luft, den Stoſs geschwinder oder weniger geschwind fortzupflanzen, d. h. von der Dicke der Welle. Wenn in der Röhre *AB* Fig. 185 schnell ein Stempel von *aa* bis nach *bb* hineingeschoben wird, z. B. mit einer halb so groſsen Geschwindigkeit, als mit der der Schall in der Luft fortschreitet, so würde nach geendigter Bewegung des Stempels die entstandene Schallwelle den Raum *bbcc* einnehmen, und die Dichtigkeit der Luft würde in dem Raume derselben noch einmal so groſs seyn als vorher; denn die gleichgroſse Luftmasse *aabb* wäre in den Raum *bbcc* mit hineingeschoben worden. In diesem Falle würde die mittlere Bewegung der in diesen Raum hineingeschobenen Lufttheilchen halb so groſs seyn, als die Bewegung eines Punctes des Stempels. Leitete aber die Luft den Stoſs 4 mal so geschwind fort, als die Bewegung des Stempels ist, so würde die Welle nach geendigter Bewegung die Dicke *bbee* haben. Die mittlere Dichtigkeit der Luft in diesem Raume würde gröſser, die mittlere Gröſse der Bahn, in der sich jedes in diesem Luftraume enthaltene Theilchen bewegt hätte, würde im Vergleich mit der Bahn eines Punctes des Stempels so vielmal kleiner seyn, als der Raum *aabb*, den der Stempel durchläuft, in dem

Raume *bbee* enthalten ist, folglich 4 mal. In einer Röhre behält aber die einmal gebildete Welle immer dieselbe Dicke, wie weit sie auch fortschreiten mag; und daher ist auch die Bahn, die ein Theilchen durchläuft, während die Welle an seinem Orte vorübergeht, noch eben so grofs, wenn auch die Welle schon sehr weit fortgeschritten ist.

Anders verhält es sich bey den Luftwellen, die sich in freyer Luft ausbreiten. Die Gröfse der Bahnen nimmt daselbst bey dem ungehinderten Fortschreiten der Welle ab, wie der Raum zunimmt, den die Welle einnimmt. Die Luftwelle behält auch hier immer dieselbe Dicke, aber sie bekömmt einen immer gröfseren Umfang, weil die hohle Kugel, die die Welle darstellt, im Fortschreiten immer gröfser wird, und zwar so, dafs ihr Durchmesser gleichförmig wächst. Die hohle Kugel nimmt daher an Umfang zu wie die Quadrate ihrer Durchmesser. In eben demselben Verhältnisse nimmt die Gröfse der Bahn ab, die jedes durch die Welle bewegte Lufttheilchen durchläuft. Daher kommt es nun, dafs die Intensität, oder die Stärke des Schalls in freyer Luft, abnimmt wie die Quadrate der Entfernungen der Schallwelle vom Orte ihrer Entstehung zunehmen; dagegen dafs sie in der in Röhren verschlossnen Luft in allen Entfernungen gleiche Intensität behält; denn die Intensität oder Stärke des Schalls beruht auf der Gröfse der Bahn, die jedes durch die Welle bewegte Lufttheilchen durchläuft.

§. 270.

Wir haben hinsichtlich der Richtung, in der sich Lufttheilchen bewegen, durch deren Ort eine Welle vorübergeht, schon erklärt, dafs diese sehr verschieden seyn kann, ohne dadurch die Richtung, in der die Welle fortschreitet, zu ändern.

Diese Richtung scheint immer durch die Richtung bestimmt zu werden, in welcher die Lufttheilchen von den Theilchen des schwingenden Körpers gestofsen werden. Zieht sich die Kugel Fig. 184 von ihrem ausgedehnteren Zustande *AAAA* auf den kleinern Umfang *a* plötzlich zusam-

men, so wird sie die sie zunächst umgebenden Theilchen so stofsen (ziehen), dafs sie sich in der Richtung nach α bewegen. Diese können sich aber dahin nicht bewegen, ohne die vor ihnen liegenden auch in dieser Richtung zu bewegen; und diese müssen ebenfalls bey ihrer Bewegung die vor ihnen liegenden in der Richtung nach α in Bewegung setzen. So theilt sich die nämliche Bewegung den ringsum gelegenen Lufttheilchen nach und nach bis in grofse Entfernungen mit, während die der Kugel α näherliegenden Lufttheilchen schon längst wieder in Ruhe gekommen sind. Die Welle, die unter diesen Umständen entsteht, ist eine *verdünnende Welle*, eine *negative* Welle (ein Wellenthal), statt die vorhin betrachtete, eine *verdichtende*, eine *positive* (ein Wellenberg) war. Da nun bey einer schwingenden Kugel immer die Ausdehnung und Zusammenziehung mit einander wechseln, so mufs sie ununterbrochen abwechselnd hinter einander eine Reihe verdichtender und verdünnender Wellen erregen, die wie concentrische hohle Kugeln liegen, und sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit ausdehnen. Ein Lufttheilchen, durch dessen Ort eine Reihe solcher Wellen hindurch geht, mufs sich *in der* Richtung des durch seinen Ort hindurch verlängerten Radius der Kugel α hin und her bewegen: nach vorwärts, während eine verdichtende Welle, nach rückwärts, während eine verdünnende Welle durch seinen Ort durchgeht.

Wenn der schwingende Körper keine Kugel ist, sondern die Gestalt eines Stabes hat, so wird der Schall nach der Erfahrung, und nach Poissons Berechnung, gleichfalls ringsum in allen Richtungen gleich schnell fortgepflanzt. Man sollte aber glauben, dafs der fortgepflanzte Schall in der Richtung, in welcher der Stab hin und herschwingt, eine gröfsere Intensität habe, und also stärker vernommen werde, als senkrecht auf diese Richtung.

Poisson*) behauptet das auch, indem er sagt: „Ich

*) Ann. de Chim. et de Phys. par Gay-Lussac et Arago Tom. XXII 1823 p. 255.

beweise ferner, dafs die Fortpflanzung der Wellen mit derselben Geschwindigkeit nach allen Richtungen um die ursprüngliche Erschütterung geschieht, oder mit andern Worten, dafs die Wellen immer sphärisch sind, wenn auch die Geschwindigkeit der flüssigen Moleculen selbst auf den verschiedenen Radien verschieden sind. Doch mufs man bemerken, dafs wenn die ursprüngliche Erschütterung nur in einer Richtung statt fand, so wird sich die Bewegung nur in der Richtung dieser Schwingung bemerkbar fortpflanzen. Die entstandenen Wellen werden noch sphärisch seyn; aber auf den auf die Hauptrichtung der Bewegung geneigten Strahlen werden die Geschwindigkeiten der flüssigen Moleculen selbst unmerklich seyn im Verhältnisse zu den, welche in dieser Richtung und in den nahe an liegenden Radien statt finden."

§. 271.

Wir müssen hier aber einige von uns gemachte Versuche anführen, deren Resultate, so viel wir wissen, neu sind, und dieser Behauptung Poissons zu widersprechen scheinen.

Wir nahmen 3 verschieden grofse Stimmgabeln, die aber den Ton *a* angaben. Befindet sich die Ohrmuschel in gleicher Höhe mit der Stimmgabel, und dreht man die Stimmgabel, während sie tönt, um ihre senkrechte Axe, so dafs sie in derselben Entfernung vom Ohre bleibt, und demselben nach und nach immer eine andere Fläche zukehrt, so bemerkt man, dafs der Ton, wenn das Ohr der Stimmgabel in der Richtung von *a* Fig. 186, (in der sie hin und zurück schwingt) gegenüber steht, nur wenig stärker vernommen wird, als wenn die Ohrmuschel in der Richtung von *c* gegenüber steht, welche auf die Richtung, in der die Stimmgabel schwingt, senkrecht ist; dafs aber der Ton ungefär in der Richtung von *b* und *d* auffallend schwach vernommen wird, so dafs, wenn die Stimmgabel nur noch schwach tönt, der Ton in diesen 4 Richtungen vollkommen unwahrnehmbar seyn

kann, während er in der Richtung von *a* oder *c*, noch längere Zeit hindurch gehört wird, so daſs man durch abwechselndes Drehen der Stimmgabel den Ton abwechselnd nicht hören, und wieder hören kann. Hierbey bemerkt man, daſs der Ton in den Richtungen, die zwischen jenen in der Mitte liegen, successiv desto stärker wird, je mehr sie sich der Richtung *a* oder *c* nähert; successiv desto schwächer wird, je mehr sie der Richtung *b* oder *d* nahe kommen. Dasselbe bemerkt man auch an der 2ten Zinke der Stimmgabel. Ebendasselbe bemerkt man auch, wenn man die Einwirkung der einen Zinke auf die umgebende Luft dadurch hindert, daſs man die eine Zinke in einen weiten dünnwandigen Cylinder steckt, ohne daſs sie an ihn anstöſst, so daſs also diese Erscheinung nicht von einer Durchkreuzung der von 2 Zinken zugleich ausgehenden Wellen abgeleitet werden kann.

§. 272.

Der Winkel, welchen die Richtungslinien, in den der Ton am schwächsten vernommen wird, mit den bilden, in den er am stärksten gehört wird, ändert sich, wenn sich das Verhältniſs der Breite der Stimmgabel zu ihrer Dicke ändert. Wir befestigten einen Pappcylinder von 1 Fuſs 3 Zoll Länge und $1\frac{1}{3}$ Zoll Durchmesser, der an seinen Enden senkrecht abgeschnitten war, horizontal. An den Stiel der zu den Versuchen angewendeten Stimmgabel befestigten wir sehr fest eine gerade Nadel. Einer von uns hielt die angeschlagene Stimmgabel fest in seiner Hand vor der einen Oeffnung des Rohrs, sein Ohr vor die andere Oeffnung. Der andere von uns, hielt die Hand dessen, der die Stimmgabel hielt, und sorgte dafür, daſs das obere Ende der Zinke immer dem Mittelpuncte der Oeffnung der Röhre gegenüber lag, und von ihm gleich weit entfernt blieb. Der, welcher die Stimmgabel hielt, drehte sie nun um ihre senkrechte Axe, und hielt sie in der Lage, wo sie am schwächsten gehört wurde, fest, während der andere mittelst eines Transporteurs und jener an der Stimmgabel befestigten Nadel den Grad bemerkte, auf den die Nadel zeigte, und welcher den

Winkel anzeigte, den die Stimmgabel mit der breiten Seite der Zinke machte. Der Ton wurde immer in der Richtung, in der die Stimmgabel schwang (senkrecht auf die breite Seite), am stärksten gehört, fast eben so stark in der Richtung, die auf die breite Seite senkrecht ist.

Tabelle XLVII.

über die Richtungen, in welchen Stimmgabeln bey gleicher Entfernung am schwächsten gehört werden.

Stimmgabeln.	Breite der Zinken.	Dicke der Zinken.	Entfernung der Zinken von einander.	Winkel, den die Richtung, wo der Ton schwach gehört wurde, mit der breiten Seite der Zinke macht.	Zahl der Versuche.	Gröſste Abweichung der Versuche vom Mittel.
No. 1.	3,5 Lin.	1,1 Lin.	4,8 Lin.	$144\frac{1}{4}$°	8	$2\frac{1}{2}$°
No. 2.	2,9 Lin.	1,75 Lin.	2,4 Lin.	$139\frac{1}{2}$°	8	4°
No. 3.	2,5 Lin.	1,5 Lin.	4,1 Lin.	134°	10	4°

Aus dieser Tabelle folgt, daſs die Richtung, in der der Ton am schwächsten gehört wird, einen desto gröſseren Winkel mit der breiten und einen desto kleinern mit der schmalen Seite der Zinke der Stimmgabel bildet, je gröſser die breite Seite im Verhältniſs zur schmalen ist. Dieser Winkel würde ohne Zweifel 135° seyn, wenn beyde Seiten gleich groſs wären.

§. 273.

Etwas ähnliches beobachtet man, wenn man die senkrecht gehaltene Stimmgabel dem Ohre so gegenüber stellt,

dafs sich das Ohr in der Richtung von *a* Fig. 187 befindet, und dann die Stimmgabel um ihre horizontale Axe dreht, so dafs sich das Ohr im Verhältnifs zur Stimmgabel bald in der Richtung von *a* (also senkrecht über der Zinke der Stimmgabel), bald in der Richtung von *b*, bald in der von *c*, und bald in der von *d* befindet. In der Richtung von *a* und *c* hört man den Ton fast gleich stark; zwischen diesen beyden liegt aber eine Richtung, in der man den Ton auffallend schwach hört. Diese bildet mit der Richtung von *a* ungefär einen Winkel von 9 bis 10 Grad. Giebt man der Stimmgabel eine Stellung gegen das Ohr wie Fig. 186 *e*, so findet man, wenn man die Stimmgabel um eine quer durch ihren Stiel gehend gedachte horizontale Axe dreht, ohne den tönenden Theil derselben dem Ohre zu nähern, oder von dem Ohre zu entfernen, keine solche Richtung, in der der Ton schwach vernommen würde. Um zu sehen, welchen Einflufs die Gestalt der Stimmgabel auf den Winkel des stärker und schwächer Hörens hat, liefsen wir eine 3seitige Stimmgabel Fig. 188 machen, von der jede Seitenfläche 2, 9 Lin. breit war. Wir drehten sie um ihre senkrechte Axe, bis wir die Richtungen entdeckt hatten, in der der Ton am stärksten, und am schwächsten gehört wurde. Am stärksten wurde der Ton in der Richtung *c*, *d* und *a* gehört, am schwächsten in der, welche mit der Seite der Zinke *c d*, die der andern Zinke zugekehrt ist, einen Winkel von ungefär $124\frac{1}{2}°$ bildet, also in der Richtung *b* oder *e*, ein Resultat, welches das Mittel aus 6 Versuchen ist. Man sieht hieraus, dafs es nicht so sehr auf die äufsere Begrenzung der Stimmgabel ankommt, als auf die Richtung, in der die Theilchen der Stimmgabel hin und her schwingen. Die ganze Beobachtung scheint sich erklären zu lassen, wenn man annimmt, dafs, indem die Stimmgabel Fig. 186 schwingt, nicht nur in der Richtung *a* abwechselnd verdichtende und verdünnende Wellen ausgehen, sondern fast gleich starke Wellen auch in der Richtung von *c*, durch eine Art von Reibung. Letztere Wellen würden zwar eben so schnell fortschreiten, als die in der Richtung von *a* ausgehenden; aber

die Lufttheilchen der von den Seiten *c* ausgehenden Wellen würden sich senkrecht auf die Richtung derselben bewegen. Poisson läugnet die Möglichkeit solcher Wellen in einem elastischen Fluidum. Fresnel hat durch die Annahme von Wellen dieser Art die Erscheinung der Polarisation des Lichtes zu erklären gesucht, namentlich diejenige, daſs polarisirte Lichtwellen, welche einander durchkreuzen, an den Stellen, wo sie zusammenfallen, sich weder verstärken, noch aufheben, und daſs also die Erscheinung der Interferenz in diesen Wellen nicht statt findet.

§. 274.

Hierbey können wir einen andern von uns gemachten merkwürdigen Versuch nicht mit Stillschweigen übergehen. Wenn man eine Stimmgabel so in eine Drechselbank einspannt, daſs die Stimmgabel um die Längenaxe ihres Stieles gedreht werden kann, so bemerkt man, daſs die tönende Stimmgabel aufhört zu tönen, wenn ihre Umdrehungen eine gewisse Geschwindigkeit erreicht haben; aber der Ton derselben wieder wahrnehmbar wird, wenn man das Rad der Drechselbank plötzlich anhält. Es ist dieses nicht so zu erklären, daſs das Geräusch der Drechselbank die Stimmgabel übertäube, denn auch dann, wenn man die Oeffnung einer cylinderförmigen Röhre in die Nähe der Zinken hält, und an die andere Oeffnung der Röhre das Ohr bringt, überzeugt man sich davon, daſs die Umdrehung zwar nicht die Schwingung der Stimmgabel aufhebt, aber die Mittheilung derselben an die Luft hindert. Wir können von dieser merkwürdigen Erscheinung noch keine Erklärung geben.

Vierter Abschnitt.

Stehende Schwingung in der Luft.

§. 275.

Die tönende Luft in einer Orgelpfeife, in jedem andern Blaseinstrumente, und in dem menschlichen Stimmwerkzeuge befindet sich in einer stehenden Schwingung. Der Vorgang, durch den sie in dieselbe geräth, ist dem sehr ähnlich, durch welchen Wasser (pag. 261 folg. Fig. 75 folg.), und durch welchen secundär (transversal) schwingende Saiten (pag. 467 Fig. 129 folg.) in die stehende Schwingung versetzt werden. Wir wollen bey der Auseinandersetzung, die wir jetzt geben, die Luftwellen so bildlich darstellen, daſs wir die Abweichung von der natürlichen Dichtigkeit in ihnen durch gebogene Linien anzeigen, und zwar so, daſs Fig. 189 *abc* die vergröſserte Dichtigkeit der Luft in einer Welle darstellt, wo die senkrechten Linien die Vergröſserung der Dichtigkeit in bestimmten Puncten der Wellen anzeigen, woraus man sehen würde, daſs die gröſste Verdichtung in *b* sey, in *a* und *c* aber keine Vergröſserung der Dichtigkeit statt finde. Die Verdünnung der Luft in einer Welle wollen wir durch eine Linie, wie *defg*, darstellen, wobey die senkrechte Entfernung der Puncte in *def* von den in *dgf* die Gröſse der Verdünnung bildlich angeben mag.

Die Geschwindigkeit der Lufttheilchen wollen wir durch eine ähnliche aber mehr gekrümmte Linie ausdrücken, z. B. *hikl*, die die Linie für die Verdichtungen oder die Verdünnungen umschlieſsen kann, welche wir aber an der einen Seite, z. B. an *k*, mit einer Pfeilspitze versehen, die anzeigt, wohin sich die Lufttheilchen der Welle bewegen, deren Geschwindigkeit angegeben ist; denn man muſs die Richtung der Bewegung der Lufttheilchen von der der Welle unterscheiden. Letztere werden wir durch punctirte und andere Pfeile besonders andeuten. Hier muſs aber zuerst die Bemerkung voraus geschickt werden, daſs eine in einer Röhre vorwärts schreitende Welle nicht nur zurückgeworfen wird,

wenn sie an eine die Röhre verschlieſsende Ebene anprallt, sondern auch dann, wann sie zu dem offnen Ende der Röhre heraustritt. Im ersteren Falle behält sie ihre Eigenschaften bey, war sie eine verdichtende Welle vor dem Anprallen, so bleibt sie auch eine nach der Zurückwerfung, und umgekehrt. Im letzteren Falle kehrt sie aber ihren Charakter um, war sie vor dem Anprallen eine *verdichtende*, so wird sie nach der Zurückwerfung eine *verdünnende*; war sie vor dem Anprallen eine *verdünnende* Welle, so wird sie nach der Zurückwerfung eine *verdichtende*.

§. 276.

Der Grund von dieser Erscheinung liegt darin: In der Röhre können die Lufttheilchen, die von einer verdünnenden Welle gedrückt werden, nur in der Richtung der Länge der Röhre, *nicht seitwärts* ausweichen. Die Lufttheilchen an der Oeffnung können dagegen, wenn sie durch dieselbe Kraft gedrückt werden, viel weiter und geschwinder ausweichen, weil sie nicht nur Platz zum Ausweichen dadurch bekommen, daſs sie die gerade vor ihnen liegenden Lufttheilchen zusammendrücken, sondern auch die seitwärts liegenden, und diese wieder alle umliegenden. Es würde demnach ein Theilchen an der Oeffnung einer Röhre bey einem gewissen Drucke, den es erführe, in einem Zeittheilchen weiter ausweichen, als es, wenn es in der Röhre gelegen hätte, bey dem nämlichen Drucke ausgewichen wäre. Bernoulli hat diesen Satz zuerst ausgesprochen. Nachher ist er von Euler angewendet, und neuerlich von Poisson näher bestimmt worden. Wäre an der Oeffnung der Röhre gar kein Widerstand, so würde, während die Lufttheilchen einer verdichtenden Welle zur Oeffnung herausgestoſsen würden, eine eben so groſse verdünnende Welle am Ende der Röhre erzeugt werden, als die verdichtende Welle war, welche aus der Röhre hervortrat. Nach dieser Annahme werden wir nachher der Einfachheit wegen die Construction geben. Allein da die Luft vor der Röhre der austretenden Welle einen Widerstand entgegensetzt, so geschieht die Zu-

rückwerfung an dem offenen Ende einer Röhre nur unvollkommen. Es wird also eine viel schwächere verdünnende Welle zurückgeworfen, wenn eine verdichtende austrat. Man wird dieses leicht auf den umgekehrten Fall, wo eine verdünnende Welle abprallt, anwenden. Wegen dieser unvollkommenen Zurückwerfung kommt es, dafs die Blaseinstrumente nur so lange tönen, als die wellenerregende Ursache (das Einblasen, das Zittern einer Stimmgabel, das Zittern der Zunge einer Zungenpfeife) fortdauert. Dieselbe Erklärung giebt man nach der Wellentheorie des Lichts von der Zurückwerfung des Lichts, wenn es aus einem Medio in ein anderes von gröfserer oder geringerer Dichtigkeit fällt. *AB* Fig. sey eine Röhre, die am Ende *B* geschlossen ist. Am Ende *A* befinde sich eine schwingende Stimmgabel, deren eine Zinke abwechselnd mit einer solchen Geschwindigkeit in die Röhre hinein und heraus bewegt wird, dafs die Zinke in einem ersten Zeittheile von α nach α' bewegt werde, und dadurch das dargestellte verdichtende Wellenstück, welches bis an das Ende des 1ten Drittel *s* der Röhre reichen möge, hervorbringe. Ein ausserhalb der Röhre gezeichneter Pfeil zeigt an, wohin sich die Welle bewege.

Bey (2) ist die Zinke von α' nach α'' fortgeschritten; die verdichtende Welle ist ganz gebildet. Bey (3) ist die Zinke von α'' nach α' zurückgegangen, und hat ein verdünnendes Wellenstück gebildet. Die Richtung, in der die Lufttheilchen sich bewegen, zeigt eine eingeschlossene Pfeilspitze an; die Richtung dagegen, in der die verdünnende Welle fortgeht, macht ein punctirter aufserhalb der Röhre gezeichneter Pfeil sichtbar. Bey (4) ist die Zinke von α' an ihren ursprünglichen Ort nach α zurückgegangen, und die verdünnende Welle ist nun ganz gebildet. In einer gleich grofsen Zeit, in der sich die Zinke hin und her bewegt hat, haben sich auch die der Zinke nächsten Lufttheilchen, während eine verdichtende und eine verdünnende Welle durch ihren Ort durchgieng, einmal vorwärts und

zurück bewegt. Da nun aber in diesem Zeitraume die verdichtende Welle an die die Röhre verschliefsende Wand in *B* gekommen ist, so erfolgt eine Zurückwerfung. Da die Lufttheilchen des zurückgeworfenen verdichtenden Wellenstücks eine entgegengesetzte Richtung haben müfsten, als die des noch nicht zurückgeworfenen; beyde aber an einer Stelle der Luft zusammenkommen, so müssen sich ihre entgegengesetzten Geschwindigkeiten für den Zeitmoment, wo sie ganz zusammenfallen, ganz aufheben, aber die Dichtigkeit mufs überall die doppelte von der seyn, welche statt finden würde, wenn nur ein Wellenstück diesen Luftraum einnähme.

Bey (5) fällt die von B zurückgeworfene verdichtende Welle mit der nach *B* hinschreitenden verdünnenden zusammen. Da die Lufttheilchen der zurückgeworfenen verdichtenden Welle sich nach derselben Richtung, nach *A*, bewegen, nach welcher auch die Lufttheilchen der nach *B* fortschreitenden verdünnenden Welle gehen, so verdoppelt sich die Geschwindigkeit der Lufttheilchen der in einander fallenden Wellen, wobey sich von selbst versteht, dafs die Geschwindigkeit der Welle nicht gröfser werde; denn in einer und derselben Luftart haben alle Wellen eine gleich grofse Geschwindigkeit, und es kann nie eine geschwinder als die andere fortschreiten. In (6) fällt die nach *A* zu fortschreitende (vorher in *B* zurückgeworfene) verdichtende Welle mit der neu entstandenen verdichtenden Welle zusammen; ihre Geschwindigkeiten werden $= 0$, ihre Verdichtungen addiren sich. Die verdünnende Welle ist in *B* zur Hälfte zurückgeworfen, und fällt mit ihrer noch nicht zurückgeworfenen Hälfte zusammen, wobey sie gegenseitig ihre Geschwindigkeiten aufheben, ihre Verdünnung aber gegenseitig verdoppeln. In (7) ist die verdichtende Welle an dem offnen Ende der Röhre angeprallt, und halb zurückgeworfen worden. Da es nun ein Gesetz ist, dafs wenn eine in einer Röhre laufende verdichtende oder verdünnende Welle an dem offnen Ende der Röhre anprallt, sie so zurückgeworfen wird, dafs sie die entgegengesetzten

Eigenschaften annimmt, d. h. verdünnend wird, wenn sie verdichtend war, verdichtend wird, wenn sie verdünnend war, so wird auch die in *A* angeprallte verdichtende Welle als eine verdünnende zurückgeworfen. Das verdünnende und verdichtende Stück verdoppelt aber die Geschwindigkeit der Lufttheilchen nach *A* zu, und hebt zugleich die Abweichung der Dichtigkeit von der natürlichen auf. Bey *B* ist die verdichtende und verdünnende Welle zusammengefallen, die Lufttheilchen haben hier die doppelte Geschwindigkeit nach *B*, und sind weder verdichtet noch verdünnt. In (8) ist die in *A* abgeprallte verdichtende Welle ganz zurückgeworfen, und daher ganz in eine verdünnende verwandelt, die sich mit der von *B* hinzukommenden verdünnenden Welle durchkreuzt. Die Lufttheilchen ruhen für einen Moment, haben aber die doppelte Verdünnung. In *B* ist die verdichtende Welle angeprallt, und halb zurückgeworfen, und die Lufttheilchen ruhen daselbst gleichfalls für einen Moment, sind aber noch einmal so sehr als durch eine einfache verdichtende Welle verdichtet. In (9) ist bey *A* eine verdünnende Welle angeprallt und halb als verdichtende zurückgeworfen, bey *B* sind eine verdichtende und eine verdünnende Welle zusammengefallen, und die Lufttheilchen bewegen sich daher noch einmal so geschwind nach *A* zu, als sie thun würden, wenn nur eine von diesen Wellen an diesem Orte wären. In (10) fallen bey *A* 2 verdichtende Wellen zusammen, die Geschwindigkeit der Lufttheilchen ist für einen Moment $= 0$, ihre Verdichtung die doppelte. Bey *B* ist eine verdünnende Welle halb zurückgeworfen. In (11) ist bey *A* eine verdichtende Welle zurückgeworfen, und dadurch halb verdünnend geworden. Bey *B* fällt eine verdichtende und verdünnende Welle zusammen, und die Geschwindigkeit der Lufttheilchen nach *B* zu wird doppelt so groſs, als sie seyn würde, wenn nur eine von beyden Wellen an diesem Orte vorhanden wäre. In (12) fallen bey A zwey verdünnende Wellen zusammen, und die Verdünnung wird daher doppelt so groſs, die Geschwindigkeit der Lufttheilchen dagegen hebt sich auf. Nun

tritt im 13ten Zeitraum der Zustand von (9), im 14ten der von (10), im 15ten der von (11), im 16ten der von (12), im 17ten der von (9), u. s. w. ein. Man sieht, wenn man die Figuren betrachtet, dafs bey x (9) der Schwingungsknoten liegt, und dafs die Lufttheilchen sich abwechselnd nach diesem Schwingungsknoten von den Enden A und B hinbewegen wie bey (9), oder von ihm weg nach A und B hin bewegen, wie bey (11), und dafs zwischen diesen Zuständen zwey Zustände, nämlich der bey (10), und bey 12, in der Mitte liegen, wo durch Interferenz der Wellen alle Bewegung der Lufttheilchen für einen Moment aufgehoben ist. Die Luft an der Oeffnung A erleidet, wie man sieht, nie eine Verdichtung, wohl aber wird sie periodisch sehr stark bewegt.

§. 277.

Gewisse Wellen laufen nach einem gewissen Zeitabschnitte wieder in ihre vorige Bahn zurück, und befinden sich, wenn ein doppelt, oder dreyfach, oder vierfach etc. so grofser Zeitabschnitt vergangen ist, wieder an der nämlichen Stelle ihrer Bahn. Daher fallen 2 Wellen, die einmal an einem Orte zusammengefallen sind, immer an dem nämlichen Ort zusammen. Dieses unterscheidet den Zustand des Selbsttönens (die stehende Schwingung) von der Resonanz, wovon weiter unten die Rede seyn wird.

Hätte daher die Stimmgabel langsamer geschwungen, so dafs die Welle bey der ersten halben Schwingung derselben, nicht, wie bey (1), bis zu Ende des ersten Drittels der Röhre, sondern bis zur Hälfte der Röhre fortgeschritten wäre, so würde die Luft in der Röhre zwar haben resoniren, aber keineswegs selbst tönen können, es hätte keine stehende Schwingung entstehen können.

§. 278.

Hätte dagegen die Stimmgabel so langsam hin und her geschwungen, dafs die Welle während einer halben Schwin-

gung derselben bis zum Ende *B* der Röhre gekommen wäre, statt sie in dem vorhin gegebenen Beyspiele bis zum Ende des 1ten Drittels fortschritt; so würde die Luftsäule der Röhre, ohne einen Schwingungsknoten zu bilden, geschwungen, und den tiefsten Ton gegeben haben, dessen sie überhaupt fähig wäre.

Fig. 191 (1) bis (5) stellt diesen Vorgang mit denselben Zeichen dar, welche so eben gebraucht worden sind, und die daher ohne Erläuterung verständlich sind. Der Ton, den die Röhre unter diesen Umständen giebt, ist um eine Octave und eine Quinte tiefer, als der im vorher betrachteten Falle.

§. 279.

Hätte dagegen die Stimmgabel so schnell geschwungen, dafs die durch die Stimmgabel veranlafste Welle, während die Stimmgabel eine halbe Schwingung machte, nur $\frac{1}{5}$ der Röhre durchlaufen hätte, so würde eine stehende Schwingung mit 2 Schwingungsknoten entstehen, und der Ton, den die Luftsäule der Röhre gäbe, würde um 2 Octaven und eine Tertie höher, als der tiefste Ton seyn, dessen die Röhre fähig wäre. Die Schwingungszahl der hervorgebrachten Töne verhielte sich demnach im 1ten und 2ten Falle zu einander, wie 3 : 1, im 2ten und 3ten Falle, wie 1 : 5. Die Ursache, warum bey einer solchen Röhre nur dann eine stehende Schwingung entsteht, wenn die Wellen erregenden, verdichtenden und verdünnenden Stöfse eine solche Dauer haben, dafs die Breite der in der Röhre dadurch erregten verdichtenden, oder verdünnenden Wellen der ganzen Röhre, oder einem Drittel, oder einem Fünftel, oder einem Siebentel u. s. w. gleich kommt, liegt eben darin, dafs sich die anprallenden Wellen am einen offenen Ende der Röhre in die umgekehrte Form (aus verdichtenden in verdünnende und umgekehrt) verwandeln, am andern verschlossenen Ende dagegen nicht.

§. 280.

Anders verhält sich's daher, wenn die Röhre an beyden Enden offen ist; denn da verwandelt sich an jedem Ende die Wellenform bey der Zurückwerfung in die umgekehrte. Daher müssen in diesem Falle die Wellen erregenden Stöfse, wenn eine stehende Schwingung entstehen soll, eine solche Dauer haben, dafs jeder verdichtende oder verdünnende Stofs Wellen erregt, deren jede eine Breite, die der ganzen Länge der Röhre, oder der Hälfte, oder dem Viertel etc. gleich kommt.

Fig. 192 zeigt (1) bis (8) die Entstehung der stehenden Schwingung, wenn die erregten Wellen der ganzen Länge der Röhre gleichkommen. Der Ton, den eine Luftsäule, die durch solche Wellen in Schwingung gesetzt wird, giebt, ist die höhere Octave von dem tiefsten Tone, den eine am Ende verschlossene Röhre bey derselben Länge giebt, wo die Breite jeder verdichtenden oder verdünnenden Welle der doppelten Länge der Röhre gleich kommt.

Man sieht in Fig. 192 sehr deutlich, warum die höhere Octave entstehen müsse von dem Tone in Fig. 190. In dem letzteren Falle bringt nämlich eine verdichtende oder verdünnende Welle, welche doppelt so breit ist als die Länge der Röhre beträgt, eine stehende Schwingung hervor, indem durch die verschiedenartige Zurückwerfung, die sie an den beyden Enden der Röhre erfährt, bewirkt wird, dafs sich abwechselnd bald zwey verdichtende oder verdünnende Theile begegnen, deren Bewegungen sich aufheben (Interferenz), bald ein verdichtender und verdünnender Theil sich begegnen, deren Bewegungen einander verstärken (Schwingung). In einer an beyden Enden offnen Röhre würde von einer doppelt so breiten Welle als die Röhre stets ein verdichtender oder verdünnender Theil einem gleichartigen begegnen, also stets Interferenz statt finden, und kein Ton entstehen.

Methoden, die stehende Schwingung in der Luft zu erregen.

§. 281.

Damit in der Luft einer Röhre eine stehende Schwingung (ein Selbsttönen) entstehe, müssen ihr regelmäſsig auf einander folgende abwechselnd verdichtende und verdünnende Stöſse ertheilt werden, welche Wellen erregen, deren Breite zur Länge der Röhre sich verhalten bey einer Röhre mit 2 offnen Enden wie 1 : 1, wie 2 : 1, wie 4 : 1 etc., bey einer am einen Ende geschlossenen Röhre wie 1 : 1, wie 3 : 1, wie 5 : 1 etc. Diese können entweder durch einen Körper ertheilt werden, der sich selbst im Zustande des Selbsttönens befindet, oder auch nicht. So hat Savart die interessante Bemerkung gemacht, daſs man cylindrische Gefäſse mit verschlossenem Boden, gedeckte Orgelpfeifen, durch Vorhalten von tönenden Glasscheiben, Glocken etc. zum Tönen bringen kann. Aber, wenn die Röhren hinreichend eng waren, muſsten sie eine solche Länge haben, daſs die von einer halben (verdichtenden oder verdünnenden) Schwingung des Körpers erregte Welle, in der Zeit, in welcher der Körper die Schwingung machte, die ganze Röhre, oder ein Drittel derselben, oder ein Fünftel der Röhre durchlief, wo dann diesem Verhältnisse entsprechend von der Luft in der Röhre entweder derselbe Ton des Körpers, oder einer der nächsten harmonischen Töne hervorgebracht wurde.

§. 282.

Aber eine so regelmäſsige Reihe von geschwind auf einander folgenden Stöſsen auf die Luft ist nicht durchaus erforderlich, um eine stehende Schwingung hervorzurufen. Genug daſs unter einer Reihe Stöſse viel solche sind, deren Dauer und Aufeinanderfolge in einem richtigen Verhältnisse zur Luftsäule steht, die sie in eine stehende Schwingung bringen sollen. Diejenigen Wellen, welche immer

in ihre eigne Bahn nach einem gewissen Zeitraume zurücklaufen, wachsen an Gröſse, wenn sie durch regelmäſsig wiederkehrende Stöſse verstärkt werden, statt die Stöſse, welche Wellen hervorbringen, die nicht in ihre eigne Bahn nach gewissen gleich groſsen Zeiträumen zurücklaufen, nicht regelmäſsig verstärkt werden, und sich endlich verlieren, indem sie beym Hin- und Herlaufen mehr und mehr schwach werden.

§. 283.

Das Tönen wird entweder in ruhender Luft erregt, wie bey den Orgelpfeifen der Flötenwerke und in den Flöten, oder in einem Luftstrome, wie in den Zungenpfeifen und im menschlichen Stimmorgane. Was den ersteren Fall anlangt, so dringt die Luft, bey *a* Fig. 193 eingeblasen, bey *b* durch eine enge Spalte hervor, strömt aber nicht gleichförmig durch dieselbe, sondern verdichtet und verdünnt sich abwechselnd dabey, und geräth also in eine Schwingung. Ist die Dauer und Aufeinanderfolge der Stöſse dieser Schwingung der Länge der zwischen *c* und *d* eingeschlossenen Luftsäule angemessen, oder wenigstens ziemlich angemessen, so bringt sie dieselbe in Wellenbewegung, die durch die Zurückwerfung und Begegnung der Wellen zur stehenden Schwingung wird. Die abwechselnden Stöſse, die die Luft giebt, wenn sie durch eine enge Oeffnung schnell strömt, beobachtet man recht deutlich bey einem Windofen, wo die Luft, wenn die Oeffnung an der Ofenthüre gehörig verengert wird, regelmäſsig in den Ofen hineingestoſsen und angehalten wird, und so pulsirt. Wird die Oeffnung enger, oder die Wärme im Ofen gröſser, so wird der Tact dieser Pulsationen schneller. Wir vermuthen, daſs ein ähnlicher Vorgang die Ursache des Tönens ist in Röhren, in den Wasserstoffgas angezündet wird. Das spitze Ende der Orgelpfeife *b c a* mit seiner Spalte ist daher für die Orgelpfeife dasselbe, was der Violinbogen für die Saite ist, der zwar in keiner so regelmäſsigen und

schnellen Erschütterung ist, daſs er selbst tönte, dennoch aber die Violinsaite in regelmäſsige Schwingung versetzt, die bey den Flageolettönen sogar regelmäſsig von Schwingungsknoten unterbrochen wird. Das successive Verengern der Spalte *c* macht den Ton bey manchen Pfeifen successiv um 1 bis 3 ganze Töne tiefer.

An der Oeffnung *d* fährt die bey *a* eingeblasene Luft nicht heraus, wie man an einer Flamme sieht, die man vorhält. Die successive Verengerung derselben macht den Ton bey manchen Pfeifen successiv um mehrere Töne tiefer.

§. 284.

Wie wenig ganz regelmäſsig wiederkehrende Stöſse erforderlich sind, um eine schwache stehende Schwingung in einer regelmäſsig gebildeten Röhre hervorzubringen, sieht man daraus, daſs Röhren von einer passenden Länge und Weite, durch das gewöhnliche Geräusch, welches die Luft am Tage erfüllt, fortwährend schwach tönen. Eine Röhre aus Pappe von 1 Fuſs 3 Zoll P. M. Länge und $1\frac{1}{3}$ Zoll Durchmesser gab an das Ohr fest angestemmt, wenn ihr anderes Ende offen war, *a*; hielt man das andere Ende mit der Hand zu, so summte sie $\bar{a}$; hielt man die Röhre nur in die Nähe des Ohres, so daſs ihre beyden Enden offen waren, so summte sie $\bar{\bar{gis}}$.

§. 285.

Wir kommen zu der Methode eine stehende Schwingung in strömender Luft hervorzurufen:

Fig. 194 stellt eine Zungenpfeife dar, *a a* ist ein halbirter holer metallener Cylinder, der bey *c c* durch eine dicke Messingplatte gedeckt ist, die aber mit einer länglich 4eckigen Oeffnung versehen ist, welche von einer nicht ganz dünnen Messingplatte *b' b*, von gleicher Gestalt, aber nur etwas weniges kleiner als die viereckige Oeffnung von der Zunge gedeckt wird. Bey *b* ist die Zunge frey, bey *b'*

in dem hölzernen Körper der Pfeife *dd* befestigt, der auch von dem Cylinder durchbohrt ist. Die Zunge kann sich mit ihrem freyen Ende *b* in die viereckige Oeffnung des Cylinders, ohne anzustreifen, hinein und heraus bewegen. Das Ganze umgiebt ein hölzerner vierseitiger Canal, der bey *dd* luftdicht befestigt ist. Wird nun durch ihn von *e* her Luft eingeblasen, so muſs sie sich zwischen *b* und *c* in den metallenen Cylinder *a* drängen, und durch eine an den Körper der Pfeife luftdicht angesetzte Röhre *X* herausfahren. Dabey setzt sie die Zunge in Erzitterung, die abwechselnd aus dem Cylinder *a* hervorgedrückt wird, und durch eigne Elasticität hineinschwingt, und dadurch die viereckige Oeffnung bey *c* abwechselnd verschlieſst und öffnet. Die Schnelligkeit, mit der die Zunge *b'b* hin und herschwingt, hängt theils von ihrer Länge und Dicke, theils von dem Hindernisse ab, das die eingeschlossene Luft der Zunge bey ihrem Schwingen entgegensetzt. Daher stimmt man die Pfeife durch eine Stemmplatte (Krücke) *g*, welche durch eine starke Stahlfeder *i* an den metallenen Cylinder *a* angedrückt wird und vorwärts und rückwärts geschraubt werden kann. Je kürzer der schwingende Theil der Zunge ist, desto höher ist der Ton. Das schnellere oder weniger schnelle Einströmen der Luft ändert die Höhe und Tiefe meistens nicht; dem ungeachtet muſs es zuweilen ein gewisses Maaſs haben, damit überhaupt ein Ton zum Vorschein komme, namentlich bey Flageolettönen dieser Pfeifen.

§. 286.

Gottfried Weber in seinem trefflichen Werke: Versuch einer geordneten Theorie der Tonsetzkunst Mainz 1824 B. I. pag. 4. (welches wohl als das erste Werk zu betrachten ist, das die Musiklehre mit wissenschaftlicher Schärfe behandelt,) glaubt, daſs bey diesen Pfeifen eher die Zunge als die Luftsäule der Ton bestimmende Körper sey, weil die Tonhöhe weniger von der gröſseren oder geringeren Länge der Röhre, als von der Länge und Steiſigkeit

der Zunge abhängt, dafs sie indessen doch nicht ganz unabhängig von der Länge und Gestalt der eingeschlossenen Luftsäule sey. Er fragt nun, in welchem Verhältnisse einestheils die Zunge, anderntheils die Luftsäule die Tonhöhe bestimmt, und insbesondere, ob bey Zungenpfeifen, eben so wie bey den Pfeifen der Flötenwerke, die von Chladni sogenannte 2te, 3te und weitere Schwingungsart statt fand.

Zur Antwort dieser Frage führt folgende Untersuchung: Wir nahmen 2 Zungenpfeifen; die Zunge der einen, die wir mit *Y* bezeichnen wollen, war von dem Orte, wo sie angenietet war, bis zu ihrem freyen Ende 2 Zoll 3 Lin. lang und gab in die Höhe gebogen und dann losgelassen den Ton *c*.

Die 2te Pfeife, die wir mit *Z* bezeichnen wollen, hatte eine 2 Zoll 4 Linien lange Zunge die auf dieselbe Weise den Ton *A* gab. Beyde Zungen waren überall 4,2 Lin. breit und 0,3 Lin. dick. Der Ton wurde so hervorgebracht, dafs der messingene Cylinder *a* selbst in den Mund gesetzt, und dann Luft eingeblasen wurde. Es ergeben sich aus unsern Versuchen mit diesen Pfeifen folgende Sätze:

1. Die Höhe des Tons hängt bey Pfeifen, in die keine lange Röhre eingesetzt ist, von der Länge, Dicke und Elasticität der Zunge ab. Bey den angewendeten Pfeifen betrug das Höher werden des Tons bey Verkürzung der Zunge durch Heraufschrauben der Krücke nur 3 bis 5 halbe Töne, und wenn eine 20 Zoll lange Röhre an den Körper der Pfeifen angesetzt worden war, nur 2 bis 3 halbe Töne, wie folgende Tabelle beweist. Wurde die Zunge noch mehr verkürzt so konnte gar kein Ton mehr hervorgebracht werden.

Tabelle XLVIII.

über das Höherwerden der Töne, die eine Zungenpfeife Y und Z giebt, wenn ihre Zunge durch Heraufschrauben der Krücke (Stimmplatte) g verkürzt wird.

	Abnahme der Länge d. Zunge.	Ton.
Pfeife *Y* deren	—	dis
Zunge ursprüng-	$1\frac{5}{10}$ Lin.	e
lich 2 Zoll 3 Lin.	$2\frac{8}{10}$	f
lang war.	$3\frac{8}{10}$	fis
Pfeife *Z* deren	—	cis
Zunge ursprüng-	$1\frac{8}{10}$	d
lich 2 Zoll 4 Lin.	$2\frac{5}{10}$	dis
lang war.	$3\frac{4}{10}$	e
	$4\frac{4}{10}$	f
	$5\frac{2}{10}$	fis
	$6\frac{5}{10}$	fis
Pfeife *Y* an wel-	—	Gis
che eine 20 Zoll	$3\frac{3}{10}$	A
lange Röhre ge-	$2\frac{5}{10}$	A
setzt wurde.		B
Pfeife *Z* an wel-	—	Fis
che eine 20 Zoll	$1\frac{3}{10}$	G
lange Röhre ge-	3	Gis
setzt wurde.	$3\frac{8}{10}$	A
	$6\frac{4}{10}$	A.

2) Die Höhe des Tones einer Zungenpfeife hängt unter übrigens gleichen Umständen in geringem Grade von der Weite der Röhre ab, die in den Körper der Pfeife eingesetzt wird. Bey einem Unterschied der lichten Durchmesser der Röhren von 6,75 Lin. bis zu 3,7 Lin. differirten die Töne in den Zungenpfeifen um 4 halbe Töne. Die Krücke der beyden Pfeifen wurde bey diesen und den andern Versuchen so gestellt, daſs das freye Stück der Zunge zwischen der Krücke und dem freyen Ende derselben bey der Pfeife *Y* 1 Zoll 8,6 Lin. lang war, und in die Höhe gebogen, und dann sich selbst überlassen, den Ton zwischen *f* und *fis* gab, daſs das freye Stück der Zunge bey der Pfeife

Ueber die Verminderung der ... fen Y und Z gaben, in deren Körper eine 61 Zoll lange ... er Glasröhre mehr und mehr abgeschnitten wurde; ... der Pfeifen eines

Töne der Pfeife Y, wenn sich keine Schwingungsknoten bildeten. (nach dem Kammertone.)	Flageolettöne d. Pfeife Y, wenn sich ein Schwingungsknoten bildete. (nach dem Kammertone.)	Verkürzun... der an di... Pfeife Y an... gesetzten Röhre, wen... ihr Ton u... einen halben Ton höher wurde	...s Drittels der ...che die Pfeifen ...enwerks nach ...nung haben, ...m Kammer- beygesetzten ...geben [1].	Anmerkungen.
Contra F	C . .	. .		
Contra Fis	. . Cis	. .		
Contra Fis	Cis .	$45\frac{1}{2}$ Li...		
Contra G	. . D	. .		
Contra G	D . .	72 .		
Contra G	. . Dis	. .	...47 Z. 11,35 L.	
Contra Gis	Dis .	58 .		
Contra Gis	. . E	. .	...45 Z. 3,6 L.	
Contra A	E . .	61 .		
Contra B	. . F	. .	...42 Z. 8,58 L.	
Contra B	F . .	34 .		
Contra H	. . F	. .	...40 Z. 3,8 L.	
Contra H	Fis [2])	35 .		
C [3]) . .	. .	29 .	...38 Z. 0,65 L.	
Cis				
D				
Dis				
E				

Anmerkungen.

[1]) Bey der Berechnung dieser Töne ist vorausgesetzt, daſs die Pfeife Contra D, nach dem Kammertone (Contra C nach dem Chortone) 16 Fuſs, D, 8 Fuſs, d, 4 Fuſs lang sey.

[2]) Fast Fis.

[3]) Schwachgeblasen Contra H.

[4]) Schwachgeblasen C.

[5]) Zwischen C und Cis.

[6]) Fast Cis.

[7]) Schwachgeblasen E.

[8]) Fast Fis. Weil der Ton sich

Tabel[le]

Ueber die Verminderung der Tiefe der Töne, welche die [illegible] an Körper eine [illegible] Länge [illegible] abgeschnitten wurden, und Vergleichung der Länge [illegible]

Verminderung oder [illegible] die Pfeife Zunge [illegible] wenn die Zunge um einen halben Zoll länger wurde	Ton der Pfeife Z., wenn sich kein Schwingungsknoten bildete. (nach dem Kammerton.)	Verminderung der [illegible] bildete [illegible]	Eigentli[illegible]	Ton der Pfeife Z., wenn sich keine Schwingungsknoten bildeten (nach dem Kammerton.)
			C	Contra F
			Cis	Contra Fis
			D	Contra G
			Dis	Contra Gis
	Contra A		H	Contra A
31 Zoll	Contra B			Contra H
	Contra H			Contra H
35	Contra H	30	Fis *)	Contra H
	Contra H	19		C *)
	$\frac{C}{Cis}$			Cis *)
41	Cis *)	24		Cis
44	Cis	19		D
32	Dis			E
	Dis	22		F *)
26	E			Fis *)
	E	25		Gis
	$\frac{E}{F}$			G
33	Fis	24		
38	Fis	16		
[illegible]	G	[illegible]		A

gab, dafs das freye Stück der Zunge bey der Pfeife

Z 2 Zoll 2 Lin. lang war, und auf die nämliche Weise in Bewegung gesetzt den Ton *cis* gab. Hierauf wurden an den Körper der Pfeife Glasröhren von $15\frac{1}{4}$ Zoll Länge und ungleichem Durchmesser luftdicht angesetzt, und dadurch Töne erregt, dafs in die Pfeife geblasen wurde. Folgendes sind die Resultate dieser Versuche.

Tabelle XLIX.

über die Erniedrigung der Töne der Zungenpfeifen Y und Z, wenn sechs $15\frac{1}{4}$ Zoll lange Röhren von verschiedenem Durchmesser an den Körper der Pfeifen angesetzt wurden.

Durchmesser der angesetzten Röhre in Linien.	Töne der Pfeife Y.	Töne der Pfeife Z.
6,75	(fast) d +	H
6,1	cis	B
5,53	cis	B
5,05	c	A
4,4	H	Gis
3,7	B	G / Gis
2,2	kein Ton.	kein Ton.

Etwas ähnliches beobachtet man bey den Flötenwerken der Orgel, wo tiefe Pfeifen, wenn sie weiter sind, um ein bis einige Zoll kürzer gemacht werden müssen, wenn sie den nämlichen tiefen Ton geben sollen, als engere.

3) Die Höhe des Tons hängt vorzüglich ab von der Länge einer an den Körper der Pfeife angesetzten gleich weiten Röhre. Sind diese Röhren sehr lang, so scheint die Länge der Zunge keinen beträchtlichen Einflufs mehr auf die Höhe des Tones zu haben. Die von uns zu den Versuchen angewendete Pfeife *Y* konnte durch angesetzte Röhren einen um 23 halbe Töne tiefern Ton bekommen, als der Ton war, den sie gab, wenn gar keine Röhre in den Körper derselben eingefügt war. Die Krücken der Pfeifen waren so gestellt, dafs die Pfeife *Y* ohne Röhre den Ton zwischen *f* und *fis*, die Pfeife *Z* den Ton *cis* gab.

(Siehe Tabelle L.)

Aus der beygefügten Tabelle sieht man 4), daſs die Länge der Luftsäule, welche zum Tönen gebracht wurde, in den tieferen Tönen von *Contra A* bis *G* ziemlich $\frac{1}{3}$ der Länge hatte, welche eine Luftsäule in einer Pfeife eines Flötenwerks gehabt haben würde, wenn sie denselben Ton gegeben hätte. Wenn dieses Zusammentreffen nicht bloſs zufällig ist, so würde es die nachher von uns vorgetragene Vermuthung über den Vorgang in Zungenpfeifen bestätigen.

5) Daſs auch die Zungenpfeifen Flageolettöne (Schwingungen mit Schwingungsknoten) hervorbringen können, und daſs der Ton, den eine Zungenpfeife hervorbringt, wenn sie einfach schwingt, um 1 Octave und 1 Quinte tiefer ist, als wenn sie so schwingt, daſs sich ein Schwingungsknoten bildet.

6) Daſs sich demnach die Zungenpfeifen in dieser Hinsicht verhalten wie Pfeifen, deren eines Ende offen, deren anderes verschlossen ist.

7) Daſs wenn die angesetzte Röhre lang ist, die Länge der Zunge keinen beträchtlichen Einfluſs auf die Abänderung des Tons äuſsert; denn die Pfeifen *Y* und *Z* trafen in *Contra A*, *B*, *H*, und in groſs *C* zusammen, ungeachtet die Zunge in der Pfeife *Y* viel kürzer war als in *Z*.

§. 287.

Was den Vorgang in der Pfeife anlangt, durch den sie tönt, so glauben wir aus unsern Versuchen folgendes schlieſsen zu müssen. Die Bewegung der Zunge verschlieſst abwechselnd der in dem hölzernen Canale befindlichen verdichteten Luft den Zugang in die Pfeife, und öffnet ihr denselben wieder. Die Zunge ist nicht ein selbsttönender Körper, der durch Stöſse der benachbarten Luft den Ton mittheilt (denn, wenn sie in die Höhe gezogen, und dann losgelassen wird, so giebt sie nur einen schwachen Ton, der die Luft in der Pfeife nicht zum Selbsttönen bringen kann); sondern es ist ein Körper, der, indem er die Pfeife

abwechselnd schliefst und öffnet, die äufsere verdichtende Luft in dem hölzernen Kanale nöthigt, die Luft in der Pfeife in regelmäfsigen Intervallen zu stofsen und nicht zu stofsen. Folgen diese Stöfse schneller auf einander als ungefär 32mal in einer Secunde, so entsteht ein hörbarer Ton.

Die Schnelligkeit, mit der die Zunge in Zungenpfeifen schwingt, an welche lange Röhren angefügt sind, d. h. die Gröfse der auf einander folgenden Zeiträume, in den die Zunge die Pfeife öffnet und verschliefst, hängt zum Theil (aber nur in geringerem Grade) von der Länge, Dicke und Elasticität der Zunge ab. Die Schwingung der Zunge ist aber nicht zu betrachten als eine Schwingung einer Platte in freyer Luft. Denn die Luft über der Zunge (in dem hölzernen Kanale) ist abwechselnd sehr verdichtet, (wenn die Pfeife durch die Zunge geschlossen ist), abwechselnd weniger verdichtet, (wenn die Pfeife geöffnet ist), abwechselnd in strömender Bewegung, (wenn die Pfeife geöffnet ist), abwechselnd endlich in ihrer Strömung gehemmt. An der untern Oberfläche der Zunge im Körper der Pfeife, ist die Luft bald sehr verdünnt, wenn eine verdünnende Welle an sie anprallt, bald verdichtet, wenn eine verdichtende Welle an sie anprallt: denn wir werden nachher sehen, dafs im Innern der Pfeife abwechselnd verdichtende und verdünnende Wellen hin und her laufen.

Man sieht leicht ein, dafs, wenn die Luft in der Nähe der Zunge in der Pfeife verdünnt, vor der Zunge in dem hölzernen Canale dagegen verdichtet ist, die Zunge durch doppelte Kräfte, die die Elasticität der Zunge überwältigen, nach innen gedrückt werden könne; dafs die Zunge dagegen dem Zuge ihrer Elasticität folgen könne, wenn die Luft in der Pfeife und in dem hölzernen Canale verdichtet ist. Da nun dieser Fall abwechselnd eintreten mufs, wie wir gleich sehen werden, so ist klar, dafs die Bewegung der Zunge noch mehr von der Bewegung der in einer langen Pfeife hin und herlaufenden Luftwellen, als

von ihrer eigenen Elasticität abhänge; daſs sie also eigentlich mehr geschwungen werde, als sich selbst schwinge. Anders verhält sich's freylich, wenn man die Pfeife, ohne daſs eine Röhre angesetzt wird, schwingen läſst. Dann hängt die Schnelligkeit der Schwingung fast ganz von der Zunge ab.

§. 288.

Um nun ungefähr begreiflich zu machen, warum sich der Ton einer Zungenpfeife zu dem Tone einer gleichlangen Pfeife eines Flötenwerks, etwa wie 1 : 3 verhalte, diene folgende Betrachtung. Die Zungenpfeife ist eine am einen Ende geschlossene Röhre: denn wenn auch die Zunge gehoben ist, ist die Röhre dennoch so gut als verschlossen, weil die Luft in dem hölzernen Canale *e* verdichtet ist.

Wenn von dem verschlossenen Ende einer solchen Röhre eine verdichtende Welle ausgeht, so habe die Welle, nachdem sie bis ans entgegengesetzte offene Ende der Röhre fortgeschritten ist, die Gestalt Fig. 195. (1.) (nach der Seite 511. erklärten Bezeichnungsart). In einem 2ten gleichgroſsen Zeitraume (2) verwandelt sie sich am offenen Ende abprallend in eine verdünnende Welle (Siehe Seite 512.), die nach *A* zurückschreitet, in einem 3ten Zeitraume (3) prallt sie von dem verschlossenen Ende *A* ab, und bleibt dabey eine verdünnende Welle, und im Momente, wo sie halb abgeprallt ist, ist am Ende *A* die gröſste Verdünnung. Die Welle geht aber hierauf nach *B*, in einem 4ten Zeitraume (4) prallt sie in *B* ab; und wird eine verdichtende Welle, in einem 5ten Zeitraume (5) prallt diese verdichtende Welle in *A* ab, und wenn sie bey *A* halb zurückgeworfen worden ist, ist die Verdichtung an der Zunge am Ende der Röhre *A* so groſs, daſs die innere Verdichtung der äuſseren in der hölzernen Röhre in dem Grade das Gleichgewicht hält, daſs die Zunge dem Zuge ihrer Elasticität folgen kann. Am Ende des 6ten Zeitraums (6) ist an der Zunge in A keine Verdichtung und keine Verdünnung, weil die verdünnende

Welle sich erst nähert. Die Zunge fährt daher in ihrer Bewegung, wegen der Geschwindigkeit, die sie schon erlangt hat, und durch ihre Elasticität getrieben, fort die Röhre zu öfnen. Zu Ende dieses Zeitraums befindet sich die Zunge etwa in der Lage, in der sie zu Anfange des ersten Zeitraums war; die verdichtete Luft in der hölzernen Röhre kann sich nun in die Pfeife hineinstürzen, und die Zunge noch weiter öffnen, so dafs sich am Ende des 7ten Zeitraums durch den heftigen Stofs der äufseren Luft eine neue verdichtende Welle gebildet hat, und bis nach *B* fortgeschritten ist, die eine so grofse Kraft hat, dafs sie durch die Welle in der Röhre, die durch eine mehrmalige Zurückwerfung sehr geschwächt worden ist, nicht in ihrem Fortgange gehindert werden kann. So oft der in die Pfeife gedrungene Luftstofs am Ende *B* auf die äufsere Luft stöfst, so oft entsteht daselbst eine Schallwelle, viele solche regelmäfsig und schnell genug wiederholte Stöfse zusammengenommen bilden einen Ton. Die schwächern Stöfse der in der Röhre durch Zurückwerfung hin und herlaufenden Wellen, kommen dabey nicht in Betracht, weil sie nach Porssons Rechnung und nach der Erfahrung viel schwächer sind, als die ursprünglichen. Man sieht hieraus, dafs in der Pfeife an der Zunge abwechselnd Verdichtung und Verdünnung entsteht, und von dieser (also von dem Hin- und Hergehen der Luftwellen in der Pfeife, und also auch von der Länge der Pfeife) die Bewegung der Zunge gröfstentheils abhängt.

Wenn die Luftwelle 3mal hin und hergegangen ist, erfolgt ein neuer Stofs der in dem hölzernen Luft zuführenden Canale verdichteten Luft in die Pfeife. Bey der Pfeife eines Flötenwerks erfolgt ein Stofs auf die äufsere Luft jedesmal, wenn die Welle die Länge der Pfeife 1mal hin und zurück durchlaufen hat, daher scheint sich der Ton in einer Zungenpfeife zu dem der Pfeife eines Flötenwerks bey gleicher Länge der Pfeifen wie 1 : 3 zu verhalten. Wie schwierig es aber selbst noch in den neuesten Zeiten

ist, das Tönen von Röhren und Blaseinstrumenten durch die Rechnung zu bestimmen, sieht man aus den Arbeiten La Grange's und Poisson's. Jener gestand ein, daſs seine Formeln nur sehr unvollkommen den Grund der beobachteten Erscheinungen, über die Weite der Blaseinstrumente und die Stellung ihrer Löcher angeben. Poisson's Arbeit an den Mém. de l'Ac. années 1819 et 1820. Paris 1824 pag. 19. lehrt, daſs man nicht einmal den tiefsten Grundton einer Röhre a priori finden könne, aber die Stellung der Schwingungsknoten richtet sich in jedem einzelnen Falle nach dem Tone der Röhre.

Ueber das Mittönen der Körper oder über die Resonanz.

§. 289.

Die gebräuchlichen Stimmgabeln bringen angeschlagen einen doppelten Ton hervor; theils einen tieferen, der schon in einer geringen Entfernung von der in der Hand gehaltenen Stimmgabel nicht mehr wahrnehmbar ist, der aber, wenn die Stimmgabel näher ans Ohr gehalten wird, mit ausnehmender Fülle und Stärke vernommen wird und der sehr verstärkt und überall im Zimmer hörbar gemacht wird, wenn man den Stiel der Stimmgabel auf eine groſse Holzplatte aufstemmt, theils einen viel höhern, der vornehmlich im Augenblicke des Anschlagens selbst bis zu einer beträchtlichen Entfernung vernommen werden kann, der auch noch längere Zeit schwach forttönt, und durch das Aufstemmen der Stimmgabel nicht verstärkt wird. An der Stimmgabel, die wir gebrauchten, war der höhere Ton noch beträchtlich höher als der höchste Ton eines Pianofortes, der tiefere aber $\overline{a}$.

Eine ähnliche aber schwächere Verstärkung des tieferen Tones bemerkt man, wenn man das obere Ende der Stimmgabel der Oeffnung einer 1 Fuſs 3 Zoll langen, $1\frac{1}{3}$ Zoll im Durchmesser habenden, Papprröhre nähert, eine noch schwächere, wenn man sie einer Röhre nähert, deren

Dimensionen von dieser beträchtlich abweichen. Der Resonanzboden der Pianoforte, der Geigen, und der Harfen zeigt eine ähnliche, wiewohl minder auffallende Verstärkung der Töne der Saiten, und auch hier bemerkt man, dafs die höchsten Töne weit weniger durch die Resonanz verstärkt werden, als die tieferen. Von dieser Resonanz ist die Erscheinung nur dem Grade nach verschieden, dafs die tönenden Körper in leeren Zimmern, Sälen und Kirchen, wenn der Luftraum durch Menschen, oder Meubles, oder andere Körper nicht zu sehr beengt und unterbrochen wird, einen viel stärkern Ton geben, als im Freyen, und dafs diese Verstärkung bey einem oder einigen Tönen vornehmlich auffallend ist, für deren Verstärkung sich ein bestimmter eingeschlossener Raum vorzüglich eignet.

§. 290.

Wir unterscheiden aber 2 Arten von Resonanz, die 1te Art bewirkt nur eine vollkommnere Mittheilung der Schwingungen von einem tönenden Körper an ein Medium von einem verschiedenen Cohäsionszustande und von einer verschiedenen Dichtigkeit. Die 2te Art der Resonanz verstärkt den Ton über den Grad der Stärke hinaus, den er in einem unbegrenzten Medio bey der vollkommensten Mittheilung haben könnte.

Der Ton eines Blaseinstrumentes, oder des menschlichen Stimmorgans, theilt sich der Luft so vollkommen mit, dafs er keiner Verstärkung der ersteren Art fähig ist. Dagegen theilt er sich einer Felsenmasse so schwer mit, dafs sich Bergleute, die in verschiedenen Gewerkstrecken arbeiten, schwer rufen hören werden, wo sie den schwachen Schall eines an den Felsen anschlagenden Hammers deutlich vernehmen. Nach Franklins und Monro's interessanten Versuchen klingt der Schall, den 2 unter Wasser zusammengeschlagene Steine hervorbringen, jemanden, der in einer sehr grofsen Entfernung von den Steinen den Kopf unter Wasser taucht, so stark, als würden sie in der Luft dicht vor dem Ohr zusammengeschlagen.

Die Erfahrung bestätigt in dieser Hinsicht das, was auch die Rechnung beweist, daſs nämlich die Schwingung in gleichartigen und gleich dichten Medien am vollkommensten fortgepflanzt werde. Alexander von Humboldt leitet daher die weite und reine Verbreitung eines Schalls in der Nacht, die jedem sehr auffallend ist, und die sich nicht bloſs aus dem Mangel des Geräusches erklären läſst, das bey Tage die Ohren übertäubt, sondern auch aus der ungleichen Dichtigkeit der Luft, die von der ungleichen Erwärmung derselben während des Tages herrührt.

Wie ein Lichtstrahl, indem er aus einem dünnern Medio in ein dichteres übergeht, an dieser Grenze zum Theil abprallt, und daher nur zum Theil in das 2te Medium übergeht, eben so prallt der Schall an den verschieden dichten Schichten eines elastischen Medii nach Poisson's *Berechnung* ab.

So wie nun die Fortpflanzung einer mitgetheilten Schwingung in gleichartigen Medien am vollkommensten statt findet, eben so verhält es sich auch, wenn ein selbst schwingender Körper einem Medio die Schwingungen mittheilen soll. Tönende Luft theilt daher der Luft ihre Schwingung vollkommen, feste Körper theilen ihr dagegen ihre Schwingung unvollkommen mit, dagegen theilen starre tönende Körper andern ihnen gleichartigen ihre Schwingung vollkommen mit. Manche Arten von Feuerzangen, die eine Art Stimmgabel bilden, geben angeschlagen einen Ton, den man ohne Hülfsmittel gar nicht vernimmt. Hängt man dieses Instrument dagegen an einem Faden auf, den man zwischen die Zähne faſst, so klingen sie bey zugehaltenen Ohren so stark wie eine Thurmglocke in mäſsiger Entfernung.

Die Töne werden von festen tönenden Körpern luftförmigen leichter mitgetheilt, wenn sie sehr hoch sind, als wenn sie tief sind, daher der hohe Ton der Stimmgabel auch ohne Resonanz weiter gehört wird, als der tiefe an sich stärkere, nicht aber durch die Resonanz merklich ver-

stärkt wird. Das heiſst wenn ein und dasselbe Lufttheilchen in einer gegebenen Zeit viel Stöſse von einem schwingenden Körper erfährt, werden ihm die Schwingungen leichter mitgetheilt, als wenn es in derselben Zeit wenige erhält. 2tens wird diese Mittheilung begünstigt, wenn eine groſse Zahl von Lufttheilchen durch den festen schwingenden Körper gestoſsen wird, d. h. wenn die schwingende Fläche des tönenden oder in Schwingung versetzten festen Körpers sehr groſs ist. Fadenförmige Körper bedürfen am meisten die Resonanz, weniger Streifen, noch weniger Platten. 3tens scheinen die Schwingungen eines primär (*longitudinal*) schwingenden festen Körpers der Luft leichter mitgetheilt zu werden, als die eines secundär (transversal) schwingenden, was von der viel gröſsern Schnelligkeit herzurühren scheint, mit der sich jedes Theilchen bey jeder einzelnen primären Schwingung bewegt.

Daher die Töne von Glasstreifen, die primär (longitudinal) schwingen, nicht merklich durch Resonanz verstärkt werden, aber von selbst einen sehr weit hörbaren Ton haben, dagegen die transversalen Töne von Glasstreifen ohne Resonanz kaum wahrnehmbar sind. (Doch kommt hier hinzu, daſs bey jenen die Erregung eine fortdauernde ist. Man muſs daher transversal mit dem Violinbogen gestrichene Glasstreifen mit longitudinal gestrichenen vergleichen).

Von dem 2ten Umstande hängt die Verstärkung des Tons mit ab, wenn man eine Stimmgabel auf eine groſse Holzplatte stemmt. Vom Stiele der Stimmgabel gehen primäre Wellen aus, die sich auf der Holzplatte ausbreiten. Sehr bald ist also die Holzplatte mit gleichbreiten Wellen bedeckt, von der jede hinter der andern so liegt, daſs jede nach Verlauf eines Zeitraums, in dem sie um so viel fortschreite, als ihre Breite beträgt, die Stelle einnimmt, die vorher die vor ihr liegende Welle einnahm. Fragt man nun, welche Bewegungen ein einzelnes Theilchen macht, während ein solcher Wellenzug an dem Orte des Theilchens vorübergeht, so sieht man, daſs es sich eben so wie bey

einer stehenden Schwingung eines selbsttönenden Körpers in regelmäſsigen und unmerklichen Zeiträumen hin und her bewegt, bey jeder verdichtenden Welle nach vorwärts, bey jeder verdünnenden nach rückwärts, und daſs nur zwischen der Schwingung des mittönenden und selbsttönenden Körpers der Unterschied statt findet, daſs die Schwingung des mittönenden Körpers viel schwächer ist, und die neben einanderliegenden Theilchen ihre Bewegung nicht (wie bey selbsttönenden Körpern) gleichzeitig anfangen und endigen, ob sie sie gleich in gleichgroſsen Zeiten vollenden. Wohl aber fangen die Puncte, welche auf der Holzplatte um die Breite einer ganzen Welle (verdichtenden und verdünnenden Welle vereinigt) vorwärts oder rückwärts liegen, ihre Bewegung gleichzeitig an, und endigen sie auch gleichzeitig. Es versteht sich von selbst aus dem was früher vorgetragen worden, daſs die Theilchen der Holzplatte augenblicklich aufhören zu schwingen, so wie die Reihe der vorüberziehenden Wellen an ihnen vorbey gegangen ist, und daſs sogar die Theilchen nicht ein einzigesmal öfter schwingen, als die Zahl der vorbeyziehenden Wellen beträgt.

Theilen sich nun die Schwingungen einer Stimmgabel einer Holzplatte stärker mit als der Luft, so werden die Theilchen des Holzes, die sich bey der Fortpflanzung des Schalles hin und her bewegen, Schwingungen von gleicher Dauer in der Luft erregen, und also dazu beytragen, daſs der Luft die Schwingung vollkommner mitgetheilt werde. Auf diese Weise wird aber der Ton nicht positiv verstärkt, denn er kann höchstens fast die Stärke erhalten, die der fortgepflanzte Ton in einem dem klingenden Körper gleichartigen Medio haben würde. Diese ganze Lehre beruht also auf dem schon von Chladni vorgetragenen Satze:

1. Eine Schallwelle schreitet um den Raum ihrer Breite genau in derselben Zeit fort, in welcher der schwingende Körper, der diese Welle veranlaſste, eine ganze Schwingung (Hin- und Zurückschwingung) vollendet. Dieser Satz gilt für alle Medien, in die die Schallwellen übergehen können,

der Schall mag in diesen Medien schnell oder langsam fortgepflanzt werden, und die Wahrheit dieses Satzes geht aus dem hervor, was früher über den Ursprung der stehenden Schwingung aus einer Durchkreuzung der Wellen gesagt worden ist.

2) Jedes Theilchen eines Körpers, durch welches hindurch eine Schallwelle fortgepflanzt wird, bewegt sich in der Zeit, während welcher die ganze Welle (verdichtende und verdünnende Welle) an ihm vorüber geht, einmal hin und zurück. Da nun eine jede Schallwelle in derselben Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreitet, in welcher der schwingende Körper, der die Schallwelle erregt hatte, einmal hin und zurückschwang, so bewegen sich die Theilchen eines Körpers, durch welchen Schallwellen hindurch gehn, eben so oft und gleich schnell hin und her, als die Theilchen des tönenden Körpers selbst, als er die Schallwellen erregte.

Auch dieser Satz gilt für jedes Medium, es mag den Schall schnell oder langsam fortpflanzen. Denn geht eine Welle aus einem Medio, Fig. 196 $ABDE$, das den Schall langsam fortpflanzt, in ein Medium $BLCF$ über, das ihn noch einmal so schnell leitet, so wird jede Welle im Augenblick des Uebergangs auch noch einmal so breit. Da nun aus der Wellenlehre bekannt ist, daſs ein Theilchen eines Medii sich einmal hin und her bewegt, während eine ganze Welle (verdichtende und verdünnende) an ihm vorübergeht, so muſs sich das Theilchen α in derselben Zeit hin und her bewegen, wie das Theilchen a, obgleich der Stoſs durch den Ort α mit einer noch einmal so groſsen Geschwindigkeit fortgepflanzt wird, als durch den Ort a, denn die Welle $Ab\,Dc$ ist noch einmal so schmal, als die Welle $B\beta\,E\gamma$, und geht demnach an dem Orte a in derselben Zeit vorüber, als die Welle $BE\beta\gamma$ an dem Orte α.

§. 291.

Die 2te Art der Resonanz unterscheidet sich von der

ersten Art dadurch, daſs ein begränzter Körper durch einen tönenden in so heftige Schwingungen versetzt wird, als er auch bey der vollkommensten Mittheilung, wenn er unbegränzt wäre, nicht vollbringen könnte. Das Mittel hierzu ist, daſs die Schallwellen, die dem begränzten Körper mitgetheilt werden, von dessen Rändern oder Gränzen zurückgeworfen werden (auf ähnliche Weise wie Lichtwellen, die aus einem dichten Medio in ein dünnes oder umgekehrt übergehen), und sich mit einander, und mit den von dem tönenden Körper fortwährend ausgehenden Schallwellen durchkreuzen.

Es ist schon bey den Wasserwellen durch Versuche bewiesen worden (Seite 220), daſs eine Wasserwelle, während sie sich mit einer andern gleich groſsen durchkreuzt, in dem Kreuzungspuncte fast noch einmal so hoch wird, als jede der beyden einfachen Wellen ist, und daſs sie, wo 4 Wellen sich durchkreuzen, fast 4mal so hoch wird, daſs es umgekehrt sich bey der Durchkreuzung der Wellenthäler verhält, welche dann fast noch einmal so tief oder fast 4mal so tief werden.

Was nun bey den Wasserwellen die Erhebung und Vertiefung der Oberfläche des Wassers ist, das ist bey den primären (longitudinalen) Wellen die Verdichtung und Verdünnung des Medii. Diese Verdichtung und Verdünnung wird also an dem Puncte 2 oder 4mal so groſs, wo sich 2 oder 4 Wellen durchkreuzen.

Werden nun die Schallwellen, die von einem bestimmten Puncte aus auf einen Körper, eine dicht hinter der andern, übergehen, an den Gränzen des Körpers zurückgeworfen, und durchlaufen dann den Raum des Körpers von neuem; so müssen sie sich an bestimmten Puncten 2fach oder mehrfach durchkreuzen. Nehmen die nachfolgenden Wellen denselben Verlauf, den die vorhergegangenen nahmen (was nothwendig ist, wenn sich nichts am Körper oder in der Erregungsart der Wellen ändert), und rühren sie von den Schwingungen eines und desselben Tones her; so

müssen sich an allen Kreuzungsstellen die Kreuzungen regelmäfsig und in gleichen Zeiträumen wiederholen, und wenn man daher hierbey das Verhältnifs der Theilchen des Körpers in Ueberlegung zieht, welche in den Puncten der vollkommensten Kreuzung liegen, so findet man, dafs diese Puncte in gleichförmig sich wiederholenden Zeiträumen aus dem Zustande einer grofsen Verdünnung in den einer grofsen Verdichtung und umgekehrt gerathen, dafs die Zeit, in der das statt findet, genau die Dauer des Zeitraums hat, in welchem der tönende Körper an der Stelle seiner gröfsten Verdichtung in die der Verdünnung und umgekehrt übergeht, oder überhaupt ein Hin- und Herschwingen vollendet, und dafs überhaupt die ganze Bewegung der einzelnen Theilchen durch nichts von der des selbsttönenden Körpers verschieden ist, als dadurch, dafs sie nie ganz so heftig ist, als diese, und dafs, so wie keine Wellen mehr nachfolgen, also die Durchkreuzung aufhört, auch sogleich jene Bewegung geendigt ist, statt sie in den Körpern, die in eine stehende Schwingung geriethen, fortdauern kann, wenn auch die erste Ursache des Tönens aufgehört hat.

Der Unterschied zwischen selbsttönenden Körpern, die durch regelmäfsig sich wiederholende Stöfse in Schwingung gesetzt werden, und den resonirenden besteht darin: dafs der ganze Raum eines selbsttönenden Körpers von gleich breiten, sich 2fach oder mehrfach durchkreuzenden, Wellen eingenommen seyn mufs, die vermöge der Gestalt des Körpers so zurückgeworfen werden, dafs die Kreuzungspuncte auch nach einer vielfachen Zurückwerfung immer nach gleichen Zeiträumen auf dieselben Puncte fallen.

Dagegen braucht der Raum eines resonirenden Körpers nur von gleich breiten zurückgeworfenen Wellen bedeckt zu seyn, die sich mit den immer neu, aber auf dieselbe Weise, erregten Wellen so durchkreuzen, dafs die Kreuzungspuncte, so lange die Erregung von neuen Wellen dauert, immer auf dieselben Puncte fallen.

§. 292.

Hieraus geht der grofse Unterschied hervor, 1) dafs die Wellen forttönender Körper eine Breite haben müssen, die ein aliquoter Theil des Wegs ist, den die Welle von einer zurückwerfenden Gränze des Körpers zur andern zu durchlaufen hat. Dieses ist bey den Körpern, die zur Resonanz fähig seyn sollen, nicht nöthig.

2) Dafs bey forttönenden Körpern jede Welle einen Weg durchläuft, vermöge dessen sie nach einer oder mehreren Zurückwerfungen in ihren vorigen Weg zurückkehrt, was bey der Resonanz nicht der Fall ist.

3) Dafs die Stärke des Tones bey einem forttönenden Körper wachsen kann, während die Erregung der Schwingungen gleichmäfsig fortdauert, z. B. während der Violinbogen fortfährt zu streichen, der Ton bis zu einem gewissen Punct anwächst, weil nämlich die mehrfach zurückgeworfenen Wellen immer in die ursprüngliche Lage zurückkehren, und daselbst durch neu erregte Wellen verstärkt werden. Dieses findet bey resonirenden Körpern nicht statt.

4) Dafs der tönende Körper durch Stöfse zum Schwingen gebracht wird, die nicht so regelmäfsig und geschwind zu erfolgen brauchen, dafs sie selbst einen Ton bilden, so dafs nicht der Inbegriff der empfangenen und fortgepflanzten Stöfse den Ton des tönenden Körpers bildet; der resonirende Körper dagegen, wenn er tönen soll, so regelmäfsige Stöfse bekommen mufs, dafs diese Stöfse selbst schon einen Ton bilden, d. h. dafs ein resonirender Körper nur den Ton wiederholen kann, den der tönende Körper hervorbringt, der ihm Schwingungen mittheilt.

Der streichende Violinbogen ist in einer zitternden und gleichsam hüpfenden Bewegung, aber seine Erzitterungen erfolgen nicht so schnell und regelmäfsig, dafs sie einen Ton bilden. Der Violinbogen tönt nicht selbst, und doch erregt er einen Ton in einer Saite oder Scheibe. Dieses kommt daher, weil nur eine gewisse Ordnung regel-

mäſsig auf einander folgender Stöſse nöthig ist, um einen Körper zum Tönen zu bringen, auch wenn die Stöſse viel langsamer auf einander folgen, als die Schwingungen des dadurch zum Tönen gebrachten Körpers.

AB Fig. 197 sey ein an beyden Enden fest gemachter Stab. *Abcd* sey eine durch einen Stoſs erregte Welle, die nach *B* fortschreitet. Allerdings wird die stehende Schwingung am einfachsten entstehen, wenn in dem nächsten Zeitmomente, wo die Welle *Abcd* nach *defB* fortgeschritten ist, in *Abcd* eine neue Welle erregt wird. Allein dieses ist nicht unumgänglich nöthig. Es wird auch dann eine stehende Schwingung entstehen, wenn in *Abcd* eine neue Welle entsteht, nachdem die Welle *defB* einmal oder mehrmal die Länge des Stabes *AB* durchlaufen hat und durch mehrfache Zurückwerfung auf den Ort *defB* zurückgekehrt ist.

5) Hieraus sieht jeder von selbst, daſs bey forttönenden Körpern die Puncte, wo sich mehrere Wellen zu wiederholtenmalen und in immer gleichen Zeiträumen durchkreuzen, regelmäſsig gestellt seyn müssen, was bey resonirenden Körpern nicht nöthig ist. Daher die Symmetrie der *Chladnischen Klangfiguren.* Bey mittönenden (resonirenden) Körpern dagegen können diese Puncte unregelmäſsig zerstreuet liegen, ja es kann sogar nur ein Theil des Körpers mitklingen, ohne daſs der andere es überhaupt oder in gleichem Grade thut. Daher der Mangel an Symmetrie bey manchen Klangfiguren, die Savart abgebildet hat, und welche *Klangfiguren der Resonanz* sind, wovon weiter unten.

§. 293.

Wir haben gezeigt S. 258—278 Fig. 70, wie man in Quecksilber und Wasser eine stehende Schwingung erregen kann, wo die Oberfläche der Flüssigkeit eine ähnliche Bewegung sehen läſst, als nach Chladni's Entdeckungen die tönenden Körper haben müssen, die sich in einer stehenden Schwingung befinden, so daſs man also *den Vor-*

gang, wie die Körper zum Tönen kommen, mit eignen Augen sehen kann.

Eben so kann man sich der tropfbaren Flüssigkeiten bedienen, um den *Vorgang bey der Resonanz sichtbar zu machen.* Das ist ganz leicht. Man setze ein beliebig gestaltetes mit Wasser (am besten mit Quecksilber) gefülltes Gefäſs auf eine elastisch bewegliche Unterlage, z. B. auf das Rohrgeflecht eines Rohrstuhles und erschüttere das Gefäſs in abgemessenen Zeiträumen, indem man an die untere Fläche des elastischen Geflechts stöſst. Bey den ersten Stöſsen werden von den Rändern des Gefäſses Wellen ausgehen, die durch's Gefäſs weiter fortschreiten, und dann an den gegenüber liegenden Rändern zurückgeworfen werden. Setzt man das Stoſsen regelmäſsig fort, so werden, der Tact mag schnell oder langsam seyn, an den Stellen, wo sich die gröſsten neu erregten Wellen mit den meisten zurückgeworfenen Wellen schneiden, kegelförmige Erhebungen entstehen, die sich abwechselnd in trichterförmige Vertiefungen verwandeln, und die bey starken Stöſsen gröſser, bey schwachen niedriger sind. Die plötzliche Verwandlung der mannigfaltigen fortschreitenden Wellenzüge in solche an einem und demselben Orte stehen bleibende Kegel und Trichter ist sehr auffallend und überraschend. Diese Kegel sind sehr unregelmäſsig gestellt, und hören bald auf an denselben Stellen zu bleiben, so wie das Klopfen aufhört. Denn sie entstanden nur dadurch, daſs sich die ursprünglich erregten Wellen mit den auf dieselbe Weise vorher erregten, zurückgeworfenen Wellen immer an denselben Puncten durchkreutzen. Die Wellen, wenn sie an den Gränzen des Körpers zu wiederholten malen zurückgeworfen werden, werden so schwach, daſs sie nicht mehr beachtet zu werden brauchen. Demnach kommt hier nur die Begegnung der ursprünglich erregten und der ein oder einigemal zurückgeworfenen Wellen in Rücksicht. Fig. 51 und 53 stellt gleichfalls eine Zurückwerfung von Quecksilberwellen dar, welche auf andre Weise erregt

wurden und mit der Resonanz übereinkommt, die in Räumen von ähnlicher Gestalt entstehen würde.

§. 294.

Aus dem bis jetzt Vorgetragenen wird jeder einsehen, daſs ein fester Körper, auch wenn er nicht selbst tönt, sondern nur mittönt (resonirt), Schwingungsknoten und Knotenlinien haben könne. Wir werden diese Knotenlinien *Knotenlinien des Mittönens (der Resonanz), Klangfiguren der Resonanz* nennen, und sie dadurch von den Chladnischen Knotenlinien und Klangfiguren unterscheiden, von den sie sehr wesentlich verschieden sind, denn

1) Die Chladnischen Knotenlinien müssen, wie wir schon gesagt haben, immer symmetrisch liegen, die Knotenlinien der Resonanz können auch ganz unsymmetrisch liegen.

2) Die Zwischenräume zwischen den Chladnischen Knotenlinien (Knotenlinien des Tönens) sind aliquote Theile des Raumes von einem Rande eines tönenden Körpers zum andern. Dieses Verhältniſs findet bey den Zwischenräumen zwischen den Knotenlinien des Mittönens (der Resonanz) nicht statt.

3) Die Zahl der Chladnischen Knotenlinien auf einer Scheibe ändert den Ton, der desto höher wird, je mehr Knotenlinien entstehen, wie geschwind auch der Körper zittern möge, der die Schwingung und das Tönen veranlaſst. Die Zahl der Knotenlinien auf einem mittönenden (resonirenden) Körper hat dagegen gar keinen Einfluſs auf die Höhe des Tons, den der mittönende Körper hervorbringt, weil nämlich jede durch die Durchkreuzung von mehreren Wellen entstehende verdoppelte Verdichtung sich in derselben Zeit in eine verdoppelte Verdünnung verwandelt, in der die verdichtende Welle um so viel als ihre Breite fortschreitet, und ferner weil jede solche Welle in der nämlichen Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fort-

rückt, welche der tönende Körper (der die Wellen des resonirenden Körpers veranlaſst) braucht, um eine solche Welle zu erregen, und daher alle Schwingungen des mittönenden Körpers in gleich groſsen Zeiten als die des selbsttönenden vollbracht werden. Die von Savart *Ann. de Chimie par* Gay-Lussac et Arago *Tome XXV Janvier* 1824 *Tab.* 25 *fig.* 8, 9, 10 *et* 11 abgebildeten Klangfiguren sind solche Klangfiguren der Resonanz. Ist der resonirende Körper sehr regelmäſsig, z. B. eine Scheibe, und werden ihm die Schwingungen auf eine passende Weise mitgetheilt, z. B. der Mitte der Scheibe, so können die Knotenlinien des Mittönens (der Resonanz) auch symmetrisch seyn, und es entsteht kein Selbsttönen, wenn die Zwischenräume zwischen den Knotenlinien nicht solche aliquote Theile der Scheibe sind, daſs die Wellen, nachdem sie einen gewissen Weg zurückgelegt haben, bald in ihren vorigen Weg zurücklaufen, und dann den schon einmal gemachten Weg noch einmal wiederholen. Es kann also auch bey den Knotenlinien des Mittönens (Resonanz) Symmetrie statt finden, aber es ist nicht nothwendig.

Hierbey ist nicht geläugnet, daſs auch ein tönender Körper einen andern zum Selbsttönen bringen kann. Dann muſs aber auch unter passenden Umständen der Ton fast eben so stark werden können, als der Ton des ursprünglich tönenden Körpers, was bey der Resonanz nie der Fall seyn kann, es muſs ferner unter gewissen Verhältnissen möglich seyn, daſs der Körper, der so zum Tönen gebracht wird, einen andern Ton giebt, als der ursprünglich tönende Körper, was bey der Resonanz unmöglich ist. Saiten, die durch einen andern Ton in Schwingung versetzt werden, und also scheinbar mittönen, aber vermöge ihrer eigenthümlichen Spannung einen andern Ton angeben, resoniren nicht: sie sind durch Veranlassung eines andern Tones selbst tönend geworden. Ueberhaupt sind die Saiten so sehr geeignet und geneigt zur stehenden Schwingung, daſs sie sehr leicht in dieselbe gerathen.

§. 295.

Aus dem von uns über die Resonanz gegebenen Begriffe sieht man auch ein, dafs die in festen Körpern eingeschlossene Luft gleichfalls zur Resonanz geeignet sey, was man auch sogleich bestätigt findet, wenn man eine angeschlagene Stimmgabel der Oeffnung einer Röhre nähert, ohne die Röhre zu berühren.

Da die Resonanz nur so lange dauert, als noch der ursprünglich erregte Wellenzug an den bestimmten Stellen Durchkreuzungen bildet, so müssen feste Körper fast augenblicklich zu resoniren aufhören, so wie in ihnen vom tönenden Körper keine Wellen mehr erregt werden, denn ihre Wellen verlaufen sehr schnell. Mit Luft erfüllte grofse Räume müssen dagegen noch so lange zu resoniren fortfahren, bis die Schallwellen ihren Lauf so weit fortgesetzt haben, dafs die Durchkreuzungen an den bestimmten Stellen aufhören. Das Nachhallen in Kirchen ist daher nicht etwa eine besondere Wirkung der Gestalt der Kirche, die von der Gestalt des Gewölbes, oder von andern besondern Einrichtungen abhängt, sondern eine nothwendige Wirkung der Gröfse des Raumes, der grofsen Höhe, Breite, und Länge, die noch von der Eigenschaft des Fufsbodens, der Decke und der Wände, den Schall sehr vollkommen zurückzuwerfen, unterstützt wird.

§. 296.

Man hat die Frage aufgeworfen, wie ein Gebäude beschaffen seyn müsse, dafs es sich zur Aufführung von Musikstücken vorzüglich eigne. Man fordert hier, es solle ein solches Gebäude eine möglichst starke, in allen Puncten des Gebäudes gleichförmige, hinreichend dauernde Resonanz haben. Die Bedingungen der Erfüllung mehrerer der angegebenen Forderungen, müfsen sich durch die Mathematik berechnen lassen.

Erstens ist bey einem solchen Gebäude erforderlich, dafs die Zurückwerfung des Schalles so vollkommen als

möglich geschehe. Wände, Fufsboden und Decke, die selbst durch die abprallenden Luft-Schallwellen in Erzitterung gerathen, diese Erzitterungen dem übrigen Gebälk und Gemäuer des Gebäudes mittheilen, und daher einen Theil der anprallenden Schallwellen, den sie zurückwerfen sollen, verschlucken, dämpfen den Schall. Steinmauern, steinerner Fufsboden und steinerne oder mit Kalk gehörig gedeckte Decke, dürften daher in dieser Hinsicht wohl nützlicher seyn, als Bretwände Tapeten u. s. w.

Zweytens je mehr Säulen und Pfeiler oder überhaupt Vorsprünge, scharfe Ecken ein Saal hat, desto mehr wird jede Schallwelle beym Anprallen in viele kleine zerspalten, und desto mehr die Durchkreuzung grofser Wellen gehindert, die doch eine Hauptbedingung der Resonanz ist. Eine Stube, aus der alles Geräthe heraus geräumt sind, resonirt viel besser, als da es noch darin war.

Drittens wird es darauf ankommen, dafs die zurückgeworfenen Wellenstücken, so viel als immer möglich ist, geradlinig bleiben, und dafs die Puncte, wo die vorzüglichsten Durchkreuzungen der Schallwellen geschehen, ziemlich gleichförmig durch den ganzen Saal vertheilt sind, dafs sie aber auch nicht so liegen, dafs für gewisse Töne eine stehende Schwingung entstehen kann. Es ist nach den von uns gegebenen Erörterungen sehr wohl möglich, dafs einige Stellen eines Saales stark resoniren andere ganz schwach. Wenn man sich einen kreisrunden Saal dächte, in dem das Orchester in der Mitte mehrerer nebeneinanderliegenden Radien angebracht wäre, so würde jedes Instrument Schallwellen erregen, die sich, (wenn wir von der Zurückwerfung an der Decke und an dem Fufsboden absehen) auf die Fig. 53. abgebildete Weise durchkreuzen würden. In der Nähe der Mitte desjenigen Radius, der die Verlängerung von dem wäre, in welchem sich ein tönendes Instrument befände, würde man dieses Instrument weit stärker hören als alle übrigen und als irgend wo im Saale, und hieraus würde folgen, dafs man an verschiedenen Puncten einzelne

Instrumente sehr stark hören müfste, ohne die übrigen so laut zu vernehmen u. s. w. In der That wird man selten Concertsäle finden, wo dieser Fehler an einzelnen Stellen nicht in geringem Grade bemerklich wäre.

Bey kleinen und regelmäfsigen Räumen findet man, dafs sie, wenn ein gewisser Ton angegeben wird, selbst zu tönen anfangen, und daher diesen Ton ausnehmend verstärken. Es ist das ein Fehler, der in Concertsälen sehr zu vermeiden ist. Da man die Breite der Schallwellen der verschiedenen Töne, und die Gesetze ihrer Zurückwerfung kennt, so wird die Aufgabe, welche Gestalt ein Saal haben müsse, indem man 5 bis 6 Fufs über dem Fufsboden die möglichst stärkste und gleichförmigste Resonanz zu haben wünsche, ohne doch für gewisse Töne eine stehende Schwingung zu erhalten, durch Rechnung sich sehr wohl lösen lassen.

Diejenigen sind sehr im Irrthume, welche glauben, es komme, wenn man eine Musik gut hören wolle, blofs darauf an, dafs man den Schall in gerader Richtung und ohne Hindernifs zugeführt erhalte. Die Resonanz wird vorzüglich durch die Durchkreuzung der ursprünglichen und zurückgeworfenen Wellen gebildet. Daher hat die Gestalt und Neigung der Wand, die hinter uns ist, einen grofsen Einflufs; und man kann daher in Kapellen, welche an den Wänden der Kirchen angebracht sind, oft viel schlechter hören, als in der Kirche selbst. Es wäre sehr zu wünschen, dafs ein tüchtiger Mathematiker der Baukunst den Vortheil verschaffte, ihre Gebäude nach nothwendigen Regeln aufzuführen, eben so wie der Schiffsbaukunst dieser Dienst geleistet worden ist.

Was endlich den Nachhall anlangt, so müssen zuerst die Musiker bestimmen, in welchem Grade er zu einer gewissen Musik erforderlich und nützlich ist. Bey einer Kirchenmusik mit gehaltenen Tönen ist ein gröfserer Nachhall wünschenswerth, als bey einem Presto oder Scherzo. Ist nur einmal bestimmt, welchen Grad er haben soll, so könnte durch Rechnung wohl gefunden werden, unter welchen Um-

ständen ein solcher Nachhall statt finden werde, und es muſs dann bey der Gröſse des Gebäudes darauf Rücksicht genommen werden; oder wenn die Länge und Breite des Gebäudes durch andere Umstände bestimmt wäre, so könnte man den Nachhall durch gröſsere Höhe vermehren u. s. w. Ueber alle diese Gegenstände wäre es wünschenswerth, daſs die Mathematik die Regeln speciell feststellte. Die Forderungen sind nur, es kurz zu wiederholen, möglichst gleichmäſsige Verbreitung des Schalles vor und nach ihrer Zurückwerfung, bey einer möglichst geringen Zerspaltung derselben, zweytens hinreichend viele, und gleich vertheilte Puncte, wo sich recht viele und intensive Schallwellen kreuzen. Weil die eingeschlossene Luft gleichfalls resoniren kann, und, wenn sie resonirt, anderer Luft den Schall weit vollkommener mittheilt als feste Körper, ist die Gestalt des in den Resonanzböden eingeschlossenen Luftraumes, und die Lage der Oeffnungen desselben nach auſsen für die Resonanz von groſser Wichtigkeit. Auch hierüber hat Savart sehr wichtige Versuche gemacht. Glocken sind tönende Körper, welche ihren Resonanzboden in sich selbst tragen, und daher stärker klingen als Scheiben.

Fünfter Abschnitt.

Ueber die fortgepflanzte und stehende primäre (longitudinale) Schwingung anderer Medien als der luftförmigen.

§. 297.

Auch das Wasser, und die starren Medien sind fähig, Stöſse fortzupflanzen, und also primäre Schwingungen (Wellen) durch sich hindurch fortschreiten zu lassen, und zwar mit ungleich gröſserer Geschwindigkeit als die Luft. Auch bey dem Wasser hängt diese Fähigkeit von der Elasticität ab, die durch Parkins Beobachtungen, und durch Pfaff's und Oerstädt's Versuche auſser allen Zweifel gesetzt ist, keineswegs aber etwa von der Elasticität der von dem Wasser gebundenen Luft, da nach Nollet's Versuchen

auch ausgekochtes, und dann durch aufgegossenes Oel vor der Resorbtion von Luft geschütztes, und also luftfreyes Wasser den Schall leitet. Daſs das Wasser zum Tönen unfähig sey, liegt in seiner zu geringen Zusammendrückbarkeit, vermöge deren eingeschlossenes Wasser das nicht ausweichen kann, die Schwingung von Körpern, die es zum Tönen bringen könnten, hindert.

§. 298.

Bey den festen Körpern scheint die Kraft der Adhäsion, vermöge deren die kleinen Theilchen einander bestimmte Flächen zuzuwenden bestrebt sind, noch einen besondern Einfluſs auf die Fortpflanzung primärer Wellen auszuüben. Haben diese Medien einen so groſsen Umfang, daſs die Entwickelung der primären Wellen nach keiner Richtung gehindert wird; so sind die erregten Wellen, wie in der Luft, kugelförmig, z. B. in einem groſsen Felsen, an den geklopft wird. Hier kann weder von longitudinalen, oder tangentialen, noch von transversalen, oder normalen primären Wellen die Rede seyn. Chladni hat aber zuerst entdeckt, daſs Saiten und lange Stäbe tönen können, wenn sie ihrer Länge nach gerieben werden, wobey sich die Theilchen des Körpers gleichfalls in der Richtung der Länge des Stabes hin und her bewegen Fig. 198 *a*, *a*. Er nannte sie longitudinale Schwingungen. Savart hat diesen Namen verworfen, weil es ihm gelang, auch Schwingungen sichtbar zu machen, wobey die Theilchen des Körpers in vielen andern Richtungen hin und her schwangen, die zwischen der Richtung der Länge des tönenden Körpers und seiner Quere in der Mitte lagen. Allein hierinne hat sich Savart geirrt. Chladni's Versuche betreffen nur die Schwingungen der Körper in so fern sie selbst tönen. Savart's Beobachtungen beziehen sich theils auf die durch Resonanz veranlaſste Schwingung, theils auf die kleinen Schwingungen einer höhern Ordnung, die nicht mehr hörbar sind. Chladni's Satz steht daher noch jetzt fest, daſs bey longitudinal *tönenden*

Körpern die Schwingungen in der Richtung der Länge des Körpers geschehen, und nie schief oder senkrecht gegen die Dicke. Spricht man aber nicht von tönenden Körpern, sondern von den primären Wellen, die in ihnen vorkommen können, so mufs man allerdings longitudinal-primäre, und transversal-primäre Wellen unterscheiden. Denn aus Savart's interessanten Beobachtungen kann man schliefsen, dafs eine solche normal- oder transversal-primäre Welle, wie *b* oder *c* Fig. 198, der Länge eines Stabes nach nach B fortlaufen könne, ungeachtet die Theilchen des Stabes senkrecht auf die, die Breite oder Dicke des Stabes begrenzenden Oberflächen schwingen, oder mit allgemeineren Ausdrücken, dafs es in festen Körpern Wellen geben könne, die eine Bewegung der Theilchen mit sich führen, die auf der Richtung der Welle senkrecht oder schief ist. Dafs die secundären Wellen diese Eigenschaft haben, dafs die Wellen nach einer andern Richtung fortschreiten, als in der die einzelnen Theilchen schwingen, war schon längst bekannt, dafs aber auch primäre Wellen, d. h. dafs der Stofs selbst so fortschreiten könne, dafs sich die Theilchen senkrecht auf die Richtung der Welle bewegen, ist etwas Neues, was vielleicht in Zukunft die Rücksicht auf die Adhäsion bey Erörterung der Gesetze des Schwingens nöthig machen wird. Er hat das durch eine grofse Reihe von Versuchen bewiesen, von den wir nur einige auswählen wollen.

Ob die Theilchen eines Körpers normal oder tangential in Beziehung zu einer Oberfläche eines Körpers schwingen, erkennt man durch die Bewegung, die dem Sande mitgetheilt wird, den man auf seine Oberflächen streuet. Schwingen die Theilchen normal gegen die Oberfläche, so werden die Sandkörner mehr senkrecht in die Höhe geworfen, schwingen die Theilchen tangential in Beziehung zu einer Oberfläche, so werden die auf dieselben gestreuten Sandkörner vorwärts geschoben ohne senkrecht in die Höhe geschleudert zu werden.

Bey der primär tangentialen Schwingung liegen die

Knotenlinien quer, wenn die Theilchen der Längenrichtung nach schwingen, der Länge, wenn die Theilchen in der queren Richtung schwingen; auch liegen nach Savart die Knotenlinien zweyer entgegengesetzten Oberflächen, wenn die Schwingung vollkommen in der Richtung der Normalen dieser Oberflächen geschieht, senkrecht untereinander, verschieben sich dagegen desto mehr, je mehr die Schwingung der Theilchen von dieser Richtung abweicht, so dafs die Knotenlinien 2er entgegengesetzten Oberflächen, welche tangential schwingen, so verschoben werden, dafs die Knotenlinie der einen Oberfläche senkrecht unter oder über der Mitte des Zwischenraumes zwischen 2 Knotenlinien der andern Oberfläche befindlich ist.

Wenn mehrere dünne Holzplatten Fig. 199 *bb'*, *cc*, *dd*, durch senkrechte Platten *ee* so fest vereinigt sind, dafs sie als ein einziger Körper angesehen werden können, und wenn die Platte bey *b'* in *a* fest eingeklemmt ist, übrigens ihr Ende *b* mit einer dicken Saite *f* in Verbindung steht, welche über einen Steg gespannt ist, und dann die Saite senkrecht in der Richtung von *g* gestrichen wird, so zeigt der Sand, dafs die Theilchen aller Platten in der nämlichen Richtung schwingen, folglich die der horizontalen Platten *bb*, *cc*, *dd* normal auf ihre untere und obere Oberfläche, die der senkrechten Platten *ee* tangential auf ihre freyen Oberflächen.

Savart zeigt das, indem er den Sand erst in der Lage des Apparats, wie er gezeichnet ist, beobachtet, dann den Apparat umgekehrt, so dafs die Platten *ee* eine ihrer Flächen aufwärts wenden, und hierauf auch auf sie Sand streuet, und die Bewegung desselben beobachtet, während er mit dem Violinbogen, im Verhältnisse zum Apparate, eben so streicht als vorher. Alle Theilchen des Apparats scheinen also so zu schwingen, dafs die kleinen Bahnen, die die Theilchen durchlaufen, eine parallele Richtung haben.

Verband er nur eine einzige eingeklemmte Holzplatte mit einer aufgespannten Saite, und wurde die Saite in der

Richtung von FF Fig. 200 gestrichen (wo A den Durchschnitt der Platte, c den Durchschnitt der Saite bedeutet) so entstand die Knotenlinie nn auf der obern Oberfläche, auf der untern $n'n'$, keine Knotenlinie. Fig. 201 und 202 zeigen die Knotenlinien, wenn wie bey FF schief gestrichen wurde, hier sind sie auf der obern Oberfläche nn der Platte, und auf der untern $n'n'$ entgegengesetzt gebogen. In Fig. 203, wo völlig normal gestrichen wurde, fielen die Knotenlinien der untern $n'n'$ und obern Oberfläche nn auf dieselbe Gegend der Platte.

§. 299.

Aber wir können, wie gesagt, dem Schlufse Savarts nicht beystimmen, wenn er Ann. de Chimie par Gay-Lussac et Arago Tome XXV. à Paris 1824 pag. 13. und an andern Stellen aus seinen Beobachtungen folgert, es existire nur eine einzige Art von Schwingung, und diese begreife alle diejenigen Arten derselben in sich, welche Chladni als longitudinale, transversale, und drehende unterschieden hatte, und deren 2 erstere Arten wir primäre und secundäre nennen.

Wenn die primären und secundären Wellen unterschieden werden müssen, so müssen es auch die Arten der tönenden (stehenden) Schwingung, die durch eine Begegnung gleichartiger Wellen entstehen. Da aber die primären und secundären (die longitudinalen und transversalen) Wellen mit einer so aufserordentlich verschiedenen Geschwindigkeit durch ein und dasselbe Medium, z. B. eine Saite, fortgepflanzt werden; so können sie eben so wenig als eine Classe von Wellen angesehen werden, als die Wasserwellen, welche eine Wirkung seiner Schwere sind, und die Schallwellen des Wassers, obgleich auch diese beyden Arten von Wellen in einer Molecularbewegung bestehen. Man lese hierüber das nach, was Seite 439 — 441 gesagt ist, wo der Unterschied zwischen secundären und primären Wellen auseinander gesetzt ist.

Wir glauben dafs SAVART darinne geirrt hat, dafs er alle Schwingungen, bey den sich die Theilchen in der Richtung der Normalen der, die Breite oder die Dicke eines Körpers begrenzenden, Oberflächen bewegen, für secundäre (von CHLADNI transversale genannte) Schwingungen hält. Wenn ein Stab Fig. 204. in der Richtung der kleinen Pfeile α einen Stofs bekommen hat, so werden seine Theilchen sich in dieser Richtung, wegen des Haftens ihrer Flächen an den Flächen der benachbarten nicht verschieben können, ohne jene in derselben Richtung fortzureifsen, und diese werden wieder den nächsten dieselbe Bewegung mittheilen müssen, und so wird eine Welle von A nach B fortschreiten, die aber eine Bewegung der Theilchen mit sich führt, welche auf der Richtung der Welle senkrecht ist. Die Richtung der Welle kann durch den Pfeil a, die Richtung der Theilchen durch die kleinen Pfeile α dargestellt werden. Aber diese Welle ist keine secundäre Welle, sie ist eine primäre, die Erscheinung des fortgepflanzten Stofses selbst, sie mufs weit geschwinder fortschreiten, als eine secundäre.

Ein ähnliches Fortschreiten machen unsere S. 506 - 508. erzählten Versuche mit Stimmgabeln auch für manche Stücken der Luftwellen wahrscheinlich. Freylich können die bewegten Theilchen machen, dafs an einer Stelle des Stabes eine Ausbeugung entsteht; aber diese entstandene Ausbeugung wird unabhängig von dem Stofse, der sie erzeugt, als eine secundäre Welle, fortschreiten, mit einer Langsamkeit, die sie sehr von der primären Welle unterscheidet. Man wird nicht leicht einen Körper in Schwingung bringen können, ohne primäre und secundäre Wellen zugleich in ihm zu erregen, aber jede von diesen 2 Classen von Wellen schreitet mit ihrer eigenthümlichen Geschwindigkeit und unabhängig von der andern fort.

§. 300.

Ueber die fortschreitende und stehende primäre Schwingung fester Körper, wie Platten, Saiten, Stäbe, braucht

hier nichts erinnert zu werden. Ihre Gesetze sind den Schwingungen in der Luft ähnlich. Die fortschreitende primäre Schwingung wird festen Körpern schon durch die Berührung mit anderen tönenden festen Körpern mitgetheilt. Die secundäre (transversale) Schwingung eines festen Körpers theilt sich einem andern flächenförmigen Körper, durch einen zwischen den flächenförmigen und tönenden Körper gebrachten verbindenden Stab, desto schwächer mit, je mehr die durch den verbindenden Stab fortschreitende Schallwelle eine Bewegung der Theilchen mit sich führt, deren Richtung auf der Richtung der Welle senkrecht ist. Dieses ist der Fall in *c*, *d* und *e* Fig. 205, statt in *b* die durch den mit der Stimmgabel verbundenen Stab fortschreitende Welle eine Bewegung der Theilchen mit sich zu führen scheint, die in derselben Richtung, als die Bewegung der Welle, geschieht. Je öfter aber, und in je höherem Grade die Richtung, in der die Theilchen schwingen, wechselt, desto mehr wird die Mittheilung des Tons gehemmt. Man kann aber leicht bestimmen, in welchem Grade die Bewegung der Theilchen auf die Richtung der Welle senkrecht seyn müsse, wenn man den Savartschen Satz als wahr annimmt, dafs alle zu einem Körper fest vereinigten Theile parallel unter einander schwingen, und wenn man bedenkt, dafs die Welle jeder Zeit der Länge des Stabes nach fortlaufe.

Wir haben es bestätigt gefunden, dafs der Schall in *b* am stärksten, in *c*, *d* und *e* schwach fortgepflanzt wird. Um den Vorgang sinnlich darzustellen, mögen kleine Pfeile die Bewegung der Theilchen, gröfsere, die der Welle anzeigen. Es ist dieses die Erscheinung, die Wheatstone mit dem Namen Polarisation des Schalles bezeichnete, und die man Annals of Philosophy New series No. XXXII. Aug. 1823 p. 81. beschrieben findet. Man mufs aber eine doppelte Art, wie die Stimmgabeln einem Körper, den sie berühren, Schwingung mittheilen können, unterscheiden, theils durch sehr feine Erzitterungen der einzelnen Theilchen des

Stiels der Stimmgabel (diese geschehen immer parallel der Schwingung der Zinken der Stimmgabel), theils durch eine Bewegung, die dem *ganzen* Stiele abwechselnd nach aufwärts und abwärts mitgetheilt wird. Vermöge dieser Bewegung hüpft die Stimmgabel gewissermaſsen auf einer Platte, auf die ihr Stiel senkrecht gestemmt wird. Wird die Stimmgabel wie in *b*, *c*, *d*, *e* Fig. 205 angestemmt, so scheint die letztere Art von Bewegung eine Bewegung des ganzen den Schall leitenden Stabes, nicht eine besondere seiner einzelnen Theile hervorzubringen. Der Ton wird daher unter diesen Umständen nur mittelst der ersteren Art von Schwingung, durch die den Zinken parallelen feinen Schwingungen fortgepflanzt, und auf diese allein bezieht sich auch nur Wheatstone's Bemerkung. Am stärksten ist die Mittheilung des Schalls, wenn wie in *a* beyde Mittheilungsarten des Schalles Einfluſs haben.

§. 301.

Chladni bemerkt in seiner Akustik §. 62 der deutschen Ausgabe, §. 45 der französischen, daſs sich die longitudinal (primär) schwingenden Saiten unter andern dadurch von den transversal (secundär) schwingenden unterschieden, daſs die Höhe des Tons weder von der Dicke noch von der Spannung merklich abhängig sey, sondern allein von der gröſsern Länge und der Materie der Saite tiefer gemacht werde.

Wir überlegten nun, daſs, wenn der transversale (secundäre) Ton einer Saite durch vermehrte Spannung immer höher und höher gemacht werden könnte, ohne daſs sich der longitudinale Ton dieser Saite ändere, es, wenn die Saite als unzerreiſsbar vorausgesetzt würde, einen Punct geben müſste, wo der longitudinale Ton tiefer als der transversale würde, was uns unmöglich schien.

Wir stellten daher folgende Versuche an.

Wir nahmen eine 31 Fuſs 9 Zoll P. M. lange, 479 Nürnb. Gran M. G. wiegende Eisendrahtsaite, befestigten ihr

eines Ende an einem festen Körper, ihr anderes Ende an einer Schraube des 5 Zoll 10 Linien im Halbmesser grofsen Rades Fig. 126, welche 11,6 Linie von der Axe des Rades entfernt war. Die Saite war nun der Saitenfläche des Rades parallel, ohne sie zu berühren. An der seidnen Schnur wurden Gewichte aufgehangen, die 1 bis 6 Pfund betrugen, zu den aber noch das Gewicht des Korbes, in den die Gewichte gelegt wurden, so wie der Schnure = $\frac{1}{8}$ Pfd. hinzukommt. Wegen der Entfernung des Befestigungspunctes der Saite von der Peripherie zogen diese Gewichte mit einer viel gröfsern leicht zu berechnenden Kraft. Die Saite wurde in ihrer Mitte mit einem nassen Tuchlappen in der Richtung ihrer Länge gerieben, und gab die Töne, die folgende Tabelle zeigt, und die nach einem rein gestimmten Pianoforte bestimmt wurden.

Tabelle LI.

über die Veränderung der Höhe des Tones einer 31 Fufs 9 Zoll langen, longitudinal (primär) schwingenden Stahlsaite, wenn die Spannung der Saite vergröfsert wurde.

Gewicht, das an dem Rade zog.	Gewicht, das der Berechnung zu Folge die Saite spannte, insofern das spannende Gewicht an der Peripherie des Rades zog, die zu spannende Saite dagegen 11,6 Lin. weit von dessen Axe befestigt war.	Ton, den die Saite gab.
$1\frac{1}{8}$ Pfd.	6,857 Pfd.	E
$2\frac{1}{8}$ —	12,952 —	A
$3\frac{1}{8}$ —	19,047 —	B
$4\frac{1}{8}$ —	25,142 —	B+
$5\frac{1}{8}$ —	31,237 —	H—
$6\frac{1}{8}$ —	37,332 —	H

Das mit + bezeichnete *b* war merklich höher als *b*, das mit — bezeichnete *h* merklich tiefer als *h*.

Die Erhöhung des Tons betrug demnach durch die Vermehrung des Gewichtes eine groſse Quinte und bey der Vermehrung von 1 Pfd. zu 2 Pfd. betrug die Erhöhung schon eine kleine Quarte und die Vermehrung der Spannung von 2 bis 6 Pfd. konnte nur noch eine Erhöhung des Tones um eine groſse Secunde hervorbringen.

Indessen sieht man doch schon hieraus, daſs die Gröſse des spannenden Gewichtes allerdings eine geringe Erhöhung des Tones nach sich zieht, und es müssen daher besondere Umstände bey Chladni's Versuchen obgewaltet haben, die diesem genauen Beobachter die Erhöhung des Tones unmerklich machten. Es scheint uns dieses Resultat auch deswegen interessant, weil daraus folgt, daſs auch der Schall durch gespannte Saiten schneller fortgeleitet werden müsse, da eine longitudinale Welle die Länge der Saite nach Chladni's sinnreicher, durch die Rechnung von La Place später bestätigten Hypothese in derselben Zeit durchläuft, in welcher die Saite einmal hin und her schwingt.

§. 302.

Vorzüglich interessant sind die Savartschen Entdeckungen über die spiralförmig gewundenen Knotenlinien an hohlen oder soliden langen Cylindern.

Wir haben dieselben mit vieler Sorgfalt wiederholt, und wünschen hier wenigstens einige Resultate dieser Wiederholungen, die in mancher Hinsicht von den Savartschen abweichen, niederzulegen. Wir benutzten hierzu acht 6 Fuſs und drüber lange Glasröhren von einem Durchmesser von $8\frac{1}{3}$ bis $2\frac{1}{2}$ Linien, die wir dann wieder in Röhren von verschiedener Gröſse zerschnitten. Man hält eine solche Röhre in ihrer Mitte zwischen 2 Fingern, oder besser, man umgiebt sie in ihrer Mitte mit einem einige Linien breiten Tuchriemen aus mehrfach zusammen gelegten Tuche,

den man mit etwas Pflaster bestrichen hat, damit er an der Glasröhre hafte, ohne dafs sie gedrückt wird, und nähet die beyden freyen Enden des Tuchriemens zusammen, und klemmt sie in einen Schraubstock, so dafs die Röhre horizontal ruhet, ohne an den Schraubstock zu stofsen, ein. Man vertheilt hierauf gleichmäfsig durch die Länge der Röhre Sand, und bringt sie dadurch, dafs man ihr Ende der Länge nach mit einem nassen Tuchlappen streicht, zum Schwingen und Tönen. Die Sandkörner beginnen sich an einer bestimmten Anzahl von Stellen in entgegengesetzter Richtung aus einander zu bewegen. Der Streifen Sand wird dadurch an diesen Stellen schmäler, und endlich werden diese Stellen ganz leer von Sand. Zwischen jenen Stellen der innern Oberfläche der Röhre, von welchen der Sand in der Richtung der beyden Enden der Röhre wegwandert, liegen eine gleich grofse Anzahl anderer Stellen, nach den der Sand hinwandert, und auf den er sich aufhäuft, indem er von 2 entgegen gesetzten Richtungen herkommt. Der Sand bildet daselbst $\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll lange, oval oder spitz sich endigende Häufchen. Solcher Häufchen giebt es an solchen langen Röhren 5 bis 9. Sie liegen häufig in Beziehung zur Mitte und zu den Enden der Röhre nicht symmetrisch. Wenn man den Schraubstock und mit ihm die Röhre drehet, ohne ihre Befestigung zu verändern, dann auf der nun nach unten gewandten Oberfläche der Röhre den Sand wieder gleichmäfsig vertheilt, und denselben Versuch wiederholt, so sieht man, dafs der Sand wieder von eben so viel Stellen der Röhre nach entgegen gesetzten Richtungen wegflieht, und nach andern in entgegengesetzten Richtungen hinflieht, und dadurch wieder Zerstreuungs- und Sammlungspuncte, die eben so wie das erstemal abwechselnd liegen, aber nicht dieselben Orte in der Röhre einnehmen, anzeigt. Bezeichnet man die Stellen der Röhre, von den er flieht, äufserlich an der Röhre mit einer Oelfarbe, und die Stellen, zu den er flieht, mit einer anderen, und untersucht nach und nach

alle Seiten der innern Oberfläche der Röhre, indem man die Röhre gemeinschaftlich mit dem ganzen Schraubstocke herumdreht, so dafs nach und nach jede Seite nach abwärts gewendet, und vom Sande bedeckt wird, den man bey jedem neuen Versuche von neuem gleichmäfsig durch die Röhre vertheilt, und bezeichnet alle Stellen, wo er aus einander zu fliehen anfängt, und wo er zusammen gehäuft wird; so bekommt man 2 fast schraubenförmig um die Röhre gewundene, einander parallele, Linien. Ueberall, wo die eine dieser beyden Linien die Seite der Röhre, auf der der Sand liegt, schneidet, fliehet der Sand weg, überall, wo die andere diese Seite schneidet, flieht er hin, und häuft sich an.

Drehet man die Röhre, in der sich Sandanhäufungen gebildet haben, immer ein wenig, ohne den Sand wieder gleichförmig zu vertheilen, so rücken die Sandanhäufungen zu den Stellen hin, wo die schraubenförmig gewundene sammelnde Linie die nach unten gekehrte Seite der Röhre schneidet, und man kann daher die Sandhäufchen nach Belieben vorwärts oder rückwärts zu wandern zwingen, wenn man die Röhre auf die eine oder auf die andere Seite drehet, und jedesmal, nachdem man ein wenig gedrehet hat, in Schwingung versetzt.

Die schraubenförmige Linie, worauf sich der Sand anhäuft, windet sich aber nicht gleichförmig um die Röhre herum, sondern besteht aus kurzen Stücken Fig. 206 *ab*, *cd*, *ef*, *gh*, die sich fast quer um die Röhre beugen, und aus langen Stücken, die sich nur wenig beugen. Die queren Stücken liegen in ziemlich gleich grofsen Abständen von einander, und zwar abwechselnd auf entgegengesetzten Seiten der Röhre. Häuft sich der Sand auf einem queren Stücke der Linie an, so bildet er kurze, sich stumpf endende Häufchen, häuft er sich auf den langen Stücken der schraubenförmigen Linie an, so bildet er sehr langgestreckte und spitze Knoten. Bey allen Röhren geschehen die Windungen der Röhre so absatzweise, aber bey kurzen

und beträchtlich weiten merklicher, als bey langen Röhren, wo sie mehr schraubenförmig sind.

§. 303.

Der Grund, warum sich die schraubenförmige Linie auf eine bestimmte Weise um die Röhre windet, z. B. Fig. 206 von links nach rechts, ist nicht bekannt. Aber dieses Verhältnifs scheint in gewissen Eigenschaften der Röhre selbst zu liegen, und ist von der Art wie die Röhre gestrichen wird, und von dem Orte, wo die Röhre gestrichen wird, unabhängig.

Eben so wenig ist es bekannt, wovon es abhänge, dafs an Röhren von gleicher Länge bald an einigen mehr Schraubengänge, bald an anderen weniger gefunden werden. Auf den Ton hat die Zahl der Schraubenwindungen keinen Einflufs. An zwei 77 Zoll langen Röhren, die den Ton $\overline{\overline{\overline{d}}}$ gaben, hatte die eine, deren Durchmesser $2\frac{1}{4}$ Linie grofs war, $9\frac{1}{2}$ Schraubenwindungen, die andere, deren Durchmesser $8\frac{1}{2}$ Linie betrug, nur $5\frac{1}{2}$ Schraubenwindungen; eine dritte, $77\frac{1}{2}$ Zoll lange, im Ganzen 9 Lin., im Lichten $7\frac{1}{2}$ Linie dicke Röhre, die den Ton $\overline{\overline{\overline{d}}}$ gab, hatte $5\frac{1}{2}$ Schraubenwindungen.

Von zwey Röhren, die beyde 2 Fufs 11 Zoll 11 Lin. lang waren, gab die eine, deren ganzer Durchmesser $8\frac{1}{3}$ Linie, deren lichter Durchmesser $7\frac{1}{3}$ Linie betrug, $\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}$, und zeigte 4 bis 5 Sandanhäufungen, die andere, deren ganzer Durchmesser 4 Linien, deren lichter Durchmesser $1\frac{1}{3}$ Linie betrug, gab den Ton $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}}$ und zeigte 6 bis 7 Sandanhäufungen. Als die dickere Röhre um 1 Zoll 7 Linien verkürzt worden war, gab sie nun auch den Ton $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}}$, hatte aber nur 4 Sandanhäufungen, eine 5 Fufs $9\frac{1}{2}$ Zoll lange Röhre hatte 8 Sandanhäufungen.

Wir müssen Savart's Behauptung widersprechen, dafs sich die schraubenförmige Linie an Röhren, die in der Mitte

gehalten werden, nicht durch die Mitte hindurch ununterbrochen fortsetze, sondern daſs unter diesen Umständen immer 2 schraubenförmige Linien vorhanden wären, die umgekehrt gewunden wären, die eine rechts, die andere links, und deren Enden in der Mitte der Röhre an Stellen aufhörten, die sich diametral entgegengesetzt wären. An 4 Röhren, wo wir das Verhältniſs der schraubenförmigen Linie untersucht haben, fanden wir das Gegentheil, und nur an einer 69 Zoll 4 Lin. langen, 4 Lin. (mit Einschluſs der Wände) dicken, $1\frac{1}{3}$ Linie weiten Glasröhre, fanden wir Savart's Angabe bestätigt. Sie gab den Ton $\overline{\overline{\overline{f}}}$. An jenen 4 Röhren rückten die Sandanhäufungen, wenn die Röhre immer nach einer Seite zu gedrehet, und zum Tönen gebracht wurde, durch die Mitte, wo die Röhre befestigt war, ungehindert hindurch nach dem andern Ende zu.

An dem aufgehäuften Sande bemerkt man auſserdem, während die Röhre gerieben wird, eine doppelte Art von Bewegung. Die Körnchen der Sandanhäufungen, welche der Mitte der Röhre am nächsten liegen, bewegen sich sehr häufig in einer elliptischen Bahn herum, wie Fig. 207 zeigt. Entfernter von der Mitte liegende, lassen statt dieser Bewegung oft bloſs eine hüpfende Bewegung der Sandkörnchen sehen. Doch fehlt selbst diese elliptische Bewegung zuweilen einer der Sandanhäufungen, die der Mitte am nächsten liegen. Zuweilen kommt sie dagegen an vielen anderen zugleich vor. Wir können nicht bestätigen, was Savart als Regel behauptet, daſs die beyden Sandanhäufungen, welche durch die befestigte Stelle der Röhre getrennt werden, eine entgegengesetzte Bewegung hätten, nämlich die Sandkörner der einen sich rechtsum schöben, wenn die der andern linksum bewegt würden.

Wir haben das gleichfalls nur dann so gefunden, wenn von der Mitte der Röhre 2 entgegengesetzt gewundene Schraubenlinien ausgiengen, was nicht als Regel angesehen werden kann.

Die 2te Bewegung der Sandanhäufungen im Augenblicke, wo die Röhre gerieben wird, besteht in einer Vorwärts- und Rückbewegung eines oder mehrerer ganzen Sandhäufchen, vorzüglich aber dessen, welches zunächst vor oder hinter der Stelle liegt, an der die Röhre mit dem nassen Tuchlappen gerieben wird. Entweder bewegen sich diese Häufchen in der Richtung des nassen Tuchlappens, und kehren dann, wenn der Tuchlappen einen gewissen Punct seiner Vorwärtsbewegung überschreitet, mit desto gröſserer Heftigkeit an ihre vorige Stelle zurück, je heftiger und schneller gerieben wird, oder sie bewegen sich umgekehrt erst mit dem Tuchlappen, dann gegen ihn. In jedem Falle hängt die Stärke dieser Bewegung sehr von der Stärke und Schnelligkeit des Reibens ab.

§. 304.

Eine wichtige und neue Bemerkung scheint uns folgende zu seyn:

Nur bey manchen Glasröhren, vorzüglich bey langen, bilden die Linien, worauf der Sand gesammelt wird, und die auf den er zerstreuet wird, schraubenförmig um die Röhre gewundene, einander parallele, Linien.

Dagegen findet man, daſs diese Linien bey kurzen, weiten und sehr regelmäſsig gebildeten Röhren quere ringförmige Linien sind, die in regelmäſsigen Zwischenräumen gefunden werden. Jede solche ringförmige Linie ist zur Hälfte eine sammelnde, zur Hälfte eine zerstreuende, z. B. Fig. 208, wo die sammelnde Hälfte durch Pfeilspitzen, die einander zugewendet sind, die zerstreuende durch Pfeilspitzen, die einander abgewendet sind, bezeichnet worden ist. Beyde Hälften liegen einander diametral gegenüber. Die Sandhäufchen verändern, so lange sie auf den sammelnden Halbkreisen sich befinden, ihren Ort nicht, sobald sie aber auf die zerstreuenden zu liegen kommen, theilen sie sich in 2 Hälften, die nach entgegengesetzten Richtungen fortwandern. Wenn ein Sandhäufchen an ir-

gend einer andern Stelle der Röhre liegt, an der sich weder eine zerstreuende noch eine sammelnde Linie befindet, so wandert das Häufchen nach einer Richtung, und zwar in der, in welcher die nächste sammelnde Linie liegt. Wenn z. B. ein Sandhäufchen auf der queeren Linie *A* Fig. 209 gelegen hat; und die Röhre, während sie abwechselnd in Schwingung versetzt wurde, so gedrehet worden ist, dafs es nach und nach an das Ende *a* derselben zu liegen kommt, so befindet es sich nun auf dem Anfange der zerstreuenden Linie, die, weil sie auf der abgewendeten Seite der Röhre liegt, punctirt angegeben ist. Hier theilt es sich sogleich in 2 Hälften, die eine wandert nach dem Ende *X*, und wird aus der Röhre herausgeworfen, die andere geht, ohne dafs die Röhre von neuem gedrehet zu werden braucht, ohne Unterbrechung nach dem Ende *b* der 2ten sammelnden Linie *B*, und ruhet nicht eher, als bis sie diesen Punct erreicht hat. Hat sie ihn erreicht, so bleibt sie ruhen, man mag die Röhre so lange reiben, als man will. Drehet man nun die Röhre so, dafs das Sandhäufchen auf der queren sammelnden Linie bleibt, so verändert es seinen Ort nicht eher, als bis es an die Gränze *a* der sammelnden Linie *B* kommt. Hier theilt sich das Häufchen von neuem, die eine Hälfte wandert (wie die Pfeilspitzen anzeigen) nach dem Ende *b* der Linie *A*, geht dann, wenn die Röhre in der Richtung wie früher gedrehet und gerieben wird, auf dieser Linie von *b* nach *a*, und hat dann einen Kreislauf vollendet, den es bey fortgesetztem Drehen eben so wie früher wiederholt. Die 2te Hälfte des Sandhäufchens, das sich am Puncte *a* der sammelnden Linie *B* trennte, geht nach dem Ende *b* der sammelnden Linie C. Von da aus rückt sie ohne fortzuwandern, wenn die Röhre immer auf die nämliche Weise gedrehet wird, nach *a* der sammelnden Linie *C*. Da theilt sie sich wieder in 2 Hälften, von den die eine nach *b* der sammelnden Linie B, die andere nach *b* der sammelnden Linie *D* wandert. Die nach der Linie *B* wandernde vereinigt sich in *b*

mit der Sandanhäufung, von welcher sie sich bey dem Puncte *a* der Linie *B* getrennt hatte. Denn diese beyden Sandanhäufungen haben gleich große Wege in gleicher Zeit zurückgelegt, die eine von *Ba* nach *Aba*, und von da zurück nach *Bb*, die andere von *Ba* nach *Cba*, und von da zurück nach *Bb*.

Wir haben diese Versuche bey 3 verschiedenen Röhren mit demselben Erfolge ausgeführt, und würden dasselbe Resultat unstreitig noch bey vielen andern Röhren erhalten haben, wenn wir mehrere Röhren probirt hätten. Zwey dieser Röhren waren die schon einmal erwähnten 2 Fuſs 11 Zoll 11 Lin. langen, von den die eine $8\frac{1}{3}$ Lin. Durchmesser, und $7\frac{1}{3}$ Lin. Weite, die andere 4 Lin. Durchmesser, und $1\frac{1}{3}$ Lin. Weite hatte. Wir zweifeln nicht diese Art von Schwingung der Röhren für die regelmäſsigere, und die mit Schraubenlinien für eine unregelmäſsigere zu halten. Denn hier waren auch die Entfernungen der sammelnden Linien von einander gleichbleibender als dort. Die Schraubenlinie ist also dieselbe Figur, aber nur etwas verzerrt.

§. 305.

Die Gestalt der sammelnden und zerstreuenden Linien der schwingenden Röhren, wie wir sie in diesen letzteren Fällen beobachtet haben, kommt aber sehr mit der überein, die die sammelnden Linien bey Glasstreifen haben. Klemmt man einen 2 Fuſs langen Glasstreifen mittelst 2 Korkstückchen in einem in der Hand zu haltenden kleinen Schraubstock ein, und streicht ihn gegen das freye Ende hin mit einem nassen Tuchlappen, so zeigt er, auf der nach oben gewendeten Oberfläche mit Sand bestreuet, 4 bis 5 quere sammelnde Linien. Drehet man den Streifen sammt dem Schraubstock um, streut dann auf die Oberfläche, die vorher die untere war, Sand, und reibt dann den Glasstreifen auf die nämliche Art als vorher, so zeigen sich wieder 4 bis 5 quere Linien, die aber nicht senkrecht über den auf

der entgegengesetzten Oberfläche sichtbar gewesenen liegen, sondern abwechselnd. Hieraus sieht man, daſs auch hier die zerstreuenden und sammelnden Linien senkrecht über einander liegen. Wir haben auf diese Weise auch verzognere Figuren erhalten, die auch auf beyden Oberflächen die umgekehrte Lage hatten, und die einigermassen den Schraubenlinien der Röhren zu entsprechen schienen. Alles dieses sind aber keine Klangfiguren, denn der Ton, den so ein Streifen oder eine Röhre giebt, ist zwar sehr hoch, aber viel zu tief, als daſs er von einem so kurzen Körper, der sich noch durch so viele Knotenlinien in Abtheilungen getheilt hat, herrühren könnte. Sie rühren ohne Zweifel von kleinen Schwingungen einer höhern Ordnung her, die nicht mehr hörbar sind.

Merkwürdig ist es indessen, daſs wir eine Methode gefunden haben, auch Längenschwingungen einem Glasstreifen so mitzutheilen, daſs die genannten Linien auf beyden Oberflächen senkrecht unter einander liegen. Man nimmt dazu eine 2 bis 3 Fuſs lange, 7 bis $7\frac{1}{2}$ Lin. im Lichten weite Glasröhre, verstöpselt sie an ihrem einen Ende, und fügt in eine Spalte des gespaltenen Stöpsels einen nicht zu langen Glasstreifen ein. Dann streuet man Sand auf den Streifen, und bringt die Röhre zum Tönen, indem man sie mit einem nassen Tuchlappen der Länge nach reibt. Man kann vielleicht hieraus schlieſsen, daſs die Knotenlinien der beyden Oberflächen des Streifens abwechselnd zu liegen kommen, wenn den beyden Oberflächen zugleich (durch das Reiben mit dem Tuchlappen) Stöſse nach derselben Richtung ertheilt werden, daſs dagegen die Knotenlinien auf beyden Oberflächen des Streifens senkrecht unter einander fallen, wenn sie gleichzeitig (vom Stöpsel) Stöſse nach entgegen gesetzter Richtung erhalten.

Zweyte Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf das Licht.

§. 306.

Die Aehnlichkeit der Erscheinungen des Lichtes und des Schalles, die schnelle Fortpflanzung des letztern, vorzüglich in festen Körpern, seine Zurückwerfung, sein theilweiser Durchgang durch manche Körper u. s. w., mufsten schon sehr frühzeitig auf den Gedanken führen, die Erscheinungen des Lichtes durch einen ähnlichen Vorgang in den Körpern zu erklären, als die des Schalls. Wir übergehen hier die Spuren dieser Vergleichung, die bey den Alten, namentlich bey Aristoteles, vorkommen. Descartes ist der erste gewesen, der die Lichterscheinungen sehr in's Einzelne durch den durch ein ruhendes Medium fortgepflanzten Stofs erklärte; nur war er genöthigt, weil man zu seiner Zeit das Licht für unendlich geschwind hielt, den Aether, durch den sich der Stofs fortpflanze, als aus Reihen harter, unzusammendrückbarer, einander unmittelbar berührender Kügelchen bestehend anzunehmen. Schon er gab durch seine Theorie die Erklärung der Farben des Regenbogens. Mit Recht setzte aber Hooke in seiner Mikrographie, an die Stelle des Descartschen Aethers, ein höchst dünnes elastisches Medium, und begründete dadurch zuerst eine Wellentheorie des Lichts, indem er, statt der augenblicklichen Fortpflanzung von Drücken, eine successive Fortpflanzung von Schwingungen annahm, und diese zur Erklärung der von ihm entdeckten farbigen Ringe dünner Platten, und zur Erklärung der Inflexion des Lichtes in den Schatten anwendete, die er bemerkte, als er einen Lichtstrahl über die Schärfe eines Barbiermessers streifen liefs, und die zuerst von Grimaldi entdeckt worden war. Mallebranche, Huyghens, Euler, Young, Fresnel, Frauenhofer und Poisson vervollkommeten diese Theorie, theils durch Erfahrung, theils durch Rechnung. Ihr steht

die Newtonsche Emanationstheorie gegenüber. Nach ihr wird das Licht, als aus kleinen Körperchen bestehend, gedacht, die so klein sind, daſs sie durch die festesten durchsichtigen Körper unaufgehalten hindurch bewegt werden können, nachdem sie von den leuchtenden Körpern mit einer so ungeheuren Geschwindigkeit ausgeworfen worden sind, daſs sie in 1 Secunde einen Raum von mehr als 40000 Meilen durchlaufen, dabey aber so einzeln fliegen, daſs tausende von Lichtströmen sich in einem Puncte des Raumes kreuzen können, ohne sich gegenseitig zu stören, so daſs jedes Lichttheilchen von dem andern wohl tausende von Meilen entfernt seyn kann. Diese fliegenden Lichttheilchen können von andern Körpern so stark angezogen und retardirt werden, daſs die Beschleunigung und Retardation im Vergleich zu ihrer ungeheuren Geschwindigkeit dennoch sinnlich wahrnehmbar ist, und eine Veränderung der Richtung, in der sie fliegen, hervorbringen kann.

Sie können von andern Körpern abgestoſsen werden, und von ihnen unter einem gleich groſsen Winkel mit gleich bleibender Geschwindigkeit zurückprallen, als der ist, unter dem sie anprallten, sind aber nur periodisch, und zwar in gleich groſsen Zeiträumen abwechselnd geeignet, um von den Körpern, auf die sie fallen, zurückgestoſsen und von ihm angezogen zu werden, und durch sie hindurch zu dringen. (Accessus molecularum luminis.) Sie können sich mit ihnen chemisch vereinigen, und dadurch die Eigenschaften der Körper ändern.

Nach der Wellentheorie des Lichts, muſs der Raum zwischen den Weltkörpern mit einer sehr dünnen elastischen Flüssigkeit erfüllt, nach der Emanationstheorie muſs der ganze Weltraum, selbst der von den Körpern eingenommene (durch groſse leere Zwischenräume), im Vergleich zur Kleinheit der Lichttheilchen, fast leer seyn.

§. 307.

Bey der Wellentheorie des Lichtes macht die Vergleichung mit dem Vorgange beym Schalle vieles anschaulich. Selbsttönende Körper sind den selbstleuchtenden zu vergleichen, nur folgen die Schwingungen der leuchtenden aufserordentlich viel schneller auf einander, und die Excursionen der schwingenden Theilchen sind aufserordentlich viel kleiner. Die durch die Luft fortgepflanzten Schallwellen sind den Lichtwellen zu vergleichen, nur sind diese aufserordentlich viel dünner, so dafs die dickste Lichtwelle, die rothe, nach Fresnels Bestimmung, 0,0002859 Par. Lin. dick ist, während die dicksten Schallwellen, die den tiefsten hörbaren Ton veranlassen, ungefär 32 Fufs dick sind. Die Erscheinungen des Echo's und Wiederhalls sind der Reflexion, die des Uebergangs des Schalls aus der Luft in Wasser und in andere Körper, der Durchsichtigkeit, die Eigenschaft mancher Körper, den Schall nicht fortzupflanzen, der Undurchsichtigkeit zu vergleichen. So wie die Empfindung des Schalls durch eine Anzahl auf den Gehörnerven erfolgender Stöfse erregt wird, so die des Lichtes durch eine Anzahl noch ungleich schneller auf einander folgender Stöfse auf die Nervenhaut des Auges. So wie die Empfindung der Tonhöhe abhängt von der Zahl gleich breiter, dicht auf einander folgender, Schallwellen, welche in einer gewissen Zeit im Labyrinthe des Ohrs ankommt, und also von der, bey allen Wellen eines Tons gleich grofsen, Zeitdauer, in welcher eine Welle ihren Stofs auf das Ohr vollendet, und in welcher jedesmal die nächste den ihrigen beginnt, eben so hängt von dem nämlichen Verhältnisse bey den Lichtwellen die Farbe ab. Hohe Töne entsprechen den violeten, tiefe Töne den rothen Farben, wobey sich denn auch die Harmonie der Farben und Töne vergleichen läfst.

§. 308.

In einer von Newton gegebenen Darstellung seiner

Hypothese (derselben, die er später wieder verliefs, und die eine Verbindung der Emanations- und Undulationstheorie war), die man in der Bibliotheque universelle des sc. Tome XXI Geneve 1822 pag. 81 aus Birch's History of Royal Society T. III p. 247 übersetzt findet, hat er Gründe aufgezählt, die ihm der Wellentheorie des Lichts entgegen zu stehen schienen, und den man noch einige beyfügen kann. Er sagt

1) „Wenn das Licht durch Schwingungen hervorgebracht würde, so müfste es sich merklich in dunkle und ruhende Mittel nach krummen Linien verbreiten, indem es alle Schatten zerstörte, und, den Tönen ähnlich, allen Wegen folgte, und in alle Poren eindränge". Diesen Einwurf wiederholt er in seiner Optik (Optice Newtonis latine reddidit Clarke 1740. Lib. III. Quaest. XXVIII. pag. 291): „Si lumen consisteret vel in pressu, vel in motu propagato per medium fluidum; sive in momento id fieret, sive in spatio temporis; utique futurum esset, ut id in umbram sese inflecteret. Etenim pressus vel motus in medio fluido, ultra quodvis obstaculum, quod partem aliquam motus impediat, propagari non potest in lineis rectis; sed omnino sese inflectet et diffundet quaquaversus in medium quiescens, quod ultra id obstaculum jaceat. Vis gravitans deorsum tendit: attamen aquae pressus, qui ex vi gravitatis oritur, tendit quaquaversus vi aequabili; et pari facilitate, paribusque etiam viribus propagatur in latus ac deorsum, et per curvas vias et per rectas. Undae pulsus, seu vibrationes aëris, in quibus soni consistunt, inflectunt se manifesto, licet non tantum quantum undae aquae. Soni propagantur pari facilitate per tubas incurvas, ac per rectas. Stellae fixae planetarum cujusvis interpositu evanescunt. Radii, qui proxime ipsas alicujus corporis extremitates transeunt, inflectuntur quidem aliquantillum, corporis illius actione; quomodo supra est expositum: verum haec quidem inflexio non ad umbram versus sed ad contrarias fit partes."

Dieser Einwurf Newton's ist jetzt gehoben, indem theils durch die schon vor Newton von Grimaldi gemachten Versuche, die von Hooke, Young, Fresnel und Frauenhofer vervollständigt wurden, bewiesen worden ist, daſs das Licht, welches durch eine Spalte geht, in der That nicht ganz geradlinig fortschreitet, sondern sich auf eine ähnliche Weise in den Schatten hinein verbreitet, wie die Stücken der Quecksilberwellen (in unserer Fig. 59.) sich hinter einem Körper ausbreiten, durch dessen Oeffnung sie gegangen sind. Ja es scheinen sowohl bey einer solchen Inflexion, als auch bey der Reflexion des Lichts von Ebenen, die einen sehr stumpfen Winkel bilden, ähnliche Durchkreuzungen zu entstehen, als die, welche wir beym Quecksilber beobachtet, und Fig. 59 abgebildet haben. Denn man nimmt sowohl in dem Raume des durch die Spalte gegangenen leuchtenden Strahles (innere Streifen), als in dem des Schattens, in den sich das Licht hineinbeugt (äuſsere Streifen), abwechselnde helle und dunkle Streifen wahr, welche nach Fresnel's Messungen in ihrem auf das Auge perpendicularen Durchschnitte Hyperbeln sind. Dieselben hyperbolischen Linien sieht man aber auch durch die Durchkreuzung der Quecksilberwellen entstehen, wenn man den Versuch wie Fig. 56 anstellt. Denn es fallen in gewissen Reihen von Puncten, welche hyperbolisch gestellt liegen, bey der sich unaufhörlich an denselben Stellen wiederholenden Durchkreuzung immer abwechselnd je 2 Wellenberge und abwechselnd je 2 Wellenthäler zusammen, und erregen dadurch daselbst eine doppelt so heftige Schwingung des Quecksilbers, als die bey der einfachen Wellenbewegung ist. In andern Reihen von Puncten, welche zusammen auch hyperbolische Linien darstellen, fallen immer Wellenberge und Wellenthäler zusammen, deren Schwingungen sich gegenseitig aufheben. Diese hyperbolischen Linien sieht man bey Quecksilberwellen Fig. 51 und 53 sehr deutlich durch Zurückwerfung entstehen. Die Erscheinungen der Inflexion und Interferenz erklären sich daher nach der Undu-

lationstheorie sehr leicht, sind dagegen, bis jetzt wenigstens, nach der Emanationstheorie unerklärlich.

Den Haupteinwurf Newton's hat aber Poisson durch Rechnung beseitigt. Er sagt Ann. de Chim. par Gay-Lussac et Arago Tom. XXII. 1823 pag. 255: „Doch muſs man bemerken, daſs wenn die ursprüngliche Erschütterung nur in einer Richtung statt findet, so wird die Bewegung nur in der Richtung dieser Schwingungen merklich fortgepflanzt werden. Die entstandenen Wellen werden noch sphärisch seyn; aber auf den gegen die Hauptrichtung der Bewegung geneigten Strahlen werden die Geschwindigkeiten der flüssigen Molecule selbst unmerkbar seyn in Verhältniſs zu den, welche in der Hauptrichtung und den sehr nahe liegenden Radien statt haben, und die Abnahme der Bewegung mit der Entfernung von der Hauptrichtung wird um so schneller seyn, je gröſser die Geschwindigkeit der Fortpflanzung ist. Nur auf diese Weise kann man in der Undulationstheorie die Fortpflanzung eines isolirten Lichtkegels (filet isolé de lumière) begreifen.“

§. 309.

2) Newtons 2ter Einwurf „Si lumen consisteret in motu propagato ad omnia intervalla in puncto temporis, jam ad motum istum generandum opus esset vi infinita singulis momentis in particulis singulis lucentibus“, bezieht sich nur auf die Ansicht des Descartes, hat aber auf die Wellenlehre des Lichts gar keine Anwendung.

3) Sagt Newton in der angeführten Stelle der Bibl. univers. 1822. pag. 98. „Ich sehe nicht ein, wie nach dieser Hypothese irgend eine Seite, wie die Oberfläche eines Prisma von Glas, auf welche die Strahlen unter einem Einfallswinkel von mehr als 40° fallen, ganz dunkel seyn könnte, (kein Licht durchlassen könnte). Denn die Schwingungen, welche auf die brechende Oberfläche, die 2 ätherische Mittel von ungleicher Dichtigkeit trennt, stoſsen, müssen nothwendig diese elastische Oberfläche unduliren machen, und diese Undulationen müssen Schwingungen auf

der andern Seite der Oberfläche erregen, und dahin fortpflanzen, kurz ich würde verlegen seyn zu erklären, wie das Licht, welches auf Häutchen oder dünne Platten aus einem sehr durchsichtigen Medio fällt, wechselsweise durch aufeinander folgende Dicken der Scheiben, die in arithmetischer Progression zunehmen, zurückgeworfen und durchgelassen wird. Denn obgleich die arithmetische Progression dieser Dicken, welche wechselsweise die Strahlen zurückwerfen und durchlassen, zu beweisen scheint, dafs die Reflexion oder Durchlassung durch die Zahl der Schwingungen (Wellen) bestimmt wird, die zwischen den 2 Oberflächen der Platte begriffen sind, so sehe ich dem ungeachtet nicht ein, wie ihre Anzahl den Fall verändern könne, sie sey grofs oder klein, ganz oder in Bruchtheilen, wenn man nicht voraus setzt, dafs das Licht etwas anders als Schwingung ist".

Auch diesen Einwurf hat Poisson beseitigt, indem er Ann. de Chimie Tom. XXII. 1823. p. 363. 364. et p. 337) darthut, dafs diese Erscheinungen mit Ausnahme der Farbenzerstreuung aus den Voraussetzungen der Wellenlehre nothwendig folgen. Er sagt: „Wenn die Geschwindigkeit der Fortpflanzung der Wellen in dem 2ten Mittel gröfser ist als in dem ersten, so giebt es einen gewissen Einfallswinkel, für den der Winkel der Brechung ein rechter wird, und über welchen hinaus der Sinus der Brechung die Einheit überschreiten würde: die Brechung ist also dann nach Descartes' Gesetze unmöglich, und die Erfahrung zeigt, dafs über diese Grenze des Einfallens kein Lichtstrahl mehr aus der ersten in die zweyte Flüssigkeit übergeht. Man mufs also in der Undulationstheorie bemerken, dafs die 2te Flüssigkeit, wenn sie in gewissen Richtungen von der ersten gestofsen wird, doch nicht erschüttert wird". Er zeigt hierauf, dafs zwar die Schicht der 2ten Flüssigkeit, welche die erste berührt, wirklich Verdichtungen erleidet; und beträchtliche Geschwindigkeiten erhält, aber beyde nehmen sehr schnell ab, wenn man sich von der Grenzfläche ent-

fernt, und werden in dem sehr geringen Abstande von der nämlichen Gröfse, als die Breite der Wellen, völlig unmerklich. Aufserdem zeigt er auch Ann. de Chim. Tome XXII. p. 337, dafs an dünnen Platten, wie Seifenblasen, concentrische Ringe in den Entfernungen wie sie die Erfahrung giebt, nach der Wellentheorie zum Vorschein kommen müssen, aber nur dunkle nicht farbige.

§. 310.

4) Wirft Newton ein: „Si lumen consisteret in pressu solummodo propagato sine motu actuali; utique non posset id agitare et calefacere corpora, quae id refringunt et reflectunt.“ Die Verbindung, in welcher die Wärme mit dem Lichte steht, ist aber nach jeder Theorie unerklärt.

5) Newton scheint auch an andern Stellen den Umstand, dafs man keine Retardation der Bewegung der Himmelskörper beobachten kann, als einen Einwurf gegen die Wellentheorie des Lichtes, wenigstens gegen die des Descartes, betrachtet zu haben. Nach der Wellentheorie müfsten nämlich die Räume zwischen den Himmelskörpern mit dem Aether erfüllt seyn, und dieser müfste die Bewegung der Himmelskörper etwas retardiren, wenn er vorhanden wäre.

Allein theils kann diese Retardation wegen der Dünnheit des Aethers unmerklich seyn, theils müfste dieser Einwurf auch die Newtonsche Theorie treffen, nach welcher sogar sehr schnell bewegte Theilchen den Weltkörpern begegnen, theils scheint aus Enke's Beobachtungen zu folgen, dafs leichtere dunstartige Weltkörper, wie die Cometen, in der That bey ihrer Bewegung durch den Weltraum retardirt werden, denn der von Enke betrachtete Comet hatte

von 1786 bis 1795	eine Umlaufszeit von	1208,22 Tagen
1795 — 1805	— — —	1207,77 —
1805 — 1819	— — —	1207,25 —

Siehe Bode's astronom. Jahrb. 1823. p. 216.

§. 311.

6) Endlich haben viele Physiker den chemischen Einfluſs, den das Licht auf salpetersaures und salzsaures Silber, die es schwarz macht, so wie auf manche andere Körper zu üben scheint, als einen vorzüglich wichtigen Beweis gegen die Wellentheorie und für die Emanationstheorie angesehen. Noch kürzlich hat Malus in seiner Théorie de la double réfraction de la lumière Paris 1810 p. 5. dasselbe angeführt.

Allein wir sehen nicht ein, warum, da der chemische Proceſs von einer Bewegung der Moleculen, und nach der Wellentheorie beym Verbrennen auch von einem Erzittern der Moleculen begleitet wird, es nicht gedenkbar seyn solle, daſs Erzitterungen, in die ein Körper durch die Lichtwellen gesetzt wird, und durch die die Moleculen einander wechselsweise angenähert werden, nicht auch den Anstoſs zu chemischen Proceſsen geben zu können im Stande seyn sollten, eben so wie ein selbsttönender Körper Schallwellen aussendet, aber auch umgekehrt durch den Stoſs der Schallwellen zum Selbsttönen gebracht werden kann. Daſs die Schallwellen niemals dergleichen chemische Veränderungen veranlassen, scheint uns kein ausreichender Gegengrund, da die Schallwellen viel zu breit sind um einzelne kleinste Theilchen eines Körpers in Bewegung zu setzen, ohne zugleich auch den benachbarten eine gleiche Bewegung mitzutheilen, und daher vielmehr gröſsere Maſsen der Körper in eine gleichzeitige Bewegung setzen können, z. B. Sandkörner, als Moleculen.

§. 312.

Da nun fast alle wichtigen Erscheinungen, welche man bis jetzt an dem Lichte wahrgenommen hat, nach Poisson's Rechnung aus der Wellentheorie des Lichts nothwendig folgen, da andere wenigstens nicht widersprechen, und selbst die verwickelten der Polarisation des Lichtes nach Huyghens Hypothese erklärlich scheinen, so kann man der Wellentheorie nur das entgegenstellen, daſs durch sie nach

Poisson's Rechnung die Farbenzerstreuung beym Durchgange des Lichtes durch ein Prisma unerklärt bleibe. Das ist es vorzüglich, was ihr Biot entgegenstellt, und was ihn vermag, sich für die Emanationstheorie zu entscheiden.

Allein die Analyse schneidet nach Poisson's eignem Geständnisse, die Möglichkeit, dafs sich auch die Farbenzerstreuung aus der Wellenlehre werde erklären lassen, nicht gänzlich ab. Er sagt in dieser Hinsicht: (Ann. de Chim. Tome XXII. p. 261.) „Die Breite der gebrochenen Welle ist in ihrer ganzen Ausdehnung constant; sie verhält sich zu der der ursprünglichen Welle wie der Sinus der Brechung zum Sinus des Einfallens, folglich ändern sich dabey die Farben nicht. Die Erscheinung der Dispersion ist gänzlich unerklärt. Euler (Opusc. varii argumenti Tome I. p. 217. und Mem. de l' Acad. de Berlin année 1750. pag. 282.) behauptete, auf einander folgende Wellen beschleunigten einander. In brechenden Mitteln hinge diese Beschleunigung von der Breite ab, die breitesten Wellen würden am wenigsten beschleunigt, am meisten gebrochen". (Weifses Licht ist nämlich beym Lichte das, was beym Schalle das Geräusch ist, eine Vermengung von Wellen, die die mannichfaltigste Breite haben. Nach Eulers Voraussetzung entsteht eine Sonderung dieser verschiedenartigen Wellen, indem die schmalen Wellen in einem brechenden Medio mehr beschleunigt würden als die breiten.) „Um nicht über die Folgerungen hinauszugehen, (fährt Poisson fort) die bis jetzt aus der Analyse abgeleitet werden können, mufs man zugeben, dafs es nicht bewiesen ist, dafs die Breite der Lichtwellen gar keinen Einflufs auf ihre Geschwindigkeit in brechenden Mitteln haben könnte, wenn man annimmt, dafs der Radius der Wirksamkeit der Kräfte, welche die Elasticität des Aethers hervorbringen, eine Gröfse habe, die mit jener sehr geringen Breite verglichen werden könne; doch mufs man zugleich sagen, dafs die Berechnung dieses Einflufses ein schweres Problem seyn würde, und dafs es nicht leicht ist zu sagen, wie ein geschickter

Physiker geglaubt hat*), was daraus für die ungleiche Brechung der Wellen von verschiedenen Breiten erfolgen würde."

§. 313.

Was die Newtonsche Lehre vom Lichte anlangt, so muſs man sie mit allen Physikern, namentlich mit Biot, der ihr Wesen so treffend auseinandergesetzt hat, für ein Meisterstück der Abstraction aus Erfahrung halten, die Emanationstheorie dagegen nur für ein erdichtetes Hülfsmittel, die abstrahirten optischen Gesetze anschaulich zu machen, ohne den geringsten Anspruch darauf zu machen, daſs diese anschauliche Erläuterung irgend dem wirklichen Lichtwesen entspräche. So betrachtet, wird die Emanationstheorie ihren Nutzen haben, ob sie gleich, da sie für die Lehre von der Inflexion und Interferenz nicht paſst, ihrem Zwecke nicht ganz vollkommen entspricht. Verlangte man aber eine Hypothese für das Wesen des Lichtes, durch welche die Lehre von dem Lichte in Einklang mit den von uns schon anderweit erkannten Naturkräften uud Gesetzen kommen soll,und hält man das Beginnen, eine solche Hypothese zu suchen, überhaupt nicht für zu voreilig, so verdient die Wellentheorie des Lichts bey weitem den Vorzug vor der Emanationstheorie.

*) Fresnel, supplément à la Chimie de Thomson p. 86.

Vor dem Gebrauch des Buchs bittet man zu verbessern:

Seite VI. Zeile 1 Vorrede: Seitdem Fourier die Lehre von der strahlenden Wärme gleichfalls einer tiefen analytischen Untersuchung unterwarf, und bewies, dass die Resultate seiner Rechnung und seiner Experimente in gleichem Grade erlaubten, dass man die von ihm untersuchten Erscheinungen der Wärme durch einen bewegten Wärmestoff zu erklären unternähme, als dass man sie auf

Seite 74 Zeile 25 lies HALLE.
— 88 — 32 — (§. 128.)
— 90 — 18 — gedehnt werden, an diesen Stellen
— 108 — 4 — folgt auch vielleicht aus dem
— 112 — 29 — Fig. 21.
— 116 — 20 — vom Orte der Erregung entfernt
— 119 — 20 — 4½ Linien.
— 129 — 3 — Cccγ statt Bccγ
— 194 — 19 — 1 Sec. 19,5 Tert. statt 2 Sec. 19,5 Tert.
— 211 — 26 — *fg*, *hi*, *kl*, *me*
— 215 — 37 — Mittel 3 Linien.
— 224 — 29 — *c′ b′*
— 244 — 7 — Fig. 54 bey *a*.
— 251 — 18 — Fig. 64. *B*.
— 255 — 13 — um ein gleich grosses Stück
— 267 — 9 — Hypotenuse statt Hypothenuse.
— 268 und folg. — Hypotenuse statt Hypothenuse.
— 276 — 22 — Wellenberge und Wellenthäler
— 276 — 23 — die zurükgeworfenen Wellenberge und Wellenthäler
— 289 — 12 — Fig. 85 abgebildeten Apparats, wenn die erste Oeffnung
— 290 — 3 — aus 2 Oeffnungen
— 298 — 24 — zugleich von 8 nach 9
— 355 — 29 — (Fig. 96. b.)
— 365 — 14 — auf M und N Fig. 103.
— 430 — 15 — Fig. 59.
— 430 — 34 — Fig. 66. 67. 68. 69. représentent
— 431 — 13 — Fig. 86.
— 444 — 5 — am Ende B
— 472 — 7 — Fig. 139. b.
— 473 — 7 — der Stab Fig. 139. a. ACB
— 476 — 23 — 9238 Gran und 181,1 Gran
— 477 — 16 — 9238 Gran
— 478 — 24 — 9238 Gran
— 513 — 13 — Fig. 190.

[illegible] 29/XI 38

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Weber, Ernst Heinrich,

Wellenlehre auf Experimente gegründet oder über die Wellen tropfbarer Flü
ssigkeiten mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen

Bd.: [1]

Leipzig 1825

Phys.sp. 717 m-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10138278-8